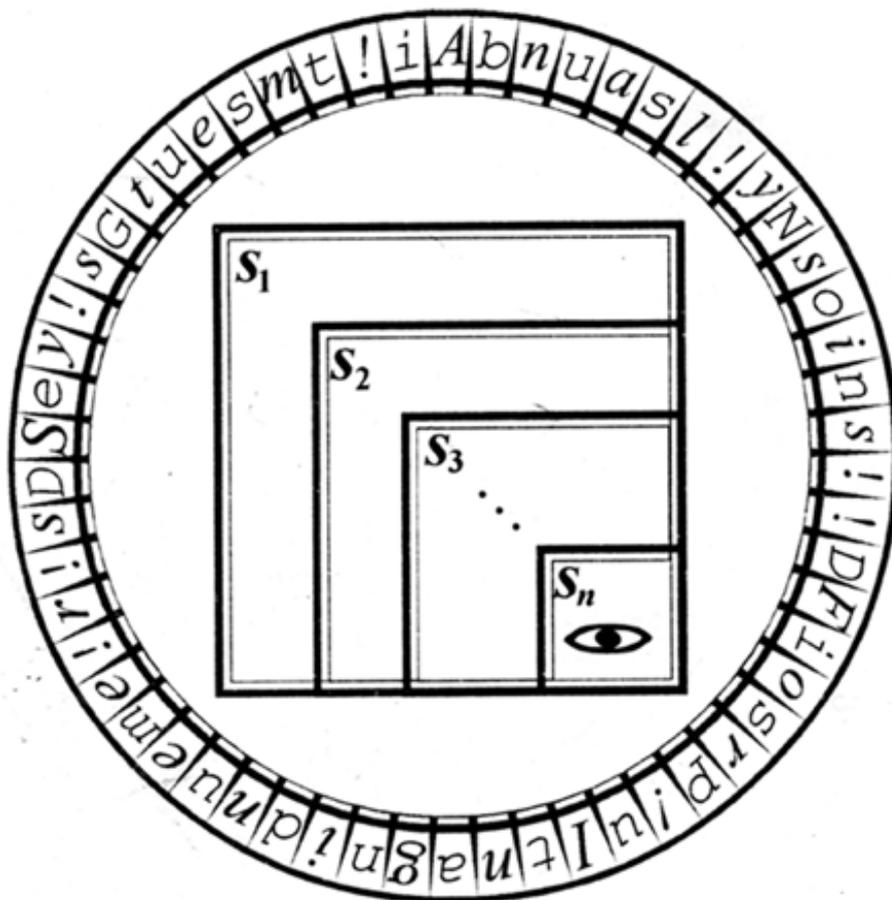


В.Н. Романов

Техника анализа сложных систем



Санкт-Петербург

2011

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.Н. Романов

Техника анализа сложных систем

издание 2-е, дополненное

Санкт-Петербург
2011

УДК 577.4, 58.589.011.46; 517:(53+57/59)

ББК 22.1

Р69

Романов В.Н. Техника анализа сложных систем. – СПб: СЗТУ – 2011.
– 287 с.

Книга посвящена проблемам анализа, синтеза и моделирования сложных систем различной природы. Обобщены современные подходы к принятию решений в сложных системах по многим критериям. Автором получены результаты, относящиеся к решению задачи оптимального выбора при нечеткой исходной информации. В книге содержится большое число оригинальных примеров и задач.

Для специалистов в области системного анализа и прикладной теории систем, а также преподавателей вузов, студентов и аспирантов, специализирующихся в области системного проектирования и управления организационно-техническими системами.

Рецензенты: кафедра теории и методов прогнозирования (Северо-Западный государственный заочный технический университет); д-р технических наук, Г.А.Кондрашкова (СПб гос. технологический университет растительных полимеров).

ISBN 978-5-98709-352-8

© В.Н.Романов, 2011

© Релакционно-издательское оформление

Издательство «ЛЕМА», 2011

Leggere e non intendere
e' come cacciare e non prendere
(proverbio italiano)¹

¹ Читать и не понимать – то же, что охотиться и дичь не брать (итальянская пословица).

Предисловие

Современный мир предстает перед нами сложной системой. С углублением знаний о нем приходит понимание, что все в этом мире взаимосвязано. Опыт учит, что непродуманные решения и произвольные действия даже в малой его части, доступной для нашего восприятия, могут привести к непредсказуемым, необратимым, а нередко катастрофическим результатам в гораздо большем масштабе. Поэтому важно иметь надежный инструмент, позволяющий действовать осмысленно и не наделать глупостей и ошибок, цена которых подчас бывает слишком высока. Таким инструментом является методология системного анализа или, как принято говорить, системного подхода, сфера действия которого в настоящее время весьма разнообразна и постоянно расширяется: от разработки современных языков программирования, постановки научных исследований и теоретических обобщений до проектирования технических объектов и управления общественными институтами. Системный анализ традиционно применяется в экономике (планирование, управление), политике (разработка стратегических решений), технических науках (изобретательство), финансовой сфере (брокерская деятельность). Методы системного анализа применяются в таких казалось бы далеких от математики областях, как сценическая деятельность (постановка спектакля, разработка сценария, анализ роли), юриспруденция (разработка и толкование законов, защита в суде, раскрытие преступлений), языкознание (анализ и расшифровка текстов), история (анализ и интерпретация событий). Системный подход – это прежде всего правильная организация мышления, заключающаяся в умении воспринимать окружающий мир и его проблемы не через узко избирательный фильтр сиюминутных выгод и устремлений, а через многогранную призму всесторонней оценки последствий решений для всех, кого они затрагивают, позволяющую видеть проблему в целом во всей ее сложности и полноте.

В связи со сказанным развитие навыков системного мышления у студентов приобретает особую значимость, являясь необходимым условием успешной работы по избранной специальности. Говоря о важности системного анализа для подготовки инженеров, следует иметь в виду три аспекта.

Системный анализ как учебная дисциплина является основой для последующих специальных курсов, посвященных изучению систем различной природы: измерительных, промышленных, транспортных, экономических, социальных и т.п. Системный анализ как научное направление тесно связан с такими научными областями, как теория информации, теория управления, теория принятия решений, проблемы

искусственного интеллекта и т.п. Наконец, системный анализ, системный подход - это еще и жизненная философия, владение которой позволяет успешно решать проблемы повседневной жизни, находить нестандартные решения, придерживаясь "золотой середины" и избегая крайностей. Назовем условно человека, владеющего системным подходом, "умным", а не владеющего – "глупым". Умный, столкнувшись со сложной проблемой, изучает факты, оценивает возможности и принимает обоснованные решения. Глупый теряется, начинает метаться и совершать необдуманные действия, поэтому не в состоянии решить проблему.

Развитие системного мышления – процесс трудный, требующий интеллектуальных усилий, так как на этом пути нельзя ограничиться только готовыми схемами и нужно обладать глубиной мышления, интуицией и здравым смыслом. Однако, некоторые навыки, как и в любой области, приобретаются практикой и опытом.

Можно надеяться, что книга будет способствовать достижению нескольких целей. Для студентов, впервые знакомящихся с изложенными в ней вопросами, она послужит расширению кругозора, станет введением, хотя, видимо, и не слишком легким, в обширный круг новых задач и методов их решения. Для специалистов в области системного анализа и смежных областей выполнит функцию справочного пособия. Она позволит также познакомиться с рядом вопросов, излагаемых лишь в специальной литературе. В книге содержится обширная библиография по тематике системного анализа, прикладной теории систем и теории принятия решений, при этом акцент сделан на значимые работы. Следует отметить, что книга хотя и содержит оригинальные результаты автора, некоторые из которых опубликованы в виде научных статей, имеет в основном учебный характер, поэтому ссылки на литературу в ряде случаев не приводятся, а общий список литературы дан в конце книги.

В главе 1 рассмотрены методологические вопросы системного анализа, используемые им принципы и идеи, специфические задачи, решаемые в рамках этой дисциплины для систем разного уровня.

В главе 2 приводятся общие сведения о системах и их свойствах, подробно рассматривается схема системного анализа, используемая при поиске решения проблем, связанных с системами.

В главе 3 обсуждаются основные проблемы теории систем: анализ, синтез, оценка окружающей среды, проблема "черного ящика", а также рассмотрены некоторые задачи исследования операций, характерные для оптимизации функционирования систем. Обсуждаются методы моделирования структуры и поведения систем.

В главе 4 рассмотрена задача декомпозиции систем, применяемая при анализе проблемы и построении исходного множества решений. Изложена схема процесса проектирования систем. Особое внимание уделено роли информации при описании систем и решении проблем в системах.

В главе 5 излагаются вопросы теории принятия решений в системах. Подробно рассмотрены методы и модели принятия решений в различной информационной среде: метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод расстояния, метод Парето. Обсуждаются стратегии принятия решений при воздействии окружающей среды: метод наилучшей реакции среды и метод равновесия.

В главе 6 рассмотрены математические методы, применяемые для описания систем и анализа их структуры, отраженные лишь в специальной литературе. Отдельный параграф посвящен принятию решений в условиях неопределенности с использованием формализма нечетких множеств, а также проблеме нечеткой классификации. Более традиционные математические методы излагаются в главах 3 и 5.

В Приложении даны примеры решения типовых задач системного анализа, в том числе в нечеткой информационной среде, а также вспомогательные материалы, которые могут быть использованы при самостоятельном изучении предмета.

Поскольку системный анализ является обширной областью, как по разнообразию методов, так и по числу приложений, автор не ставил задачей охватить ее целиком. Цель настоящего издания – изложение современных методов анализа систем и принятия решений. Следует также отметить, что в ряде случаев автор поступался строгостью изложения, если иметь в виду строгость абстрактной математики, чтобы сохранить ясность и здравый смысл.

В основу книги положен курс лекций, читавшийся автором в Северо-Западном государственном заочном техническом университете.

Во втором издании добавлены два новых раздела: первый относится к применению моделей системной динамики, второй – к определению надежности и качества систем. Значительно расширен круг задач для самостоятельной работы, включен итоговый тест, позволяющий проверить знания студентов.

В заключение автор выражает признательность всем студентам, проявившим интерес к предмету и указавшим на ряд опечаток, которые исправлены в настоящем издании.

ГЛАВА 1. ПРИНЦИПЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

- И не поймешь, пока я тебе не объясню, -
ответил Шалтай-Болтай.

-Я хотел сказать "Разъяснил, как по
полкам разложил".

Льюис Кэрролл (Алиса в Зазеркалье)

1.1. Обзор развития системной методологии

Системный анализ в современном понимании — это синтез идей и принципов общей теории систем, кибернетики с возможностями современной вычислительной техники, и имеет своим предметом изучение и моделирование объектов сложной природы (систем) в части их организации, т.е. взаимосвязи отдельных частей. Истоки системного анализа восходят к трудам греческих философов Пифагора, Сократа, Платона, Аристотеля. Само слово "анализ" греческого происхождения и состоит из двух слов: $\alpha\nu\alpha$ ("ана") – вверх, и $\lambda\upsilon\omega$ ("лио") – разрешать (оканчивать), что означает выявление первоосновы, сущности явлений окружающего мира. В настоящее время в литературе для обозначения этой области используется несколько терминов: системный анализ, общая теория систем, системный подход, системология. Термин "*системный анализ*" является не совсем корректным переводом появившегося в 60-х годах в США термина "system analysis" для обозначения техники анализа сложных систем. Наряду с этим термином большое распространение получил термин "*общая теория систем*" (ОТС), возникновение которого связано с именем известного биолога Л. Бергаланфи. Этот ученый в 50-х гг. в Канаде организовал центр общесистемных исследований и опубликовал большое число работ, в которых пытался найти то общее, что присуще любым достаточно сложным структурам произвольной природы (техническим, биологическим, социальным) Общество было организовано в 1954 г. со следующими целями:

- изучение эквивалентности законов, концепций, моделей в различных областях и оказание помощи в перенесении их из одной области в другую;
- поощрение разработки адекватных теоретических моделей в областях, их не имеющих;
- минимизация дублирования теоретических усилий в разных областях;
- содействие единству науки за счет совершенствования общения

между специалистами.

Одними из первых сторонников этих исследований были А.Раппопорт и К.Боулдинг. К.Боулдинг рассматривал ОТС как уровень теоретического построения моделей, лежащий где-то между конструкциями математики и конкретными теориями специальных дисциплин.

В России проблемами теории систем (теорией организации) занимались А.А. Богданов, И.И. Шмальгаузен, В.Н. Беклемишев и др. Значительный вклад в развитие теории систем внесли работы В.И. Вернадского о биосфере и месте в ней человека, о переходе биосферы в ноосферу.

Аналогичные подходы, рассматривающие *информационные процессы в системах*, такие, как связь и управление, были сформулированы в 40-50-х гг. и получили название "кибернетика". Наибольшее влияние в этом направлении оказали классические работы Н.Винера ("Кибернетика") и У.Росс Эшби ("Введение в кибернетику"). Кибернетика, которую Н.Винер определил как исследование "связи и управления в животном и машине", основывается на понимании того, что связанные с информацией проблемы можно изучать независимо от конкретной интерпретации. Этот подход был поддержан работами К. Шеннона по математическому исследованию понятия информации, в результате появилась математическая теория информации. Позднее, примерно в 60-х гг., были сформулированы *математические основы теории систем* М.Месаровичем, исходя из предположения, что любую систему можно представить в виде отношения, определенного на семействе множеств. Обзор этой теории можно найти в книге Месаровича и Такахары. Другие математические теории систем явились результатом объединения теорий систем, описываемых дифференциальными уравнениями и конечными автоматами в единую математическую теорию. Наиболее плодотворными в этом направлении оказались работы А.Уаймора и М.Арбиба. Таким образом, три области науки – общесистемные исследования, кибернетика и математические теории систем – это важнейшие компоненты науки о системах.

Из других терминов, имеющих сходное содержание, получили распространение: "*системный подход*" и "*системология*". Первый из них отражает наметившуюся в современном мире тенденцию изучения явлений во всей полноте и взаимосвязи с другими явлениями, т.е. на основе наиболее общих принципов теории систем. Второй применяется для обозначения системной методологии при анализе и синтезе систем, а также для обозначения науки о системах.

Чтобы лучше уяснить методологию системного анализа рассмотрим

основные идеи, которые он использует.

Идея 1. При изучении сложного объекта главное внимание уделяется внешним связям объекта с другими системами, а не его детальной внутренней структуре, хотя последнее не исключается

Поясним это примером. Пусть на фирме возникла какая-то проблема, например уменьшился объем продаж, снизилась прибыль и т.п. Обычный путь решения проблемы состоит в поиске ее причин внутри фирмы: выполнение технологических предписаний, нарушение дисциплины, неправильное руководство и т.п. Но может оказаться, что причины неудачи лежат вне фирмы. Системный подход предусматривает расширение исходной системы (фирмы). В данном случае оно очевидно – рассмотреть рынок, т.е. включить в рассмотрение потребителей, фирмы – конкуренты, и т. п. Возможно, что этого окажется не достаточно и потребуются новое расширение системы, например рассмотрение всей экономической системы, так как причинами неудачи могут быть нестабильность финансовой ситуации, неправильная налоговая политика государства и т.п. В этих условиях поиск причин неудачи внутри фирмы либо вообще не даст удовлетворительного решения, либо приведет к частному (паллиативному) решению, которое придется постоянно пересматривать и корректировать до бесконечности.

Идея 2. При изучении сложного объекта приоритет отдается его целям и функциям, из которых выводится структура (но не наоборот), т.е. системный анализ – это подход функциональный.

Прокомментируем эту идею. В жизни часто приходится сталкиваться с обратной ситуацией: есть структура, она наделяется какой-то функцией, при этом ожидаемые результаты трудно прогнозировать. Когда речь идет о технических системах, назначение которых заранее известно, такой подход не приводит к серьезным просчетам. Но когда мы имеем дело со сложными системами такими, как человек или организация людей, то традиционный подход может привести к значительным ошибкам. Дело в том, что назначение таких систем нам изначально точно не известно, и эта неопределенность создает дополнительные трудности в управлении ими. Системный анализ предлагает другой подход: есть цель (функция), какая нужна структура, чтобы достичь ее наилучшим образом. Такой подход позволяет вырабатывать оптимальные решения, исключая параллелизм и дублирование функций (мы не затрагиваем здесь социальные аспекты, проблему занятости, и т.п.; системный подход позволяет учесть также и эти ограничения).

Идея 3. При решении проблем, связанных с системами, следует сопоставлять необходимое и возможное, желаемое и достижимое, эффект и имеющиеся для этого ресурсы. Иными словами следует всегда

учитывать, какую "цену" придется заплатить за получение требуемого результата.

Прокомментируем эту идею. Мы все ставим различные цели и многого хотим, однако, если мы не оцениваем предварительно имеющиеся в наличии ресурсы: физические, интеллектуальные, материальные, энергетические, информационные, финансовые, временные и т.п., то мы не сможем реализовать наши желания и цели. Забвение этого приводит (что часто наблюдается в жизни) к неосуществимым проектам, многочисленным долгосрочным программам, которые не дают реальных результатов, не говоря уже о моральных последствиях такого прожектерства.

Идея 4. При принятии решения в системах следует учитывать последствия решения для всех систем, которые оно затрагивает.

Обсудим эту идею. На практике часто наблюдается иная картина; кажется, что нет ничего легче, как принять решение на любом уровне, при этом рассуждают так: а зачем считаться с интересами других, если мне этого не хочется? Однако при реализации такого решения системы, интересы которых не учтены, начинают сопротивляться этому решению, и последнее не выполняется, причем последствия оказываются плачевными для того, кто принял решение. Системный подход предусматривает учет различных интересов и привлечение других систем к выработке решения, что позволяет получить наилучшее решение для большой системы и одновременно наилучшие возможные решения для составляющих систем. Плодотворность такого подхода можно подтвердить следующим фактом. В Японии, где системный подход получил широкое распространение, как и в других развитых странах, при принятии решения 90% времени тратится на его согласование со всеми, кого оно затрагивает, и 10% на его реализацию.

Обсудим основные задачи, решаемые системным анализом. При проектировании систем, важное место занимает проблема определения оптимальной организации. В частности, как известно, многие сложные системы имеют иерархическую организацию, так как централизованные обработка информации и принятие решений приводят к ошибкам из-за большого объема информации, задержек и искажений. С другой стороны, если уровней много, то возрастает ошибка рассогласования между отдельными уровнями. Ввиду неопределенности эта проблема может иметь различные решения. Для живых (биологических) систем основная проблема состоит в сохранении равновесия с окружающей средой. Изучение и разработка способов поддержания такого равновесия является одной из задач системного анализа. При проектировании технических,

или искусственных систем задача системного анализа состоит в разработке функциональной схемы, удовлетворяющей заданным целям. В системах, в состав которых входят люди (например, производственные системы, социальные системы и т.п.), необходим учет собственных целей и интересов людей, что влияет на организацию и управление такими системами. Поэтому задачей системного анализа является разработка теории иерархических многоуровневых систем. Одним из новых направлений является исследование нравственных проблем проектирования. Применение системного анализа позволяет разработать методы проектирования систем, основанные на новых принципах. Важное значение имеет системный анализ в разработке методов принятия решений в различной информационной среде.

1.2. Причины распространения системного подхода

Основная причина широкого распространения системного подхода – это наличие систем в окружающем мире. В какой бы сфере мы ни были заняты, нам приходится иметь дело с системами. Мы используем в обиходе, подчас не замечая, такие названия, как информационные системы, вычислительные системы, технические, транспортные, промышленные, экономические, социальные системы и т.п. Жизнь можно рассматривать как функционирование сложных систем, в которые человек пытается внести некоторый порядок посредством сознательной деятельности. Одни системы были созданы человеком, другие возникли независимо от него. Некоторые системы (например, семья) легко поддаются управлению, другие же, такие как политика или промышленность, охватывают всю страну и со временем все более усложняются, создавая большие трудности при управлении. Одни системы являются частной собственностью, другие принадлежат всему обществу. Даже при поверхностном рассмотрении можно установить общую характеристику систем – сложность. Последняя во многом обусловлена многообразной и многогранной деятельностью человека в этих системах. Сам человек является сложным системным объектом, а как член общества он взаимодействует с им же созданными сложными организациями. Он сталкивается с нарушениями упорядоченности при управлении различными сферами жизни и деятельности. Например, сокращение ресурсов, стихийные бедствия, нарушения экологии происходят в национальном и мировом масштабах. Ясно, что решение глобальных проблем нужно искать на путях широкого, целостного подхода, вместо того, чтобы вязнуть в трясине мелких решений, охватывающих лишь часть проблемы без учета взаимосвязи с другими системами. Системный подход – это методология управления системами, обеспечивающая такой широкий

охват. При системном подходе решения должны быть приемлемы для всех систем, для всех, заинтересованных в проблеме, благодаря тому, что общесистемное решение учитывает все особенности. Системные проблемы требуют системных решений, т.е. мы стремимся найти такие решения проблем более крупных систем, которые не только удовлетворяют целям подсистем, но и обеспечивают сохранение глобальной системы. Старые методы уже не пригодны для решения таких проблем. Системный подход дает такую возможность, так как он представляет собой и образ мышления и методологию изменения. В прикладном аспекте системный подход – это сочетание системного анализа, системного моделирования и системного управления.

Любые системы взаимодействуют с окружающей средой, т.е. другими системами. Технические системы с людьми, живые существа с природной средой (средой обитания) и другими живыми существами. Социальные системы (человек и его организации) с другими социальными системами. Как видим, центральной фигурой является человек (и его организации), активно взаимодействующий со всеми другими системами. Осознание человеком своей объединяющей роли в этом мире и составляет основу системного подхода. Поэтому проблема человека является в настоящее время центральной проблемой современного общества. Каждая система стремится поддержать равновесие со средой и действует так, чтобы уменьшить неопределенность в системе, сохранить себя как целое. Такое сохранение и происходит за счет взаимодействия с окружающей средой. Система «объект-среда» является замкнутой. Если связь прерывается система превращается из односвязной в двух- и более связную, ее целостность нарушается, и она сильнее подвержена разрушению. Системы «человек-среда» изучаются экологией. Трудность их изучения обусловлена неполнотой (неточностью) наших знаний о законах функционирования таких систем и невозможностью их детального исследования. Мы не можем изолировать или расчленить такую систему, как мы это делаем в научном исследовании. Поэтому единственным способом (инструментом) исследования является системный подход, применение его принципов. С другой стороны мы вынуждены упрощать, чтобы достичь понимания, уменьшить затраты и т.п., т.е. моделировать ситуацию с целью ее формализованного описания для решения некоторой проблемы.

Наиболее частое заблуждение при решении системных проблем кроется в магической силе моделей. Существует уверенность, что достаточно формализовать задачу, и тогда решение будет получено. Однако это не так. Приведем пример. Возьмем такую извечную российскую «малую» проблему как низкое качество дорог. Если мы попытаемся выяснить причины этой проблемы, то получим разные ответы от разных участников. Так дорожные строители назовут нехватку техники, материалов, недостаточное финансирование, неблагоприятные условия эксплуатации;

потребители (пешеходы и автомобилисты) – низкое качество работ, невнимание чиновников к этой проблеме, нецелевое использование выделяемых средств; чиновники – отсутствие финансирования, недостаток производственных мощностей и т.п. Действительные же причины состоят в отсутствии четкой цели, зашоренности мышления и неумении (или нежелании) учитывать интересы других участников. Понимание проблемы возможно только на пути совместной выработки решения и достижения приемлемых договоренностей (честность участников под сомнение не ставится). Здесь скрыто присутствует и еще один фактор – мышление человека, интересы различных групп, привычки, как говорят, сложившиеся стереотипы поведения. Они могут быть учтены и сглажены только при использовании системного подхода.

Более сложные (глобальные) проблемы, перечисленные выше, также имеют в своей основе неправильное (несистемное) мышление, привычку действовать, игнорируя интересы других участников проблемы. А это создает преграду на пути их решения.

Системный подход важен и еще в одном отношении, которое ускользает при невнимательном поверхностном взгляде. Он дает критерии для оценки решений и действий. Такие критерии появляются из условий и ограничений со стороны других («внешних») систем. Если мы замкнуты на себя, на ту узкую систему, интересы которой представляем, то такие критерии отсутствуют или их выбор весьма ограничен (субъективен), наше решение оказывается «хромающим» на одну, две и т.д. ног (в зависимости от числа систем-участников, интересы которых не приняты во внимание).

Возвращаясь к нашему примеру о качестве дорог, мы часто наблюдаем, что положен асфальт, но «забыли» про коммуникации; есть проезжая часть, но нет пешеходных дорожек; материалы, пригодные в средней полосе, используются в северных районах; есть основная дорога, но нет рокады и удобных развязок; дорога построена так, что загрязняет сельскохозяйственные угодья и т.д., не говоря уже об инфраструктуре дорог.

Сказанное выше еще более существенно для решения глобальных проблем. Возьмем, например, проблему человека в современном обществе.

Человеческое общество – это система, основанная на естественных объединяющих всех людей принципах, таких, как взаимопомощь, забота каждого о других людях, добровольный отказ от получения односторонних преимуществ в ущерб другим, уважение прав другого человека (впрочем, эти принципы подробно обсуждались философами, например, стоиками, Аристотелем, Цицероном). Если мы посмотрим с этих позиций на современное общество, то увидим, что оно действует по другим принципам: обман, ложь, стремление нажиться любой ценой за счет других и т.п. Поэтому скрепляющие людей естественные узы, лежащие в основе взаимопонимания, общения и взаимного влечения, ослабевают, и

общество распадается. Из общества людей оно превращается в общество зверей в человеческом облике. Девиз современного общества мог бы звучать так: «Государство обманывает граждан, граждане обманывают государство и друг друга». Возникает страх, если я не обману первым, то меня обманут, недоверие друг к другу и т.п. Организации людей превращаются в самодовлеющую силу. Как же решать эту проблему? Ясно, что здесь не помогут словесные штампы и заклинания типа «все люди равны», «все люди братья», «эманципация» и т.п. Нужно найти «золотую середину», пройти между Сциллой и Харибдой, почувствовать тонкую грань между безудержным уравниванием и освобождением с одной стороны и кастовой замкнутостью, сектантством с другой. Следует помнить, что мы не можем претендовать на знание «абсолютной истины», нам доступно лишь осознание ее проявлений в конкретных условиях. Легко совершить две ошибки. Первая состоит в том, что игнорируются исторически сложившиеся различия между группами людей (в культуре, религии, образе жизни, уровне развития, традициях). Вторая полярная ошибка состоит в том, что реально существующие различия педалируются и делаются главными, появляются группы «верных», заслоняя естественные принципы, объединяющие людей и подчеркивающие сходство между ними. Понимание, осознание общности, общих интересов применительно к конкретной проблеме и является исходной позицией системного подхода.

Рассмотрим в качестве примера проблему проектирования и строительства дорог. Ее участниками являются: органы государственной и исполнительной власти (заказчики), исполнители (строительные фирмы-подрядчики), экономическая система (поставщики, субподрядчики, фирмы-конкуренты, банки и кредитные организации), технологическая система (методы строительства, оборудование), потребители (автомобилисты, пешеходы), социальная система (население поселков, городов, регионов, где пролегает дорога), природная среда, система обеспечения и обслуживания (службы эксплуатации). Каждая из перечисленных систем определяет условия и ограничения, необходимые для правильного решения проблемы. Заказчики определяют ограничения по предельным затратам, срокам строительства, статусу дороги, пропускной способности, территории прокладки, географический район и т.п. Исполнители определяют ограничения по финансовым и трудовым затратам, условиям строительства (проживание, питание, удобства), оборудованию и методам строительства. Экономическая система определяет ограничения по рентабельности, эффективности, затратам, ценообразованию, прибыли. Технологическая система определяет ограничения на уровень техники строительства, технологическое оборудование, методы защиты территории. Социальная система определяет ограничения по защите территории населенных пунктов,

вблизи которых пройдет дорога (пешеходные дорожки, переходы, восстановление земельных угодий, защита от загрязнения, удобство проезда), следует также учитывать улучшение снабжения, поставок продукции, оживление торговли, повышение занятости населения. Природная среда определяет ограничения по физическим и экологическим факторам, маршруту пролегания дорог. Система обеспечения и обслуживания определяет ограничения на условия эксплуатации дороги, ее поддержание в нормальном состоянии. Наконец, потребители определяют ограничения по функциональным характеристикам дороги (пропускная способность, рядность, интенсивность движения, наличие развязок, указателей, удобство маршрута, средняя скорость движения и т.п.), инфраструктуре (зоны отдыха, станции технического обслуживания, автозаправочные станции и т.п.), стоимости проезда.

В качестве еще одного примера рассмотрим проблему адаптации национальных меньшинств в крупных городах. Ее участниками являются сами переселенцы, политическая система (органы законодательной и исполнительной власти, правоохранительные органы), экономическая система (работодатели, банки, кредитные организации), система обеспечения и обслуживания (аптеки, поликлиники, магазины, больницы, детские сады и ясли, дома отдыха, денежные выплаты и пособия), социальная система (слои и группы населения, профсоюзы, деятели культуры, товарищества собственников жилья, национальные диаспоры, религиозные конфессии), система образования (школы, лицеи, гимназии, вузы, центры переобучения и профессиональной ориентации), информационная система (пресса, радио, телевидение и т.п.).

Условия и ограничения, определяемые внешними системами в обоих приведенных примерах, должны быть учтены для получения разумного решения, что возможно только на пути системного подхода.

Следует отметить и еще одно преимущество системного подхода. Он позволяет определить правильную процедуру обсуждения и выработки решения. Часто мы наблюдаем при решении проблемы бесконечные споры по любому поводу, тогда как в действительности предмета спора нет. Мнения разных участников проблемы не противоречат, а дополняют друг друга, раскрывая проблему с разных сторон. Системный подход, как философия мышления, приучает уважать мнение собеседника, понимать мотивы (причины) его точки зрения, рассматривать свое мнение лишь как возможный элемент в общей системе мировоззрений. Ведь наше собственное мнение нередко основано на заблуждении, укоренившемся стереотипе, случайно услышанном или прочитанном и плохо понятом мнении других, и его подача как «истины в последней инстанции» выглядит довольно смешно. «Включение» рассуждения на основе системного подхода помогает преодолеть эти трудности.

В заключение отметим, что системный подход – это не догма, не слепое подражание шаблону, а умение делать обобщения, рассуждать и действовать в конкретных обстоятельствах. Системный подход подразумевает всегда несколько возможностей: принятие данного проекта, принятие альтернативного проекта, отказ от проекта данного типа и переключение на другие проблемы. Системный подход в настоящее время является «безальтернативным» методом решения «сложных» проблем современного общества. Эпитет «сложных» взят нами в кавычки, так как зачастую усложнение является искусственным и обусловлено недостаточным пониманием проблемы. «Мешающими» факторами для применения системного подхода являются незнание и лень, привычка принимать односторонние решения без подготовительной работы, обдумывания и обсуждения.

1.3. Системная парадигма

При решении проблем, связанных с системами, различают два подхода: улучшение систем и проектирование систем. Улучшение означает преобразование или изменение, которое приближает систему к стандартным, или нормальным, условиям работы. При этом предполагается, что система уже создана и порядок работы ее установлен. Процесс системного проектирования также включает преобразование и изменение, но отличается от улучшения в целях, масштабах, методологии и результатах. Системное проектирование – это творческий процесс, который ставит под сомнение предпосылки, лежащие в основе старых решений; оно требует нестандартного подхода, чтобы получить новые решения. Методы, используемые для улучшения систем, базируются на аналитическом методе, и их называют аналитической парадигмой. Методы, применяемые для проектирования систем, имеют основой теорию систем, и их называют системной парадигмой. Сравнение двух методологий дано в табл. 1.

Улучшение системы – процесс, обеспечивающий работу системы согласно ожиданиям (проект системы определен и установлен). В процессе улучшения решаются следующие проблемы:

- система не соответствует поставленным целям;
- система не обеспечивает прогнозирование результатов;
- система не работает так, как первоначально предполагалось.

Процесс улучшения систем характеризуется следующими шагами:

1) определяется задача и устанавливается система и составляющие ее подсистемы;

2) путем наблюдения определяются реальные состояния, условия работы или поведение систем;

3) реальные и ожидаемые условия работы систем сравниваются, чтобы определить степень отклонения (это предполагает наличие стандарта или спецификации);

4) в рамках подсистем строятся гипотезы относительно причин этого отклонения;

5) из известных фактов методом дедукции делаются выводы, большая проблема разбивается на подпроблемы путем редукции.

Эти шаги являются результатом применения аналитического метода (подхода). Улучшение системы осуществляется путем интроспекции, т.е. мы идем внутрь от системы к ее элементам и исходим из того, что решение проблемы лежит в границах самой системы, т.е. все отклонения вызваны дефектами в элементах системы и их можно объяснить специфическими причинами. Функции, назначение, структура и взаимодействие с другими системами при этом под сомнение не ставятся. Метод улучшения систем предоставляет ограниченные возможности. При таком подходе предпочтительными решениями проблем в сложных системах являются решения, "лежащие на поверхности".

Метод улучшения систем основан на поиске решения проблемы внутри системы без учета ее взаимосвязей с другими. Улучшение работы не является длительным, особенно, если система сложная, так как основано на постоянных стандартах. Часто метод базируется на ошибочных предположениях и целях, не учитывает побочные эффекты, "внешние" (косвенные) издержки.

Системное проектирование отличается от улучшения систем исходными посылками и используемыми методами. Методологией системного проектирования является системный подход, основанный на следующих положениях:

1) проблема определяется с учетом взаимосвязи с большими (супер) системами, в которые входит рассматриваемая система, и с которыми она связана общностью целей;

2) цели системы обычно определяются не в рамках подсистем, а их следует рассматривать в связи с более крупными системами или системой в целом;

3) существующие проекты следует оценивать величиной вмененных издержек или степенью отклонения системы от оптимального проекта;

4) оптимальный проект обычно нельзя получить путем внесения небольших изменений в существующие принятые формы. Он основан на планировании, оценке и принятии таких решений, которые предполагают новые и положительные изменения для системы в целом;

5) системный подход и системная парадигма основаны на таких методах рассуждений, как индукция и синтез, которые отличаются от методов дедукции, анализа и редукции, используемых при улучшении систем;

б) планирование представляет собой процесс, в котором планировщик берет на себя роль лидера, а не ведомого. Планировщик должен предлагать решения, которые смягчают или даже устраняют, а не усиливают нежелательные воздействия и тенденции предыдущих проектов систем.

Таблица 1

Сравнение двух методологий:
улучшение систем и проектирование систем

Параметры сравнения	Улучшение систем	Проектирование систем
Условия работы системы	Проект принят (выбран)	Проект под вопросом
Объекты исследования	Субстанция, содержание, структура и причины	Структура и процесс, метод
Парадигма ¹	Анализ системы и подсистем (аналитический метод или аналитическая парадигма)	Цель и функция (системная парадигма)
Метод рассуждений	Дедукция ² и редукция ³	Индукция ⁴ и синтез ⁵
Результат	Улучшение существующей системы	Оптимизация системы
Методика	Определение причин отклонений реальной работы системы от запланированной	Определение различий между реальным и оптимальным проектами
Основной акцент	Объяснение прежних отклонений	Прогнозирование будущих результатов
Подход	Интроспективный от системы внутрь	Экстропспективный от системы наружу
Роль планировщика	Ведомый: следует существующим тенденциям	Лидер: оказывает влияние на тенденции

¹ Парадигма (греч. *paradeigma*) – пример, образец, главный принцип – совокупность методологических предпосылок, определяющих выбор проблем и являющихся моделью, образцом для решения задач.

² Дедукция (лат. *deductio* - выведение) – способ рассуждения (вывод) от общего к частному.

³ Редукция (лат. *reductio* – отодвигание назад, возвращение) – метод приведения сложного к более простому, целого к части, восстановление начального состояния объекта по конечному.

⁴ Индукция (лат. *inductio* - наведение) - метод рассуждения (вывод) от частного к общему, от частей к целому.

⁵ Синтез (греч. *synthesis* - соединение) – метод (процесс) объединения частей в единое целое.

Таким образом, основное отличие двух методологий состоит в том, что метод улучшения приводит к частным, ограниченным, краткосрочным решениям, так как не учитывает возмущающее воздействие внешних систем (окружения), в результате конфликт системы с окружением возрастает.

Метод системного проектирования, наоборот, позволяет получить оптимальные, долгосрочные решения, так как учитывает влияние внешних систем, в результате достигается гармония системы с окружением.

Следует иметь в виду, что многие требования к проектируемой системе противоречивы: за совершенство функции приходится платить потерей адаптивности, за высокую надежность – увеличением инерционности и т.п. Поиск «золотой середины» и акцент на достижение компромисса – одно из важных преимуществ системного подхода к проектированию.

Основное методологическое отличие двух подходов состоит в том, что метод улучшения учитывает внутренние ограничения и делает акцент на возможности системы, метод системного проектирования учитывает прежде всего внешние ограничения и делает акцент на требования внешних систем.

Плодотворность применения системного подхода в различных областях достигается за счет использования следующих принципов:

- всесторонности рассмотрения изучаемого объекта и учета действующих факторов (принцип полноты);
- возможности рассмотрения систем и влияющих факторов во взаимосвязи и развитии (принцип взаимосвязи и развития);
- возможности установления взаимных пропорций систем и их элементов и выделения главных (приоритетных) компонентов (принцип пропорциональности);
- широкого применения аналогии⁶ и гомологии⁷ и выявления общих черт в структуре, функциях, методах описания и моделях объектов (принцип типизации).

Принцип полноты дает возможность оперировать достаточно представительным множеством "реалистичных" моделей изучаемой системы. Принцип взаимосвязи и развития позволяет рассматривать достаточно сложные модели объекта и разумно ограничить их сложность на выбранном уровне анализа, определить тенденции развития и место

⁶ Аналогия (греч. analogia - соответствие) – сходство нетождественных объектов в некоторых признаках, сторонах. Умозаключение по аналогии – вывод о наличии определенного признака у одного объекта на основании сходства с другим объектом в некоторых других признаках.

⁷ Гомология (греч. homoiōs – подобный, logos - закон) – подобие моделей (законов) объектов (процессов). Например, между процессами распространения электрических зарядов, тепла и диффузии частиц имеется гомология, так как эти процессы описываются подобными уравнениями при соответствующей замене переменных.

объекта в более общей системе. Используя принцип пропорциональности, можно упростить задачу без ущерба для общности и определить свойства оптимальных решений. Принцип типизации позволяет провести классификацию объектов, их унифицированное описание, а также установить инварианты.

Применение системного подхода дает возможность сформировать в соответствии с иерархией целей иерархически упорядоченную совокупность взаимосвязанных объектов для данной предметной области. Кроме того, применение системного подхода позволяет выделить относительно независимые (максимальные) в целевом отношении системы из рассматриваемой совокупности и анализировать их с точки зрения построения "идеальной" системы или системы, оптимальной для достижения поставленных целей.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [6, 10, 12, 16, 21, 23, 33,36,37,38,43,44,46,53].

ГЛАВА 2. СИСТЕМЫ И ИХ СВОЙСТВА

- Разве имя должно что-то значить? - проговорила Алиса с сомнением.
- Конечно, должно, - ответил Шалтай-Болтай.
- Возьмем, к примеру, мое имя - оно выражает мою суть! Замечательную и чудесную суть!

Льюис Кэрролл (Алиса в Зазеркалье)

2.1. Определение системы

Система – совокупность (множество) элементов, между которыми имеются связи (отношения, взаимодействие). Таким образом, под системой понимается не любая совокупность, а упорядоченная. Если собрать вместе (объединить) одно- или разнородные элементы (понятия, предметы, людей), то это не будет системой, а лишь более или менее случайным смещением. Считать ту или иную совокупность элементов системой или нет, зависит также во многом от целей исследования и точности анализа, определяемой возможностью наблюдать (описывать) систему. Например, для проектировщика или испытателя автомобиль – система, а для пассажира – средство передвижения (вид транспорта). Имеется много определений понятия "система". Основная трудность состоит в том, что для полного определения этого понятия необходимо указать формальные признаки, позволяющие отличить систему от "не-системы". В качестве таких признаков наиболее часто используют число взаимосвязанных элементов, способ описания поведения системы, отсутствие формальной математической модели функционирования и т. п. Эти признаки порождают множественность классификации систем. Так по числу элементов различают малые системы ($10 - 10^3$), сложные ($10^4 - 10^7$), ультрасложные ($10^7 - 10^{20}$) и суперсистемы ($10^{20} - 10^{200}$). По способу описания – детерминированные (поведение которых описывается однозначной функцией), статистические (поведение которых описывается в терминах распределения вероятностей) и нечеткие (поведение которых описывается нечеткими словесными высказываниями типа "достаточно высокий", "большой", "значительный" и т.п.).

Говоря о системе, будем выделять три основных признака:

1) признак иерархичности (вложения): система – это совокупность элементов, которые сами могут рассматриваться как системы, а исходная система – часть более общей системы, т.е. система рассматривается как часть иерархии систем. Например, автомобиль может рассматриваться как часть автомобильного предприятия или часть транспортных средств города и т.д.

2) признак функциональной целостности: для системы характерно наличие интегративных свойств, которые присущи системе, но не свойственны ни одному из ее элементов в отдельности или их сумме («целое больше суммы частей»). Например, перевозить может автомобиль, измерять прибор, но не их отдельные части или сумма частей.

3) признак существенности: для системы характерно наличие существенных связей между элементами (скопление разрозненных частей не является системой).

Все три признака тесно связаны друг с другом, и наличие одного из них влечет за собой наличие двух остальных. Систему можно уподобить слаженному оркестру, в котором каждый участник (часть системы) действует в согласии с остальными для достижения общей цели.

Таким образом, понятие системы является многогранным и зависит от цели, которая ставится исследователем, и от тех отношений, которые при этом возникают у изучаемого объекта с другими системами. Приведем несколько примеров. Автомобиль может рассматриваться как часть системы диагностирования, если целью является определение неисправностей и причин отказов. Он же является частью автотранспортного предприятия, если целью является составление плана перевозок грузов (пассажиров) или частью транспортной системы города (региона), если целью является изучение транспортных потоков, оптимизация маршрутов движения, строительство новых дорог, загрязнение среды и т.п.

Сложные системы обладают большим числом связей с другими системами. Например, вуз может рассматриваться на разных срезах. Как часть системы образования, если речь идет о путях повышения уровня знаний и культуры людей, определении форм обучения, наиболее приемлемых для общества, разработке программ обучения. Как часть экономической системы при рассмотрении проблемы подготовки квалифицированных кадров для промышленности и оплаты их труда, финансирования целевой подготовки кадров. Как часть социальной системы, если рассматриваются проблемы развития общества в целом. Как часть политической системы, если рассматриваются проблемы обеспечения национальной безопасности, выделения ассигнований на развитие образования и перспектив развития системы образования.

Любая система может использоваться для достижения различных целей, при этом ее роль меняется. Возвращаясь к примеру с автомобилем, в первом случае автомобиль – это входной элемент системы диагностирования, во втором – составная часть транспортного потока, в третьем – часть экосистемы. Точно так же вуз в первом случае – составная часть системы образования, во втором – ресурс экономической системы, в третьем – необходимый элемент общества, обладающий преобразовательными возможностями. Существует еще одна тонкость, на

которую часть не обращают внимания. Определение конкретной системы должно быть таким, чтобы оно позволяло оценить (измерить) ее результаты (выходы), т.е. должно быть конструктивным. Применительно к автомобилю можно дать следующее определение: «Автомобиль – это техническая самодвижущаяся система, предназначенная для доставки объектов (грузов, пассажиров) в пункт назначения за определенное время». Применительно к вузу: «Вуз – это социальная система (организация людей), предназначенная для подготовки образованного человека (квалифицированного специалиста) в определенной области знаний за определенное время». Определение показывает связь системы с ее входными элементами. Оба определения относятся к типу систем, сходных по назначению (главной функции), причем детальная структура игнорируется. С позиций системного подхода неважно, например, сколько колес имеет автомобиль или как он управляется; точно так же не имеет значения, какие факультеты имеются в вузе или по каким программам проводится обучение. Это зависит от отношений определяемой системы с другими внешними системами.

Изучение взаимосвязей (отношений) системы с другими системами позволяет установить критерии, по которым следует оценивать результаты работы (выходы) системы. Так, изучение взаимосвязей автомобиля с потребителями определяет функциональные и эргономические критерии (вместимость, скорость, мощность двигателя, удобство управления, комфорт, дизайн, безопасность и т.п.); с технологической системой – «моральный износ», ресурс; с системой обеспечения и обслуживания – ремонтпригодность, взаимозаменяемость элементов; с природной средой – проходимость, «экологическую чистоту»; с социальной – влияние на здоровье людей, степень «дискомфорта», уровень шума и выхлопов и т.п.

Еще более сложной оказывается задача установления критериев оценки результатов для вуза. В больших системах наблюдается тенденция подмены всего множества критериев количественными критериями, зачастую характеризующими только затраты. Например, работу вуза оценивают по количеству изданной учебной и методической литературы, числу дипломников и аспирантов и т.д. При этом игнорируются (часто по незнанию и лени) такие критерии, как навык самостоятельного мышления выпускника, связность (системность) полученных знаний, степень интеллектуального развития, широта кругозора и эрудиция и т.п. Изучение связей вуза с другими системами позволяет сформировать достаточно полный список критериев, позволяющий объективно оценить результаты. Например, отношение вуза со студентами (потребителями) оценивается такими критериями, как стоимость обучения, необходимые для этого усилия, рейтинг вуза, престижность, время обучения, сложность обучения, возможность получить работу по специальности и т.п. Экономическая система дает критерии: уровень затрат, требования к перечню

специальностей и качеству подготовки, дотации, субсидии на целевую подготовку специалистов. Система образования: оплата труда преподавателей, формальные требования соответствия (статус) вуза, поддержка бесплатного образования. Социальная система дает широкий спектр критериев качества подготовки выпускников как членов общества.

Для полной идентификации системы необходимо, кроме целей, определить ее структуру и поведение. Характерной особенностью любой достаточно сложной системы является структурная избыточность. Для технических систем, например, автомобиля, она реализуется в виде резервирования отдельных элементов системы. Для больших систем, например, вуз, характерна определенная «критическая» размерность. Если размерность снижается до критического уровня, то это может сказаться на способности системы выполнять свои функции и даже создать угрозу существованию системы. Для вуза, например, структурная избыточность проявляется в наличии спектра кафедр, лабораторий, учебных классов, которые хотя и используются «время от времени», тем не менее способствуют устойчивости работы системы, что и смягчает последствия снижения размерности. Если число этих элементов вуза резко сократить, то система не сможет функционировать нормально. То же самое наблюдается и для системы образования: если резко сократить число вузов, снизить государственную поддержку бесплатного образования, то система образования не сможет выполнять свою основную функцию.

Говоря о поведении системы, следует иметь в виду, что для любой системы характерна функциональная стабильность (адаптивность). Она обеспечивается наличием циклов обратной связи между элементами системы, а также между самой системой и внешними системами. Для технических систем (например, автомобиля) внутренние циклы предусмотрены в функциональной схеме. Внешние циклы, например, с водителем, с окружающей средой позволяют сохранять назначение (главную функцию) автомобиля при изменении внешних условий. В полной мере это относится к большим системам, например, вуз. Внутренние циклы обратной связи существуют между преподавателями и студентами, между кафедрами, между преподавателями и руководством вуза. Внешние циклы с экономической системой, системой образования, социальной системой и т.п. позволяют сохранять назначение вуза. Если циклы обратной связи нарушаются, то система превращается из односвязной в многосвязную, теряет целостность и способность выполнять свою функцию в полном объеме, хотя «по инерции» еще может продолжать функционировать.

Второй механизм, обеспечивающий функциональную стабильность, состоит в возможности диверсификации, расширения функций, поля деятельности. Например, для автомобиля он проявляется в виде возможности сохранять главную функцию (назначение) при различных

условиях эксплуатации, в различной физической среде. Эту возможность обеспечивает структурная избыточность системы. Для вуза механизм диверсификации проявляется в возможности выполнения дополнительных образовательных программ, подготовки специалистов различного уровня и назначения при изменяющихся требованиях внешних систем. И здесь также необходима структурная избыточность системы («запас по размерности»).

2.2. Классификация систем

Системы можно классифицировать по разным признакам. В соответствии с типом используемых в них величин системы делятся на *физические* и *абстрактные* (концептуальные). К физическим относятся системы, у которых величины измеримы, т.е. все реально существующие системы. Элементами абстрактных систем могут быть понятия, уравнения, переменные, числа и т.п. Примером понятийной (концептуальной) системы является язык как средство общения. К абстрактным системам относятся также язык программирования, система чисел, система уравнений и т.п. Элементами системы могут быть объекты: так, в автомобиле или стиральной машине объектами служат отдельные части. Такие системы называются *техническими*: станок, компьютер, магнитофон и т.п. Элементами системы могут быть субъекты, например, игроки в хоккейной команде, сотрудники в лаборатории. Такие системы называются *социальными*: учебная группа, партия, профсоюз, институт и т.п. Наконец, система может состоять из понятий, объектов и субъектов, как в системе "человек-машина", включающей все три вида элементов. Эти системы представляют наибольший интерес с точки зрения практической деятельности и называются *организационно-техническими*, *человеко-машинными* или *большими техническими системами*. Например, фирма, транспортная система, энергетическая система и т.п. Их особенностью является наличие в их составе сложной управляющей подсистемы. Таким образом, система может состоять из других систем, которые называются ее подсистемами. В большинстве случаев приходится иметь дело с большими, высокоорганизованными системами, которые включают в себя другие системы. Такие системы будем называть общими системами или системами в целом. Оперировать такими системами нелегко, так как мы не знаем, до какого предела осуществлять декомпозицию системы, т.е. разбивать ее на подсистемы, или до какого предела продолжать "построение" большой системы. В зависимости от типа элементов системы можно разделить на *естественные* и *искусственные* (созданные людьми), *живые* и *неживые*. Примерами естественных живых систем являются дерево, животное, человек. К естественным неживым системам относятся, например, планетарные (звездные) системы (Солнечная система,

Галактика), горная система, система минералов, водная система и т.п. Примерами искусственных живых систем являются системы, полученные селекцией (искусственные сорта растений), методом генной инженерии (новые виды живых организмов), а также социальные системы. К искусственным неживым относятся технические системы. Системы, свойства которых не меняются со временем, называются *статическими*, в противном случае – *динамическими*. Динамическими являются системы с изменяющейся организацией, развивающиеся системы. К статическим относится большинство технических систем, так как их назначение (функция) не меняется со временем. К динамическим относятся социальные и организационно-технические системы. С точки зрения наблюдаемых величин, используемых для описания системы, и их распределения во времени различают *дискретные*, *непрерывные* и *импульсные* системы. К дискретным системам относятся системы, величины в которых имеют конечное число различных дискретных значений и могут быть определены лишь в дискретные моменты времени. В этом случае отношения между величинами можно задать с помощью выражений (уравнений) алгебры логики, вообще говоря, многозначной. Дискретными являются, например, технические системы. К непрерывным системам относятся системы, в которых величины и время рассматриваются как непрерывные переменные. При этом отношения между величинами выражаются дифференциальными уравнениями. Примерами непрерывных систем являются процессы, происходящие в живой и неживой природе: круговорот воды, фотосинтез у растений, ассимиляция и диссимиляция у животных и человека, сама жизнь и т.п. В импульсных системах величины рассматриваются как непрерывные переменные, но их значения известны лишь в дискретные моменты времени. Импульсные системы получаются при моделировании непрерывных систем. В этом случае из-за ограниченной точности измерений мы фактически имеем дело с первым случаем. Допущение о непрерывности вводится, чтобы проще выразить отношения между переменными (эти проблемы рассматриваются в теории интерполяции). При замене непрерывных переменных дискретными значениями важную роль играет теорема Уиттекера (1915г.), известная в отечественной литературе как теорема Котельникова: любая непрерывная функция времени, имеющая частотный спектр с верхним пределом f_{\max} допускает точную замену конечным числом ее значений, записанных в интервалах времени $\Delta t = 1/(2f_{\max})$.

Системы с конечным числом величин, элементов и связей между ними называются *ограниченными*. Если одно из этих множеств бесконечно, то – *неограниченными*. Физические системы ограничены, абстрактные могут быть неограниченными. С точки зрения взаимодействия между системой и

окружающей средой различают *закрытые* и *открытые* системы (см. ниже).

При изучении поведения систем часто пользуются понятиями алгоритм, алгоритмичность. Под алгоритмом при этом понимается конечная последовательность общепринятых предписаний, формальное исполнение которых (т. е. не требующее изобретательности) позволяет за конечное время получить решение некоторой задачи или класса задач. Поэтому с точки зрения моделирования поведения систем, важную роль играет класс систем, называемых *автоматами*¹. К ним относятся системы, в которых входные и выходные величины заданы заранее, и поведение которых выступает как зависимость выходных величин от входных. Множество значений входных величин в данный момент времени называется стимулом, а выходных – реакцией. Основным признаком автомата является действие по заданному алгоритму, так что результат может быть определен заранее по известным входным воздействиям. К классу автоматов можно отнести все технические системы (станок, автомобиль и т.п.). К живым системам это понятие применимо с оговорками, так как эти системы характеризуются способностью варьировать поведение при воздействии окружающей среды, способностью накопления полезных признаков и изменчивостью, а также способностью к обучению. Интеллектуальные системы, прежде всего человек и его организации, не относятся к классу автоматов. Хотя человек и может вести себя как автомат в некоторых ситуациях, но в целом ему присуща способность к рассуждению, и его поведение определяется не только (или не столько) входными воздействиями, а, главным образом, системой ценностей и целями, к которым он стремится. Различают несколько типов поведения автоматов:

1. *Детерминированное поведение*: реакция в данный момент однозначно определяется стимулом в данный момент, а в некоторых случаях и прошлыми стимулами и реакциями. Детерминированное поведение называется комбинаторным, если реакция в данный момент зависит лишь от стимула в данный момент, и последовательным, если существуют реакции, зависящие от прошлых значений некоторых величин.

2. *Случайное поведение*: реакция статистически зависит от действующего в данный момент стимула и от прошлых стимулов и реакций. Случайное поведение является простым, если реакция в данный момент зависит от стимула в данный момент, и сложным, если существуют реакции, зависящие от прошлых значений величин.

3. *Нечеткое поведение*: зависимость реакции от стимула выражается в форме нечетких высказываний. Например, "если изменение стимула

¹ Слово «автомат» происходит от греческого «αυτοματος» - сам собою движущийся, сам собою случающийся, сам собой.

существенное, то реакция значительная". По аналогии со случайным различают простое и сложное нечеткое поведение.

Таким образом, общая классификация систем должна учитывать многие аспекты и малонаглядна. Поэтому понятно стремление построить классификацию, которая позволяла бы описать все системы (или большую их часть), на основе нескольких общих признаков. Наиболее известные классификационные схемы принадлежат С.Биру и К.Боулдингу. Первая классификация (по С.Биру), дополненная автором данной книги (последняя строка таблицы), приведена в табл.2. Эта классификация учитывает два основных аспекта системы: сложность и способ описания.

Таблица 2

Классификация систем по С.Биру

Система	1.Простая	2.Сложная	3.Очень сложная
1.Детерминированная	Оконная задвижка Проект механических мастерских	Цифровая ЭВМ Автоматизация	
2.Вероятностная	Подбрасывание монеты Движение медузы Статистический контроль качества продукции	Хранение запасов Условные рефлексы Прибыль промышленного предприятия	Экономика Мозг Деятельность фирмы
3.Нечеткая		Человек Поведение человека, его мышление Качество жизни	Социальные системы и социальные организации Трансценденталь- ные системы, или системы вне нашего познания

В классификации С.Бира системы 1.1., 1.2., 2.1. и 2.2. могут быть отнесены к классу автоматов, причем системы 1.1. имеют детерминированное комбинаторное поведение, 1.2. – детерминированное последовательное, 2.1. – случайное простое, 2.2. – случайное сложное. Системы 2.3., 3.2., 3.3. не относятся к классу автоматов, хотя и могут быть описаны моделями автоматов с нечетким поведением.

Вторая классификация (по К.Боулдингу) построена с учетом сложности организации систем.

Классификация систем по К. Боулдингу

1. Неживые системы.

1.1. Статические системы, называемые остовами

1.2. Простые динамические структуры с заданным движением, присущие окружающему нас физическому миру. Эти системы называют часовыми механизмами.

1.3. Кибернетические системы с управляемыми циклами обратной связи, называемые термостатами.

2. Живые системы.

2.1. Открытые системы с самосохраняемой структурой. Уровень клеток – первая ступень, на которой возможно разделение на живое и неживое.

2.2. Живые организмы с низкой способностью воспринимать информацию (растения).

2.3. Живые организмы с более развитой способностью воспринимать информацию, но не обладающие сознанием (животные).

2.4. Люди, характеризующиеся самосознанием, мышлением и нетривиальным поведением.

2.5. Социальные системы и социальные организации.

2.6. Трансцендентальные системы, или системы, лежащие в настоящий момент вне нашего познания.

В классификации К.Боулдинга неживые системы относятся к классу автоматов; системы 2.1., 2.2. могут быть описаны этой моделью с определенной степенью приближения; системы 2.3. – 2.6. имеют более сложное поведение.

Еще одна классификация, претендующая на определенную степень общности, принадлежит Дж. Миллеру. Автор выделяет семь уровней иерархически связанных живых систем, различающихся сложностью структуры и поведения: клетка, орган, организм, группа, организация, общество, межнациональная система. Миллер сделал попытку определить общие подсистемы (элементы), важные для протекания жизненных процессов в системах.

Классификация Дж. Миллера

1. Подсистемы, перерабатывающие как материально-энергетическую субстанцию, так и информацию:

1.1. Повторитель; 1.2. Ограничитель.

2. Подсистемы, перерабатывающие лишь материально-энергетическую субстанцию:

2.1. Поглотитель; 2.2. Распределитель; 2.3. Преобразователь; 2.4. Генератор; 2.5. Накопитель вещества и энергии; 2.6. Эжектор;

2.7. Двигатель; 2.8. Вспомогательные и резервирующие подсистемы.

3. Подсистемы, перерабатывающие только информацию:

3.1. Входной преобразователь; 3.2. Внутренний преобразователь; 3.3. Канал и сеть; 3.4. Дешифратор; 3.5. Распознаватель; 3.6. Память; 3.7. Блок принятия решений; 3.8. Кодированное устройство; 3.9. Выходной преобразователь.

Как видно, приведенная классификация задает элементы конструктора, из которых можно синтезировать системы разной сложности. По сути используются модели автоматов для решения задачи синтеза систем. Такой подход является механистическим и имеет ограниченную применимость, так как не позволяет в полной мере учесть качественные различия между системами разных уровней. Рассмотрим в виде примера возможность описания университета заочного обучения, в котором студенты не получают стипендию, моделями Миллера. Университет можно отождествить с организацией, передающей информацию студентам. Используя признак иерархии, университет можно описать совокупностью моделей (функциональные связи мы не рассматриваем): университет $U = \{\{F\}, UAS\}$, факультет $F = \{\{D\}, FAS\}$, кафедра $D = \{\{L\}, \{S\}, DAS\}$, преподаватель $L = \{\{3.1.\}, \{3.2.\}, 3.3., 3.4., 3.5., 3.6., 3.7., 3.8., 3.9.\}$. Студент S описывается той же моделью, что и преподаватель. Система управления кафедры $DAS = \{3.1., 3.7., 3.9.\}$, дистанционная система обучения $TDS = \{\{L\}, \{S\}, 3.1., 3.2., 3.8., 3.3., 3.4., 3.5., 3.9.\}$, где UAS – система управления университета, FAS – система управления факультета. Аналогично описываются и другие системы. Конкретная интерпретация типовых элементов зависит от природы моделируемой системы. Например, элементы 3.1. для систем L и S – это органы чувств, для DAS – это люди, для TDS – технические устройства. Установление других соответствий предоставляем читателю.

Мы ограничились рассмотрением функциональной составляющей университета, т.е. функцией переработки информации, осуществляемой подсистемами третьего типа согласно классификации. Полная модель университета содержит также подсистемы первого и второго типов. Например, к первому типу относятся финансовые службы (деньги и отчетность), ко второму – инженерно-техническое, вспомогательное и лабораторное оборудование. Они могут быть представлены с определенной степенью приближения типовыми элементами с позиций выполняемых ими функций. Читатель может сделать это самостоятельно в качестве упражнения.

2.3. Понятия, характеризующие системы

Элементы являются составными частями каждой системы. Они могут быть в свою очередь, системами, тогда они называются подсистемами. Элементы систем могут быть естественными и искусственными, живыми и неживыми. Большинство систем включают и те, и другие элементы. Элементы, поступающие в систему, называются входными, а выходящие из нее – выходными.

Процесс преобразования. В организованных системах идет процесс преобразования, в ходе которого элементы изменяют свое состояние. В процессе преобразования входные элементы трансформируются в выходные. В организованной системе полезность (ценность) входных элементов при этом увеличивается. Если же в процессе преобразования полезность элементов уменьшается, то затраты в системе увеличиваются, а ее эффективность уменьшается.

Входные элементы(входы), ресурсы и затраты. Входными называются элементы, поступающие в систему, для которых система предназначена, например, для измерительного прибора – измеряемая величина; для компьютера – исходная информация о задаче; для автомобиля – объект перевозки (груз, пассажир) и т.п. Различия между входами и ресурсами незначительны и зависят лишь от точки зрения и условий. В системном анализе они определяются с позиций назначения системы. Входные элементы, как правило, преобразуются в системе, а ресурсы расходуются (используются). В общем случае ресурсы подразделяются на материальные (например, топливо в автомобиле), энергетические, информационные, финансовые (деньги), временные, физические (усилия). Например, студенты, входящие в систему образования, являются входными элементами, а преподаватели - один из ресурсов, используемых в процессе преобразования. В рамках большой системы (общество) студенты, получившие образование, преобразуются в ресурсы, когда становятся активными членами общества. Вообще личный состав (преподаватели, обслуживающий и административный персонал), капитал (который включает землю, оборудование, помещения, снабжение), талант, квалификация, информация могут рассматриваться как входные элементы или как ресурсы, используемые в системе образования. Определяя входные элементы и ресурсы систем, важно указать, контролируются ли они проектировщиком системы, т.е. следует ли их рассматривать как часть системы или как часть окружающей среды. При оценке эффективности системы входные элементы и ресурсы обычно относят к затратам. Затраты – это количественная оценка расхода ресурсов в принятых единицах, например для автомобиля – это оценка расхода топлива, денег, времени, усилий на перевозку.

Выходные элементы (выходы), результаты и прибыль. Выходными

называются элементы, выходящие из системы и представляющие собой, как правило, результат процесса преобразования в системе. Например, для измерительного прибора выход – результат измерения, для компьютера – результат решения задачи (информация о решении), для автомобиля – объект перевозки (груз, пассажир), доставленный в пункт назначения. Под результатами понимаются положительные последствия (политические, социальные, экономические и т.п.) функционирования системы. В частности, для технических систем они могут оцениваться как экономия денег, времени, усилий, положительные эмоции и т.п. Например, для автомобиля – это сам факт перевозки, а также экономия на и за счет перевозки для систем верхнего уровня. Отрицательные последствия принято относить к затратам. Например, автомобиль загрязняет среду – это тоже последствие, но отрицательное, которое относят к затратам, как дополнительный расход денег, времени, усилий на предотвращение загрязнения, либо на восстановление среды. При оценке эффективности системы выходы и результаты обычно относят к прибыли. Прибыль – это количественная оценка результатов в принятых единицах (аналогично затратам), например, для автомобиля – это оценка экономии денег, времени и усилий за счет перевозки для систем верхнего уровня.

Окружающая среда. Установление границ совершенно необходимо, когда мы изучаем системы. Установление границ определяет, какие системы можно считать находящимися под контролем лица, принимающего решения (ЛПР), а какие остаются вне его влияния. Однако, как бы ни устанавливались границы системы, нельзя игнорировать ее взаимодействие со средой, так как принятые решения в этом случае могут оказаться бессмысленными. Окружающая среда — совокупность систем, изменение свойств которых влияет на рассматриваемую систему, а также систем, свойства которых меняются под воздействием рассматриваемой системы. Системы, у которых взаимодействие с окружающей средой полностью отсутствует, называются *абсолютно закрытыми*. Примерами таких систем являются абстрактные (модельные) системы, используемые в математике и физике. Системы, у которых это взаимодействие мало (т.е. рассматривается как малый параметр) – *относительно закрытыми*. Примером таких систем является большинство технических систем. Системы, у которых взаимодействие с окружающей средой существенно, называются *открытыми*. К ним относятся социальные и организационно-технические системы. Открытые системы (или их части), которые подвергаются изучению, называются объектами. Взаимодействие системы с окружающей средой схематично представлено на рис. 1, при этом система рассматривается как объект, погруженный в окружающую среду.

Назначение и функция. Назначение – это функция, для выполнения которой система пригодна в наибольшей степени. Неживые системы не имеют явного назначения. Они получают специфическое назначение, или

наделяются функцией, когда вступают во взаимоотношения с другими подсистемами в рамках большой системы. Таким образом, связи подсистем между собой и с системой в целом очень важны при изучении систем. Для технических систем назначение очевидно, так как они создаются для выполнения определенной функции, например, измерительный прибор – для измерения, компьютер – для обработки информации, автомобиль – для перевозки и т.п. Однако, когда мы переходим к более сложным системам – социальным, организационно-техническим, то ясность утрачивается. Даже назначение одного человека нам не известно, тем более это относится к объединениям людей, что создает неопределенность при проектировании таких систем.

Признаки. Системы, подсистемы и их элементы обладают признаками (атрибутами, свойствами, характеристиками). Признаки могут быть "количественными" или "качественными". В зависимости от такого деления определяется и подход к их измерению. "Качественные" признаки труднее измерить чем "количественные". Термин "признак" иногда используют как синоним "мера эффективности", хотя признак и его меру следует различать. Чем сложнее система, тем труднее измерить ее свойства точными числами. Для социальных и организационно-технических систем используются интервальные, балльные или словесные (нечеткие) оценки.

Задачи и цели. При проектировании систем первостепенное значение имеет определение их задач и целей. По мере того, как мы отходим от абстрактных рассуждений, установление назначения системы становится более четким и рабочим. Формулирование конкретной цели является очень важным при решении задачи. Цель – это назначение системы с учетом условий и ограничений задачи. Большинство систем, являются многоцелевыми, так как для любой системы можно составить несколько наборов ограничений. Определение цели позволяет сформировать исходное множество допустимых систем (решений) для достижения этой цели (рис. 2), при этом функция выбора уточняется (рис.3).

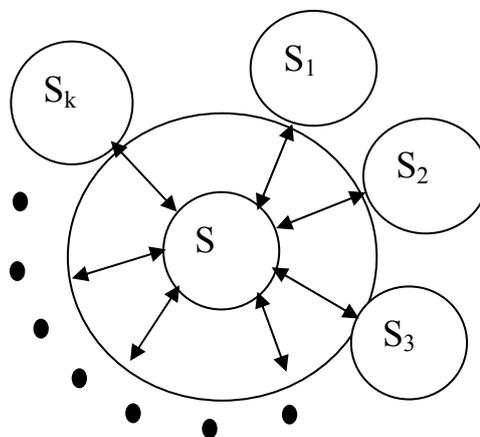


Рис. 1. Взаимодействие системы S с окружающей средой (системы S_1, S_2, \dots, S_k)

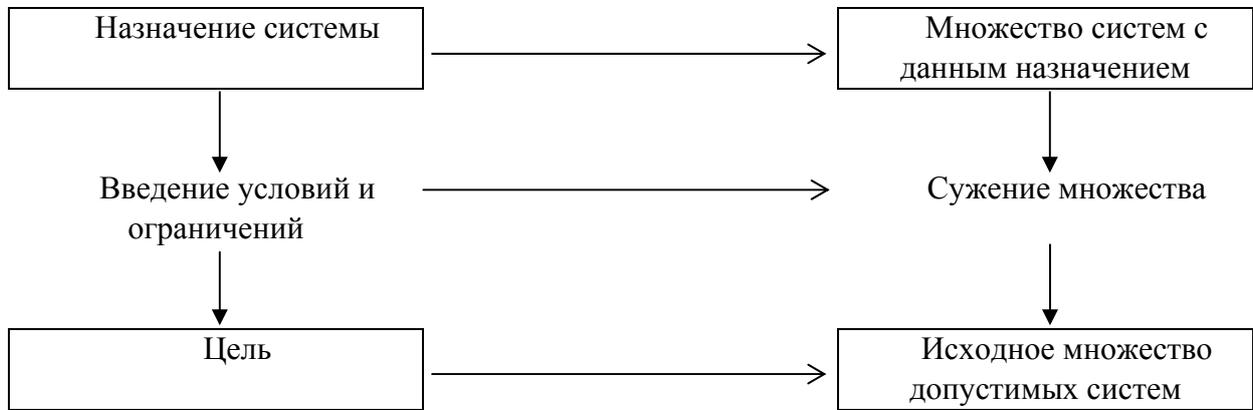


Рис.2. Цель и системы для ее достижения

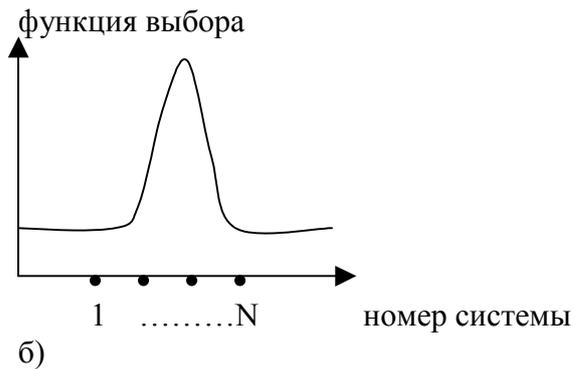
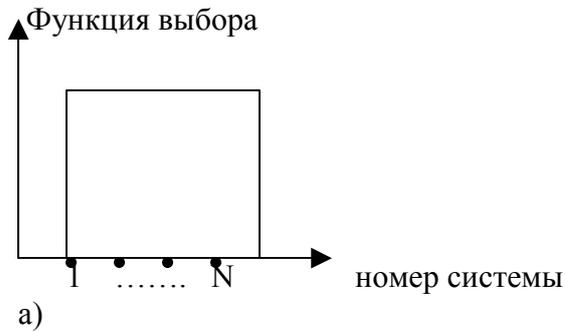


Рис.3. Уточнение функции выбора (ф.в.): а) – цель не определена; б) – цель определена.

Поясним рис.3 примером. Пусть требуется перевести груз, выбрав для этого наиболее пригодный автомобиль. Пока мы находимся на уровне назначения – что-то куда-то перевезти, функция выбора имеет вид

прямоугольника, т.е. подходят все автомобили (полная неопределенность выбора). Сформулируем набор ограничений:

- а) тип груза: твердые строительные материалы;
- б) масса груза: $1 \div 1,5$ тн;
- в) расстояние: $60 \div 80$ км;
- г) время перевозки: $1 \div 1,5$ час;
- д) местность: город и ближайшие окрестности;
- е) сохранность груза: потери не более 0,1% и т.д.

Предполагается также выполнение условий: наличие парка автомобилей, наличие инфраструктуры (дорог, терминалов и т.п.). Набор ограничений задает конкретную цель и сужает множество решений, т.е. систем, пригодных для ее достижения. Функция выбора теперь становится одномодальной с выраженным максимумом, вблизи которого и следует выбирать допустимые решения, т.е. в нашем примере – марки автомобилей.

Меры эффективности (критерии) показывают, в какой степени достигаются цели системы, и дают представление о количественной величине проявления признаков системы. Для этого строится так называемое дерево оценок, состоящее из трех уровней (рис.4). К критериям первого уровня относятся критерии полноты, качества и эффективности достижения цели. Например, для транспортной системы города – это полнота, качество и эффективность выполнения перевозок. К критериям второго уровня относятся показатели (факторы), к критериям третьего уровня – непосредственно измеряемые величины и параметры. Для больших систем используются все три уровня критериев, для технических систем, как правило, 2-ой, и 3-й. Для больших систем критерии 2-ого уровня включают политические, социальные, экономические, технологические факторы и т.п. Для технических, как правило, используются функциональные, технико-экономические, эргономические показатели. Иногда используются также специальные показатели, определяемые спецификой задачи. Например, для автомобиля к функциональным критериям относятся вместимость (грузоподъемность), мощность двигателя, максимальная скорость и т.п. К технико-экономическим: надежность, экономичность, долговечность, стоимость и т.п. К эргономическим: безопасность, удобство, комфорт, простота ухода и обслуживания и т.п. К специальным можно отнести массу, габариты и т.п.



Рис. 4. Дерево оценок

Компоненты, программы, задания (работы). В целенаправленных системах процесс преобразования организуется с привлечением компонентов, программ и заданий (работ), которые состоят из совместимых элементов, объединенных для достижения определенной цели. В большинстве случаев границы компонентов не совпадают с границами организационной структуры, и это очень важно при системном подходе. Программа – это множество состояний переменных и характерных переходов между ними для достижения конкретной цели. Для больших систем используются три уровня: программы, подпрограммы, задания (работы); для технических систем – только уровень работ, связанных с различными режимами функционирования системы. Например, для автомобиля: движение по расписанию; доставка грузов за наименьшее время; перевозка грузов на дальнее расстояние и т.п.

Принятие решений. Действия и решения в системе являются прерогативой лица, принимающего решения (ЛПР). Каждое решение должно направлять систему на достижение поставленных целей (результатов), поддающихся измерениям.

Структура. Понятие структуры связано с упорядоченностью отношений, связывающих элементы системы. Структура может быть простой или сложной в зависимости от числа и типа взаимосвязей между частями системы. В сложных системах должна существовать иерархия, т.е. упорядоченность уровней подсистемы, частей и элементов. От типа и упорядоченности взаимоотношений между компонентами системы в значительной степени зависят функции системы и эффективность их выполнения. Различают линейную структуру, циклическую, иерархическую (древовидную), матричную и сетевую. Линейную структуру имеют, например, простые измерительные устройства, измерительные каналы, производственные линии. Циклическую структуру имеют измерительные приборы и системы с обратной связью, биологические системы, технологические циклы, многие процессы в живой и неживой природе. Иерархическая структура характерна для

высокоорганизованных систем: социальных и организационно-технических (политическая система, экономика, отрасль, фирма). Матричной структурой обладают кристаллические решетки, интегральные схемы, некоторые технологические системы (в металлургии, полиграфии и т.п.). Сетевую структуру имеют информационно-вычислительные системы (сети), телекоммуникационные системы и системы связи.

Состояния и потоки. Состояние характеризуется значениями признаков системы в данный момент времени. Переходы части элементов системы из одного состояния в другое вызывают потоки, определяемые как скорость изменения значений признаков системы. Поведением системы называется изменение состояний системы во времени. При теоретико-множественном подходе поведение определяется как некоторое множество инвариантных во времени отношений между величинами системы (в частности, между входами и выходами).

Уровень анализа: перечисление значений всех наблюдаемых или заданных величин вместе с перечислением интервалов времени, в течение которых они нас интересуют, либо точность, с которой мы хотим измерять эти величины и время (если величины изменяются непрерывно). Совокупность изменений всех рассматриваемых величин на данном уровне анализа называется деятельностью системы. Свойства системы (при определенном поведении) называют организацией системы. Организация меняется с поведением. Постоянная часть организации называется структурой, переменная - программой.

Системный подход с точки зрения управления. При использовании системного подхода особого внимания заслуживают четыре важные проблемы:

- 1) определение границ системы в целом, границ окружающей среды, или окружения;
- 2) установление целей системы;
- 3) определение структуры программы и построение матрицы "программы - элементы";
- 4) описание управления системой.

Определение границ системы в целом и окружающей среды. Окружающая среда – системы, неучитываемые и неконтролируемые ЛПР. Границы, отделяющие систему от ее окружения, не совпадают с установленными организационными границами. Рассматриваемая система не завершается совокупностью всех элементов организации. Чтобы лучше уяснить это, напомним, что системный анализ применяется, когда нужно решить какую-то проблему. Система в целом включает все системы, которые, как полагают, будут влиять на рассматриваемую проблему или будут подвергаться ее влиянию, независимо от того, к какой организации они относятся. Методом исключения мы относим к окружающей среде все системы из системы в целом, не входящие в нее при решении данной

проблемы. Если в систему в целом включить мало систем, то это приведет к упрощению и неверным решениям; если же много, то усложнится описание, не хватит ресурсов, и мы не сможем найти решение.

Таким образом, установление границ системы – вопрос целей анализа, требуемой точности результата и имеющихся в наличии ресурсов. Например, при рассмотрении движения тела вблизи поверхности Земли в первом приближении можно считать систему "тело – Земля" закрытой (так как все тела падают с ускорением свободного падения). Если мы хотим уточнить результат (например, при рассмотрении движения парашюта), то необходимо учесть сопротивление воздуха, т.е. включить в систему физическую среду. Наконец, при рассмотрении траектории движения космического корабля, нужно учесть влияние Луны, других планет, т.е. включить их в систему.

В качестве примера, как определение границ влияет на принятие решений, рассмотрим деятельность фирмы. Например, как определить систему, когда рассматриваются затруднения со сбытом продукции? Система может включать или одну данную фирму, или все аналогичные фирмы, или даже всю экономику, т.е. нужно учесть состояние дел на других фирмах, в экономике (возможно причина проблемы – в неправильной стратегии или в нестабильности финансовой ситуации).

Обсуждая вопрос об увеличении дивидендов, администрация должна учесть не только уровень доходов фирмы и ее финансовое положение, но и изучить, какое влияние окажут эти факторы на стоимость акций компании, возможность продажи ценных бумаг, получения займов и т.д. Увеличение дивидендов обеспечит выгоду держателям акций за счет компонентов системы (фирмы), таких, как служащие, поставщики или потребители. Выгода для одной группы лиц может означать ущерб для другой. Каждый участник системы оценивает работу фирмы по разным критериям. Для держателей акций таким критерием является стоимость ценных бумаг, для служащих – уровень зарплаты и гарантия рабочего места. Поставщик считает критерием своевременность оплаты поставок, а потребитель – качество продукции фирмы. Одно и то же решение не может быть выгодно для всех. Улучшение качества удовлетворит потребителя, но повысит себестоимость, что повлияет на прибыль (если не удастся изменить цену). Уменьшение прибыли влияет на стоимость акций и может повредить интересам их держателей. Согласование всех требований к системе – обязанность администрации. Она должна удовлетворить противоречивые требования: держателей акций, кредиторов, служащих, потребителей, поставщиков, правительства, профсоюзов, конкурентов, местного населения, общества в целом. Из-за этого работа руководителя особенно сложна. Он обязан следить, чтобы подсистемы, работая относительно независимо, не отклонялись от того, что считается оптимальным на уровне всей системы.

В качестве второго примера рассмотрим школу. В зависимости от проблемы директор по-разному определяет границы системы. Если речь идет о поведении одного ученика, директор может ограничиться рамками школы. Однако поведение может быть результатом факторов, действующих дома, в семье, со стороны соседей и т.д. В этом случае надо рассматривать не только систему "школа", но и другие системы, влияющие на решение проблемы. Когда директор планирует бюджет школы, то он устанавливает совсем другие границы системы. Он должен удовлетворить требования, предъявляемые учителями, служащими и т.п., чтобы достигнуть наилучших результатов для всей системы (см. табл.3).

Таблица 3

Критерии оценки работы системы ее участниками

Участники	Критерии
Учителя	Компенсация за труд и условия, необходимые для обеспечения качества обучения
Обслуживающий персонал	Уровень заработной платы, условия труда, стабильность трудовых отношений
Родители	Максимальное качество обучения при данных затратах
Учащиеся	Интерес к учебе, сложность обучения
Общество	Образование, соразмерное налогам, удовлетворяющее сразу нескольким целям
Государство	Образование, соразмерное выделяемым ресурсам и затратам; доля бюджета, которую государство может выделить для этой цели
Вуз	Наилучшее качество обучения, уровень знаний.

Приведенные примеры показывают, как установление целей связано с установлением границ системы и выбором критериев эффективности системы. Если принимаются во внимание новые системы и их интересы, то цели меняются. Каждое решение влияет на другие системы.

Определение структуры программы и построение матрицы "программы-элементы". После того, как установлены границы, сформулированы цели данной системы, выполнение связанных с ними функций можно организовать в программы. Структура программы – это представление отношений всех элементов системы в соответствии с теми функциями, которые они выполняют независимо от их территориальных, юридических и формально-организационных границ. Можно представить структуру программы как блок-схему, указывающую зависимости между различными формами деятельности организации в соответствии с их функциями и целями, или как возможные пути достижения некоторого множества целей. Матрица "программы-элементы" соотносит элементы с

различными программами. Сгруппированные в соответствии с данной программой (функцией), они образуют то, что называется компонентом системы. Компоненты характеризуются двумя свойствами: а) направлены на достижение одной и той же цели; б) для них не обязательно удовлетворять традиционным границам.

Описание управления системой Управление включает все действия и всех ЛПР, которые входят в процессы планирования, оценки, реализации проекта и контроля. Весьма трудно разделять роли планировщика системы и того, кто ею управляет. Принимая решения, планировщик влияет на работу системы, а ЛПР выполняет функции планировщика когда определяет цели, ресурсы и принимает решения, изменяющие структуру системы и результаты ее работы. Поэтому при системном подходе различия их ролей стремятся свести к минимуму, чтобы совместить оптимизацию системы и оперативные решения.

Суммируя сказанное, отметим основные особенности системы:

1. Система рассматривается как своеобразный преобразователь, взаимодействующий с окружающей средой, который преобразует входы, ресурсы и затраты в выходы, результаты и прибыль.

2. Система имеет собственные нетривиальные структуру и поведение и действует по программе (программам), направленной на достижение определенной цели (целей), задаваемой ЛПР.

3. При выполнении программы в системе протекают процессы, изменяющие состояния подсистем (элементов). В каждом состоянии происходит дифференциация (разделение) внешних систем, влияющих на достижение цели. При этом системы, которые учитываются при достижении цели, образуют систему в целом; системы, которые не учитываются, относятся к окружающей среде. Тем самым устанавливаются границы, в рамках которых действует система.

4. Степень достижения цели (целей) оценивается по критериям (мерам эффективности), число и состав которых зависят от границ системы.

Схема системного анализа представляет собой пошаговое описание систем определенного типа (класса) с целью формирования множества допустимых решений некоторой задачи, проектирования системы или ее изучения. При выполнении схемы исследуются все характеристики и понятия, введенные в этом параграфе, применительно к изучаемой системе.

Рассмотрим в качестве примера применение схемы системного анализа к системе уголовного делопроизводства. Мы остановимся лишь на ключевых моментах. Изучение системы следует начать с определения трех уровней: система в целом, полная система и подсистемы. На рис. 5 показаны взаимосвязи этой системы с другими (внешними) системами. Личность, нарушившая закон, является входным элементом системы уголовного делопроизводства. Личность трансформируется под

воздействием многих систем, участвуя в их функционировании как составная часть. Социальная система формирует этические нормы, правила поведения, традиции, обычаи, привычки и оказывает решающее воздействие на воспитание личности. Система образования влияет на знание, умение, интеллектуальные возможности, культурное развитие личности. Технологическая система определяет цивилизацию, уровень жизни и возможности для досуга и отдыха. Экономическая система обуславливает уровень доходов и возможность выбора работы. Политическая система определяет гарантии основных прав и свобод личности и одновременно накладывает законодательные ограничения на их допустимые проявления. Взаимодействие личности с внешними системами способствует поддержанию баланса и стабильности в обществе. На рис. 6 показаны условия и ограничения, накладываемые внешними системами на формирование личности. На рис. 7 представлены уровни системы уголовного делопроизводства: система в целом, полная система и подсистемы.

Определение границ системы. При аналитическом подходе считают, что подсистемы являются независимыми и имеют свои цели. Все другие выступают по отношению к каждой как окружающая среда. Руководитель одной не может повлиять на другие. Такой подход препятствует достижению общей цели. При системном подходе все подсистемы объединяются в рамках общей системы вне зависимости от их организационной и юридической принадлежности. Такой подход способствует достижению общей цели.

Структура программы. Она показывает те органы, деятельность которых направлена на достижение целей системы. В программу могли бы войти следующие подпрограммы (см. табл.4):

1. Предупреждение преступлений. Создание обстановки уважения к закону. Упреждение преступлений. Вскрытие и обнаружение преступных наклонностей.
2. Расследование. Сбор и анализ информации, ведущие к опознанию нарушителей закона.
3. Судебное разбирательство и вынесение приговора. Для этого требуется выполнение установленных судебных процедур и формулирование приговора.
4. Надзор и арест для наблюдения за поведением личности или для ограничения ее действий являются средством защиты остальных членов общества.
5. Восстановление в правах является результатом мер воздействия, которые приводят к изменению поведения и взглядов нарушителей и обеспечивают в будущем соблюдение закона.

6. Административная деятельность направлена на обеспечение органов необходимыми ресурсами для успешного выполнения их задач в рамках общей системы.

7. Проведение исследований. Выполнение исследований по проблемам в области уголовного делопроизводства.

8. Образование и специальная подготовка. Обеспечение всех систем информацией и выработка соответствующих методов перевоспитания нарушителей.

9. Законодательная деятельность. Ведение содержательного диалога с законодателями, направленного на ознакомление их с реальными проблемами, требующими совершенствования законодательства.

Изучение целей и связей программ и органов. Отдельные органы могут оправдать свое существование только усилиями, направленными на достижение целей общей системы. Например, наказание, арест и т.п. сами по себе как конечные цели не имеют смысла.

Управление системой. Цели и критерии для подсистем и системы в целом различаются. Например, для милиции мерами эффективности могут быть число арестов, число раскрытых преступлений и т.д. Для системы в целом эти критерии не годятся, и мерой эффективности могут служить, например, процент повторных правонарушений, уменьшение доли особо опасных преступлений.

Системный подход применительно к изучаемой системе полезен в следующих случаях:

1) рассмотрение взаимосвязей некоторой частной задачи с внешними условиями, а также выделение факторов, которые оказывают воздействие на уровень преступности при данных условиях. Например, определение целесообразности увеличения численности милиции, ужесточение наказания за отдельные виды преступлений и т.п.;

2) выявление непоследовательности и противоречивости целей отдельных исполнителей, принимающих участие в программе одной и той же системы;

3) разработка схемы, с помощью которой могут быть оценены показатели работы различных систем, подсистем и системы в целом;

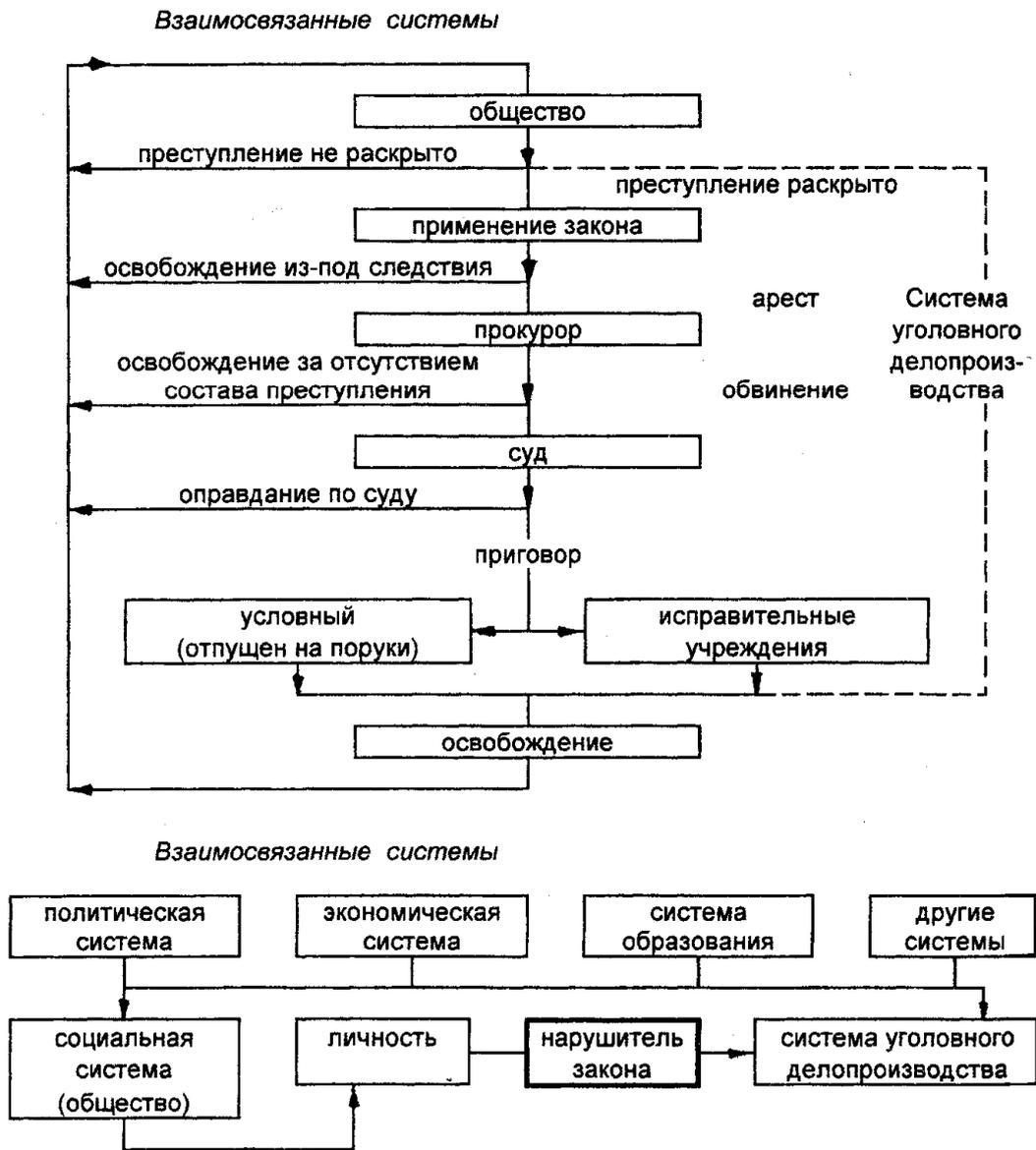
4) проверка относительных достоинств различных планов и перестройка существующей системы.

Таблица 4

Матрица "программы - органы системы уголовного делопроизводства"

Программы	Органы, входящие в систему					Внешние системы	
	милиция	прокуратура	суды	Управление по делам несовершеннолетних	тюрьмы	система образования	деловая сфера и промышленность
Предупреждение	*	*	*	*			
Расследование	*	*					
Суд и вынесение приговора		*	*				
Восстановление в правах		*	*		*		
Организация административной деятельности	*	*	*	*			
Исследование						*	*
Образование	*	*				*	
Законодательная деятельность	*	*	*	*			*

Примечание: знаком * отмечены системы, участвующие в выполнении программы.



Нарушитель закона, рассматриваемый как выходной элемент общества и входной элемент системы уголовного делопроизводства.

Рис.5. Взаимосвязь системы уголовного делопроизводства с внешними системами



Системы, оказывающие влияние на систему уголовного делопроизводства.

Рис.6. Влияние внешних систем на формирование личности

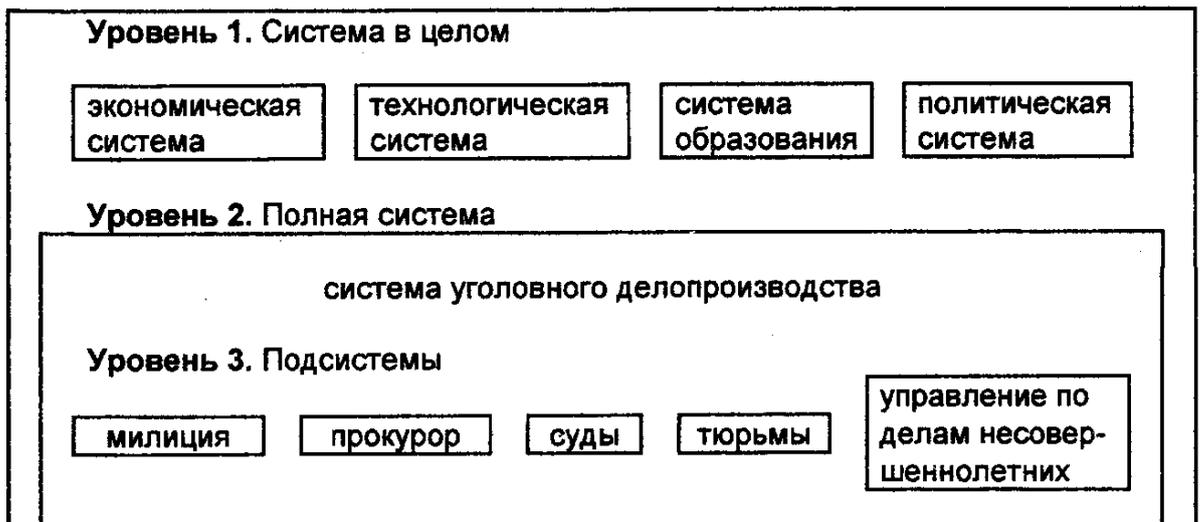


Рис.7. Уровни системы уголовного делопроизводства

В качестве второго примера рассмотрим применение схемы системного анализа при решении задачи проектирования автомобиля. Обычный подход, основанный на методе улучшения, состоит в том, что выбирается некоторый базовый образец, вносятся определенные изменения и создается новая модификация. Системный подход рассматривает решение частной задачи через призму достижения общих целей системы верхнего уровня (например, фирмы). Он применяется, когда нужно кардинально изменить имидж фирмы, расширить сегмент рынка, сделать продукцию привлекательной для новых групп потенциальных покупателей и т.д. Схема системного анализа начинается с выделения трех уровней системы: внешнего – система в целом, собственно объектного – полная система (проект автомобиля) и внутреннего – подсистемы автомобиля. Критерии оценки проекта определяются условиями и ограничениями со стороны внешних систем. Необходимо учитывать следующие системы, внешние по отношению к фирме-проектировщику: водители, объекты перевозки (грузы, пассажиры), потребители, экономическая система (поставщики комплектующих, фирмы-конкуренты, торгующие организации и т.п.), технологическая система, природная среда, система обеспечения и обслуживания и т.д. Каждая из этих систем накладывает ограничения на выбор проекта. В частности, водители предъявляют эргономические ограничения (удобство управления, безопасность, условия в кабине), объекты перевозки определяют эргономические и специальные ограничения (удобство размещения, погрузочно-разгрузочные работы, габариты, меры обеспечения сохранности и безопасности). Экономическая система определяет технико-экономические ограничения (стоимость, затраты, эксплуатационные расходы), Потребители определяют функциональные и технико-экономические ограничения (мощность двигателя, вместимость, максимальная скорость, надежность, экономичность и т.п.). Технологическая система определяет функциональные, эргономические и технико-экономические ограничения (предельно достижимые мощность двигателя, вместимость, скорость, надежность, безопасность и т.п.). Система обеспечения и обслуживания определяет ограничения по типу топлива, возможности ремонта и профилактики). Природная среда определяет ограничения по качеству дорог, условиям эксплуатации, загрязнению. Учет совокупности ограничений позволяет выбрать функциональную схему, а затем сформулировать и решить задачу параметрической оптимизации, т.е. выбора оптимальных параметров подсистем и всей системы.

На втором уровне проект автомобиля рассматривается как полная система (совокупность функциональных подсистем), предназначенная для достижения определенных целей системами верхнего уровня (фирма, потребители). При этом критериями оценки являются полнота, качество и

эффективность достижения целей за счет использования проектируемого автомобиля.

На третьем уровне определяются подсистемы автомобиля, их цели и параметры, удовлетворяющие ограничениям со стороны внешних систем и способствующие достижению целей систем верхнего уровня. Читатель может продолжить рассмотрение этого примера самостоятельно в качестве упражнения.

2.4. Свойства систем

Свойства систем можно условно разделить на общие свойства, характеризующие тип системы; структурные, характеризующие особенности организации системы; динамические, характеризующие поведение системы и особенности взаимодействия с окружающей средой; отдельную группу составляют свойства, характеризующие описание и управление в системе. Перечисленные группы свойств для организационно-технических (больших) систем представлены в табл.5. Общие свойства были рассмотрены в § 2.2. К основным структурным свойствам относятся: иерархическая упорядоченность, централизация, а также вертикальная целостность и горизонтальная обособленность. К основным динамическим – систематизация, изоляция, стабильность, адаптивность, инерционность и ряд других. *Иерархическая упорядоченность* заключается в возможности разделения системы на подсистемы и отражает тот факт, что поведение подсистемы не может быть полностью аналогичным поведению системы. Большинство систем иерархически упорядочены. Для технических систем, в частности, это проявляется в модульном принципе построения. *Целостность* системы проявляется в том, что изменение в некоторой ее части вызывает изменения в других частях и в системе в целом. В этом случае говорят о связном образовании. *Обособленность* проявляется в том, что система, может быть представлена в виде совокупности несвязных частей. Изменение в каждой части зависит только от самой этой части. Изменение в системе в целом есть физическая сумма изменений в ее отдельных частях. В этом случае говорят об обособлении или физически суммативном поведении. Следует отметить, что целостность и обособленность могут проявляться в одной и той же системе в разной степени.

Свойство *прогрессирующей изоляции*. Большинство неабстрактных систем изменяется во времени. Если эти изменения приводят к постепенному переходу от целостности к суммативности, то говорят, что такая система подвержена прогрессирующей изоляции. Изоляция может проявляться в виде распада, имеющего место при разрушении системы, и роста, заключающегося в возрастании деления на подсистемы; при этом

возрастает дифференциация функций (процесс творчества, эволюция, развитие).

Свойство *прогрессирующей систематизации* является обратным к предыдущему и заключается в усилении прежних отношений между частями и развитии отношений между частями, не связанными между собой (унификация системы в целом). Изоляция и систематизация могут происходить в одной системе одновременно и в течение длительного времени (говорят, что система находится в равновесном состоянии) или последовательно.

Таблица 5

Основные свойства организационно-технических (больших) систем

Общие свойства системы	Структура	Динамика	Описание и управление
Искусственная	Иерархическая упорядоченность	Систематизация и рост	Неполнота (нечеткость) информации
Сложная	Вертикальная	Стабильность	
Открытая	Целостность	Адаптивность	Многоцелевой характер описания
Дискретная (импульсная)	Горизонтальная обособленность	Инерционность	Неоднозначность оценок
Динамическая	Централизация	Совместимость	оптимальности
		Оптимизация	Многовариантность управления

Централизация. Централизованная система – это такая, в которой один элемент или подсистема играет главную (доминирующую) роль в функционировании всей системы. Эта часть системы называется ведущей или центром системы. При этом малые изменения в ведущей части вызывают значительные изменения в системе. Существуют как централизованные, так и децентрализованные (распределенные) системы. При этом речь идет о функциональном влиянии центра, определяющем назначение системы. Например, в измерительном приборе центр – датчик, в автомобиле – двигатель, в компьютере центр отсутствует (одинаково важны и процессор и память). Высокоорганизованные системы, также могут не быть централизованными. Например, человек имеет осевую симметрию (одинаково важны сердце и мозг). Отметим, что центр не следует отождествлять с системой управления. Например, в вузе центром является преподавательский состав, в институте – специалисты, в

интегрированных производствах – техника и т.п. Целостность и систематизация могут сопровождаться прогрессирующей централизацией.

Адаптивность системы заключается в способности системы сохранять свои функции при воздействии окружающей среды, т.е. реагировать на среду так, чтобы получить благоприятные последствия для деятельности системы (обучение, эволюция в больших системах). Подчеркнем, что речь идет о функциональной адаптивности. Все системы в той или иной степени адаптивны: наименее адаптивны неживые системы; более адаптивны – биологические (живые системы) и технические системы; наиболее адаптивны социальные и организационно-технические системы. Свойство адаптивности тесно связано с *живучестью* систем, которая состоит в способности сохранять равновесие со средой.

О *стабильности* системы можно говорить относительно некоторых ее свойств (величин, переменных), если они стремятся сохраниться в определенных пределах. Система может быть стабильной в одном отношении и нестабильной в другом.

Инерционность системы состоит в конечном (не равном нулю) времени реагирования системы на возмущающее (входное) воздействие. Инерционность приводит к задержкам и искажениям входных воздействий. Все системы в той или иной степени инерционны. Наименее инерционны неживые системы (атомные и молекулярные), затем идут биосистемы и технические системы; наиболее инерционны социальные и организационно-технические системы. В табл.6 приведены основные свойства систем и их особенности.

Таблица 6

Характеристики свойств систем

Свойство	Характеристика (оценочный показатель)	Влияющий фактор
1	2	3
Размерность (размеры)	Число элементов и связей между ними, масштаб распространения	Ограничения со стороны взаимодействующих систем, ресурсные и другие ограничения
Сложность	Сложность структуры: многоуровневый характер системы, многообразие компонентов и связей, сложность поведения и неаддитивность свойств, сложность описания и управления, тип системы, число параметров модели, вид модели (моделей), объем	Требования к надежности системы, возможность эффективного управления

	информации, необходимой для управления, число объектов управления	
Неполнота (нечеткость) информации	Нечеткое представление об "идеальной" системе, неоднозначность оценок оптимальности системы (число альтернативных оценок), нечеткое знание будущих условий функционирования, неоднозначность предсказания степени влияния объективных тенденций развития окружающей среды, многовариантность развития и управления (число альтернативных вариантов), многокритериальный характер описания системы (число альтернативных критериев), уровень информации, информационный индекс нечеткости системы, порядок и тип нечеткости системы.	Квалификация экспертов, степень изученности системы, степень структурированности знаний о предметной области, уровень организации работы по сбору информации; наличие баз данных и знаний, экспертных систем в данной области
Иерархическая упорядоченность	Число соподчиненных уровней, число и сила связей между уровнями, связность системы, определимость свойств нижележащих уровней из вышележащих	Наличие объективных связей между частями и элементами системы, требования к инерционности системы, удобство (оперативность) управления
Вертикальная целостность	Число уровней, изменения в которых влияют на всю систему, степень взаимосвязи уровней	То же
Горизонтальная обособленность	Степень взаимосвязи подсистем одного уровня	То же

Централизация	Степень влияния ведущей подсистемы на другие подсистемы (на всю систему), число ведущих подсистем, степень самостоятельности подсистем	Требования к инерционности системы, удобство (оперативность) управления, эффективность выполнения функций системой
Систематизация	Степень унификации (агрегирования) подсистем, уменьшение числа подсистем (уровней) за данный промежуток времени	Принятые формы распределения ресурсов, объективные тенденции (потребности) развития
Изоляция (рост)	Степень (скорость) возрастания деления на подсистемы, увеличение числа подсистем за данный промежуток времени	То же
Открытость	Интенсивность обмена информацией (ресурсами) с окружающей средой, число систем, взаимодействующих с данной системой, степень влияния на другие системы	Объективные потребности в функциях системы, общий уровень развития системы и окружения, ресурсные, экономические и другие ограничения
Инерционность	Скорость изменения деятельности системы в ответ на воздействие, интервал времени с момента воздействия до изменения деятельности системы в нужном направлении, среднее время для получения значимого результата (темпы развития)	Пороговое значение воздействия, степень централизации системы
Стабильность	Сохранение структуры, свойств, функций в течение заданного промежутка времени (времени жизни системы), степень (уровень) стабильности	Степень инерционности, степень адаптивности, жесткость системы, объективные потребности в изменении функций системы, совместимость системы
Совместимость	Степень "пересечения" с другими системами, дублирование функций, степень самостоятельности системы	Объективные потребности в функциях системы, требования к эффективности работы более общей системы

Оптимизация	Степень приспособления к среде, число (доля) показателей, по которым функционирование является наилучшим, эффективность системы, степень полноты, уровня и эффективности достижения целей (удовлетворения требований к системе)	Уровень удовлетворения потребностей взаимодействующих систем, ограничения на развитие (ресурсные, экономические, экологические и т.п.)
Жесткость	Изменение качества системы за данный промежуток времени (за время жизни), степень проявления объективных законов (предопределенность поведения), число степеней свободы системы, максимальная продукция (по внутренним и внешним функциям), которая может быть произведена системой за определенный промежуток времени (за время жизни)	Воздействие внешней среды, изменение условий функционирования

Так как наибольший практический интерес представляют организационно-технические системы, то остановимся на их особенностях. Организационно-технические системы являются динамическими и обладают свойствами адаптивности, стабильности, совместимости, а также, в известной мере, свойством оптимизации, заключающейся в приспособлении к среде. В силу существующих ограничений на развитие таких систем имеется тенденция к усилению оптимизации, что проявляется в необходимости оптимизации структуры, функций, минимизации затрат на развитие, в возрастании эффективности систем и т.д.

Важным свойством больших, сложных систем, типа организационно-технических, является инерционность, связанная со скоростью изменения функций. Она определяется временем отклика системы в ответ на внешнее возмущение, т.е. промежутком времени от начала возмущающего воздействия до изменения деятельности системы в нужном направлении, и зависит от возмущающего воздействия ($\tau = \tau_1 + \tau_2$, где τ_1 – время отклика управляющей подсистемы; τ_2 – время прохождения возмущения через все уровни системы). В связи с этим, системы такого типа следует рассматривать как обладающие относительными свойствами, т.е. как относительно открытые, относительно адаптивные и т.д.

Динамические свойства проявляются в полной мере, если промежуток времени, в течение которого изучается система, превышает время отклика, и если возмущающее воздействие превышает некоторый порог.

Свойство инерционности тесно связано с такими свойствами систем и их элементов как быстродействие, жесткость, адаптируемость, стабильность и другие. Изменение свойств организационно-технических систем обусловлено объективными изменениями, происходящими в процессе развития (эволюция), и субъективными, т.е. планируемыми людьми (директивными). В силу этого существенное значение имеет полнота информации о системах. Неполнота (нечеткость) информации о системе может привести к существенному изменению ее динамических свойств (например, увеличить инерционность, замедлить рост, снизить адаптивность и т. д). Решающим обстоятельством, оказывающим влияние на развитие таких систем, является установление оптимальных пропорций, в том числе временных, между эволюционными и директивными изменениями.

Относительные оценки системных свойств организационно-технических систем могут быть получены экспертным путем на основе сравнительного анализа динамических рядов, характеризующих изменения в результатах деятельности системы и ее структуре, на основе использования имитационного моделирования и аналогии с другими системами или путем расчета по оценкам свойств подсистем, что требует задания модели структуры системы.

2.5. Сложность систем

Сложность является определяющим свойством систем и поэтому заслуживает отдельного рассмотрения. Сложность в применении к системам имеет разный смысл – структурная сложность, динамическая сложность, вычислительная. Обычно степень сложности оценивается количеством информации, необходимой для описания реальной системы. При таком подходе сложность ставится в зависимость от наблюдателя. Например, для нейрофизиолога мозг сложен и его адекватное описание требует много информации, для мясника мозг прост, так как ему нужно только отличить его от других сортов мяса, для чего он использует сравнительно мало информации ($\log_2 30 \approx 5$ бит). Мы будем различать сложность как свойство систем и сложность самих задач, соответственно, будем говорить о сложности систем и сложности задач, последнюю называют также вычислительной сложностью. Вне зависимости от типа сложности можно выделить два принципа оценки сложности систем.

Первый принцип связан с понятием количества информации и состоит в том, что сложность системы должна быть пропорциональна объему

информации, необходимой для описания этой системы (так называемая дескриптивная сложность). Одним из способов оценки дескриптивной (описательной) сложности является оценка числа элементов, входящих в систему (переменных, состояний, компонентов), и разнообразия взаимозависимостей между ними.

Второй принцип связан с понятием энтропии (мера неопределенности или неясности) и состоит в том, что сложность системы должна быть пропорциональна объему информации необходимому для разрешения (уменьшения) неопределенности (неясности) в системе (так называемая сложность познания). Оба принципа дополняют друг друга в том смысле, что для изучаемой системы при увеличении одной сложности уменьшается другая и наоборот (именно так соотносятся между собой количество информации и энтропия). Отметим, что при переходе от более простой системы к более сложной обе сложности – описательная и сложность познания – возрастают.

Структурная сложность включает такие составляющие, как схема связности, многообразие компонентов, число связей, сила взаимодействия. Динамическая сложность – это сложность предсказания поведения системы. Система со сложной структурой имеет сложное поведение, но обратное, вообще говоря, неверно. Вычислительная сложность определяется сложностью алгоритма, используемого для решения системных задач.

Предел Бреммерманна. Американский ученый Ханс Бреммерманн в 1962 г. получил следующий результат: "Не существует системы обработки данных, искусственной или естественной, которая могла бы обрабатывать более чем $2 \cdot 10^{47}$ бит в секунду на грамм своей массы". Этот результат может быть выведен из соотношения неопределенностей Гейзенберга. Под обработкой N бит понимается пересылка N бит по одному или нескольким каналам вычислительной системы. Поэтому информация должна быть каким-то образом закодирована (физически представлена). Предположим, что она закодирована в виде энергетических уровней определенного типа энергии в интервале $[0, E]$, где E – количество энергии, которым мы располагаем для этой цели.

Предположим, что энергетические уровни измеряются с точностью до dE . При этих условиях весь интервал можно разделить максимум на $N = E/dE$, равных подинтервалов, каждому из которых соответствует энергия dE . Если всегда будет занято не более одного уровня (задаваемого маркером подинтервала), то максимальное число бит, представимых с помощью энергии E , будет равно $\log_2(N+1)$, где $N+1$ включает состояние, когда ни один уровень не занят. Если использовать k -маркеров одновременно, то можно представить $k \log_2(1+N/k)$ бит. Оптимальное использование имеющейся энергии E получается при использовании N маркеров; в этом случае можно представить N бит информации. Чтобы

представить большой объем информации при том же количестве энергии, надо сократить dE , но здесь ограничение накладывает точность измерительной процедуры для различения уровней. Предел по точности устанавливается неравенством Гейзенберга: $\Delta E \Delta t \geq h$, где Δt – длительность времени измерения, h – постоянная Планка $h = 6,625 \cdot 10^{27}$ эрг/с, ΔE – среднее (стандартное) отклонение от ожидаемого значения энергии. Отсюда получим, что $N \leq \Delta E \Delta t / h$.

Так как по формуле Эйнштейна $E = mc^2$, где $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с – скорость света в вакууме, то верхняя граница для N : $N = mc^2 \Delta t / h$. Подставляя, c и h найдем $N = 1,36 \cdot 10^{47} m \Delta t$. Для массы $m = 1$ г и времени $\Delta t = 1$ с, получим значение $N = 1,36 \cdot 10^{47}$.

Полученное соотношение является очень большим и не может быть достигнуто имеющимися средствами. Так при энергии лазера $E = 10$ Дж, воздействующей на атомную систему с частотой перехода $\Delta E \cong 10^9$ Гц (сверхтонкая структура ядерных переходов щелочно-земельных элементов) для N имеем $N \cong 10^{26}$. Соотношение реализуется для атомных пучков со скоростью близкой к скорости света.

Используя полученный предел для обработки информации граммом массы за 1 с процессорного времени, Бреммерманн вычислил число бит, которые могла бы обработать гипотетическая компьютерная система, имеющая массу, равную массе Земли, за период, равный примерно возрасту Земли (Это вся информация, которой располагает человечество). Так как $m_z \approx 6 \cdot 10^{27}$ г, а возраст $\approx 10^{10}$ лет, т.е. $3,14 \cdot 10^{17}$ с, то такой компьютер мог бы обработать $\approx 2,56 \cdot 10^{92}$ бит или 10^{93} бит. Это число называют пределом Бреммерманна, а задачи, требующие обработки более чем 10^{93} бит информации, называют трансвычислительными задачами.

Предел Бреммерманна является весьма строгим ограничением. Решение многих задач для систем даже небольшого размера требует большего объема информации. Например, если имеется система из n переменных с k состояниями каждая, то задача классификации системы на множестве подмножеств систем может быть трансвычислительной. Действительно, для этого необходимо обработать k^n бит информации, т.е. задача становится трансвычислительной при $k^n > 10^{93}$, что выполняется при $k = 2$ и $n = 308$; $k = 3$ и $n = 194$ т.д.

Аналогичной является задача распознавания образов, решаемая на массиве $q \times q$ типа шахматной доски, причем каждая клетка может быть одного из k цветов. Всего может быть k^n шаблонов раскраски, где $n = q^2$. Тогда задача поиска наилучшей классификации шаблонов является трансвычислительной при $q = 18$, $k = 2$ или $q = 10$, $k = 9$.

Сетчатка состоит примерно из миллиона светочувствительных колбочек. Если даже считать, что каждая имеет только два состояния, то исследование сетчатки потребует $2^{10} = 10^{300000}$ бит. Та же проблема

возникает при решении задачи тестирования СБИС (сверхбольших интегральных схем), например, для схемы с 308 входами и 1 выходом (тестирующий сигнал имеет два состояния).

Если задача является трансвычислительной, то чтобы ее можно было решить, она должна быть переформулирована. Наиболее распространенный способ состоит в использовании эвристик, ослаблении условий. Например, поиск приближенного (а не точного) решения, агрегирование вариантов. Одно из наиболее важных следствий из существования предела Бреммерманна состоит в том, что прежде чем решать задачу (изучать систему), надо оценить информационные запросы. Если нужно $2 \cdot 10^3$ бит, то все в порядке, если же оценка дает 10^{300} бит, то следует применять эвристические методы, либо отказаться от решения такой задачи, если эффективный алгоритм отсутствуют.

Вычислительная сложность. Конкретные вычислительные средства накладывают, конечно, более строгие ограничения на сложность задач, чем предел Бреммерманна – 10^{93} бит. На рис.8 представлена схематичная классификация системных задач по сложности.

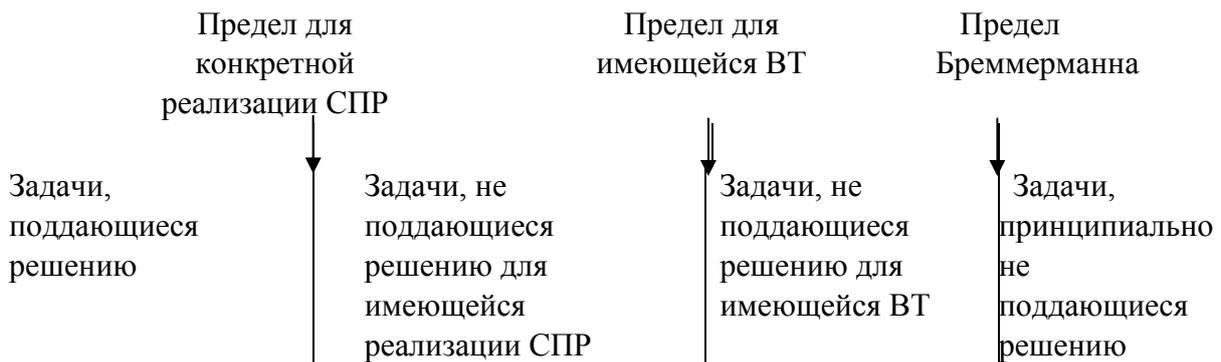


Рис.8 Классификация задач по сложности (СПР – система принятия решений)

Вычислительная сложность связана с поиском алгоритма, т. е. набора команд, описывающих план действий по решению задачи определенного типа за конечное число шагов. При рассмотрении алгоритмов используется понятие машины Тьюринга, которая представляет собой устройство, состоящее из автомата (блока управления) с конечным числом состояний и ленты. Автомат обладает памятью что позволяет ему находиться в одном из состояний, принадлежащих конечному множеству состояний, например $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$. Потенциально бесконечная в обоих направлениях лента разбита на отрезки одинаковой длины – ячейки. В каждой ячейке записана буква из конечного набора букв алфавита. Одна из букв, например, x_0 интерпретируется как пробел (пустая ячейка). Связь между автоматом и лентой осуществляется с помощью читающей-пишущей головки, которая может считать букву с ленты или записать ее на ленту. Одновременно головке доступна только одна ячейка. Машина Тьюринга реализует

некоторый алгоритм, принимаемый за исходный при сравнении. Автомат на каждом шаге изменяет свое состояние и выполняет одно из следующих действий: а) записывает на ленту вместо текущей буквы новую; б) сдвигается по ленте на одну ячейку влево или вправо; в) прекращает вычисление (операция остановки).

Новое состояние и выполняемое действие однозначно определяются текущим состоянием и считываемой с ленты буквой. Детерминированная машина Тьюринга (ДМТ) представляет по сути черный ящик, умеющий выполнять только заданное множество элементарных операций: $+$, $-$, $*$, $/$, или, и, читать, писать, если ..., то ..., повторять. Она находится в заданный момент в строго определенном состоянии, за один шаг она совершает единственное действие, определяемое этим состоянием, затем переходит в следующее состояние, и все начинается сначала.

Обозначим z_c , z_n соответственно текущее и следующее состояния машины Тьюринга, x_r – буква, читаемая с ленты, y_p – выполняемая операция. Тогда при заданной на ленте начальной строке букв (строка не должна содержать пробелов) и определенном состоянии работа машины Тьюринга определяется упорядоченным множеством четверок $\langle z_c, x_r, z_n, y_p \rangle$.

Машина называется детерминированной, если запрещается, чтобы любые две четверки из этого множества начинались с одной и той же пары z_c, x_r , в противном случае машина Тьюринга называется недетерминированной. Общепринятая гипотеза известная как тезис Черча, утверждает, что если функцию можно вычислить на детерминированной машине Тьюринга то она считается вычислимой. Таким образом, машины Тьюринга дают аппарат позволяющий формально определить существование алгоритмов решения различных задач. Задача считается неразрешимой, если не существует алгоритма ее решения. Для доказательства неразрешимости задачи достаточно доказать, что ее нельзя решить на машине Тьюринга. Неразрешимые задачи образуют один из трех классов задач. Во второй класс входят задачи, про которые не доказано, что они неразрешимы, но для которых не найдены решающие алгоритмы. Остальные задачи образуют класс разрешимых, т. е. они в принципе разрешимы. Однако их решение может потребовать больших затрат времени, поэтому вычислительная сложность изучается с позиций этого ресурса. На практике разрешимость задачи зависит от применяемого алгоритма, конкретной системы, имеющихся вычислительных мощностей. При заданном алгоритме время ее решения удобно представлять как переменную, зависящую от размера рассматриваемых систем. Эта переменная, называемая размерностью варианта задачи, определяет объем входной информации, необходимый для описания этих систем. Так как любой метод (алгоритм) позволяет решать несколько однотипных задач с различными исходными данными, то критерием качества метода в целом является решение наихудшего возможного случая из всех, допускающих

применение данного алгоритма. При этом определяющим является общее число элементарных операций (время), как функция размерности входных данных. Таким образом, сложностью алгоритма называется выраженная в виде функции от размерности входных данных верхняя граница числа операций (времени), необходимого для выполнения алгоритма, решающего вариант задачи. Функция называется временной функцией сложности (f). Выделяют три класса задач, отличающихся скоростью роста их функций сложности.

К первому классу (классу P) относятся *полиномиальные алгоритмы*. Задача называется "хорошей", или принадлежащей классу P , если для нее известен алгоритм, сложность которого составляет полином заданной постоянной степени, не зависящей от размерности входной величины n . Функция f имеет сложность $o(n^k)$, т.е. порядка n^k , $k > 0$, тогда и только тогда, когда существует константа $C > 0$ такая, что $f(n) = Cn^k$ для всех $n \geq n_0$, где n_0 – наименьшая размерность данной задачи. Например, функция $f(n) = 25n^2 + 18n + 31$ имеет сложность $o(n^2)$, так как $f(n) = 74n^2$ при $n = n_0 = 1$ или $f(n) = 42n^2$ при $n = 2$. К задачам этого класса относятся деление, извлечение корня, решение квадратного уравнения и т.п.

Ко второму классу (классу E) относятся *экспоненциальные алгоритмы*. Экспоненциальной считается задача, сложность которой порядка не менее f^n (где f – константа или полином от n), например, в случае, когда число ожидаемых ответов уже само по себе экспоненциально. Сложность соответствующих алгоритмов превосходит сложность $o(n^k)$ при любом k . Например, к этому классу относятся задачи, в которых требуется построить все подмножества некоторого множества, все клики (полные подграфы) некоторого графа; задача распознавания правильных выражений на языках с несложными алфавитами и правилами построения единиц (ее сложность превышает 2^{2^n} , где n – размерность входных данных).

При небольших n экспоненциальный алгоритм может быть более быстрым, чем полиномиальный, однако различие между этими классами задач всегда велико и проявляется при больших n . Поэтому полиномиальные алгоритмы считаются эффективными, экспоненциальные – неэффективными, а соответствующие задачи – поддающимися и неподдающимися решению. В табл. 7 приведены скорости роста некоторых временных функций сложности, при этом скорость вычислений принята 10^6 операций в секунду.

Из табл. 7 видно, что практическая применимость алгоритмов зависит существенно от степени функции сложности. Однако полиномиальные алгоритмы лучше реагируют на увеличение мощности вычислительных средств. В табл. 8 приведена зависимость размерности решаемых задач от производительности вычислительной техники (ВТ).

Таблица 7

Скорость роста некоторых функций сложности

Вид функции сложности	Размерность варианта задачи				
	1	10	20	50	100
1	2	3	4	5	6
n	10^{-6} с	10^{-5} с	$2 \cdot 10^{-5}$ с	$5 \cdot 10^{-5}$ с	10^{-4} с
n^2	10^{-6} с	10^{-4} с	$4 \cdot 10^{-4}$ с	0,0025 с	0,01 с
n^5	10^{-6} с	0,1 с	3,2 с	5,2 мин	2,8 ч
n^{10}		2,8 ч	118,5 сут	31 в	$3,2 \cdot 10^4$ в
2^n	$2 \cdot 10^{-6}$ с	10^{-3} с	1 с	35,7 лет	$4 \cdot 10^{14}$ в
3^n	$3 \cdot 10^{-6}$ с	0,059 с	58 мин	$2 \cdot 10^8$ в	$4 \cdot 10^{16}$ в
10^n	10^{-5} с	2,8 ч	$3,2 \cdot 10^4$ в	$3,2 \cdot 10^{34}$ в	$3,2 \cdot 10^{84}$ в
2^{2^n}	$4 \cdot 10^{-6}$ с	$5,7 \cdot 10^{292}$ в	$10^{3 \cdot 10^5}$ в	$10^{3 \cdot 10^{14}}$ в	$10^{3 \cdot 10^{29}}$ в
n^n	10^{-6} с	2,8 ч	$3,3 \cdot 10^{10}$ в	$2,8 \cdot 10^{69}$ в	$3,2 \cdot 10^{184}$ в
$n!$	10^{-6} с	3,6 с	771,5 в	$9,6 \cdot 10^{48}$ в	$2,9 \cdot 10^{142}$ в

Примечание: знак ^ означает возведение в степень, в – век.

Таблица 8

Влияние роста мощности ВТ на диапазон решаемых задач

Вид функции сложности	Размерность задачи, решаемой за единицу времени	
	Имеющаяся ВТ	В k раз более производительная ВТ
n	n_1	kn_1
n^2	n_2	$k^{1/2} n_2$
n^5	n_3	$k^{1/5} n_3$
n^{10}	n_4	$k^{1/10} n_4$
2^n	n_5	$n_5 + \log k / \log 2$
10^n	n_6	$n_6 + \log k$
n^n	n_7	$n_7 + \log k / \log n$

Задачи, не попадающие ни в класс P , ни в класс E . К ним относятся:

- решение систем уравнений с целочисленными переменными;
- существование среди заданных подмножеств покрытия;
- составление расписаний (раскрасок), учитывающих определенные условия (бинарные отношения);
- существование множества значений логических переменных, которые позволяют сделать значение произвольного заданного логического выражения истинным;

- оптимизация пути коммивояжера через сеть городов;
- отбор файлов при запросе в информационный банк данных для получения информации с наименьшей стоимостью;
- размещение обслуживающих центров (телефон и т.п.) для максимального числа клиентов при минимальном числе центров;
- оптимальная загрузка емкости (рюкзак, поезд, корабль, самолет) при наименьшей стоимости;
- оптимальный раскрой (бумага, картон, стальной прокат);
- оптимизация маршрутов в воздушном пространстве, инвестиций, станочного парка;
- диагностика (болезни, поломки, дефекты печатных схем).

Все эти задачи эквивалентны по сложности. Класс хороших задач мал, остальные задачи являются трудными и решаются методами искусственного интеллекта.

Класс NP: недетерминированные полиномиальные задачи. Для большинства практических задач неизвестно, существует ли полиномиальный алгоритм их решения, но и не доказано, что они не поддаются решению. Общим для них является то, что они могут быть решены за полиномиальное время на недетерминированных машинах Тьюринга (НДМТ). Такие задачи и называют NP-задачами. Под решением здесь понимается, что машина может проверить правильность предложенного решения за полиномиальное время. К NP-задачам относятся:

- разрешимость логического выражения;
- трехцветная раскраска графа;
- построение покрытия или разбиения множества;
- построение клики (полного подграфа) из k вершин на неориентированном графе;
- задача о рюкзаке;
- разбиение числового множества на две непересекающиеся части, такие, что сумма чисел в одной равна сумме чисел в другой;
- существование на ориентированном графе такого циклического маршрута коммивояжера, общая стоимость которого меньше заданного числа k .

Известно, что любая NP-задача решается с помощью детерминированного алгоритма сложности $o(2^{P(n)})$, где P – полином, т.е. является в принципе экспоненциальной. В НДМТ помимо обычного набора инструкций существует специальная инструкция "Выбор $|E|$ ", которая создает столько копий текущего состояния, сколько существует элементов в множестве E . Машина останавливается, когда одна из ее копий достигает инструкции "Конец". По сути, если мы не располагаем явной формулой или рекурсивным выражением приемлемой сложности, то остается два способа решения: построение эффективного алгоритма

подсчета или метод перебора. Последний и реализуется на НДМТ. Класс NP -задач содержит класс P -задач; $P \subset NP$, так как любая полиномиальная задача, решаемая на ДМТ, решается (проверяется) за полиномиальное время на НДМТ. Для значительного числа NP -задач доказано, что любая другая NP -задача может быть сведена к такой задаче за полиномиальное время. Эти задачи называются NP -полными. Так как в класс NP входит много практически важных задач, то возникает вопрос, поддаются ли NP -задачи решению или нет, что формулируется в виде: "верно ли, что $NP = P$ ". Или являются ли НДМТ более мощными, чем ДМТ, т. е. могут ли они решить больше задач. Это утверждение не доказано, хотя имеются доводы в пользу того, что $NP \neq P$ при обычных правилах вывода. Мы докажем, что в общем случае $P \neq NP$. Считается установленным утверждение «Все задачи, решаемые на ДМТ за полиномиальное время (P -задачи), решаются на НДМТ за полиномиальное время». Согласно правилам формальной логики общеутвердительное заключение допускает необходимое обращение в частноотрицательное «Некоторые задачи, решаемые на НДМТ, не решаются на ДМТ (не являются P -задачами)». Следовательно, $P \neq NP$. Если же говорить о возможном обращении, то тогда может быть что угодно. Приведем другое доказательство. На НДМТ реализуется возможность выбора. Здесь возможное равно необходимо существующему, так как выбор определяется мощностью (числом элементов) исходного множества E . Мы не в состоянии в общем случае интуитивно или с помощью эвристик уменьшить это множество, т.е. указать, какая копия ДМТ достигнет решения. Число же копий может быть сколь угодно большим, так как оно определяется мощностью множества E . Следовательно, НДМТ не является более мощной, чем ДМТ, и $P \neq NP$.

Кроме времени важно бывает оценить также и необходимый объем памяти компьютера. Это можно сделать с помощью пространственной функции сложности. Любая задача, решаемая за полиномиальное время, решается в полиномиальном пространстве, так как за конечное время автомат использует конечное пространство (число ячеек), не большее числа шагов вычисления. Обратное неверно.

На рис. 9 дана классификация задач с позиций их сложности и разрешимости. Класс $коNP$ -задач содержит задачи дополнительные к NP , т.е. с ответом дополнительным к ответу NP -задач. Не доказано, что $NP = коNP$, однако известно что $NP \cap коNP$ не пусто и содержит все P -задачи, а также некоторые другие. Докажем, что $NP \neq коNP$. Для определения соотношения между NP - и $коNP$ -задачами рассмотрим доказательства на основе силлогизмов. Определим $коNP$ -задачи, как такие, у которых ответ противоположен или противен ответу NP -задач. Пусть имеется общеутвердительное заключение «Все A есть B ». Тогда дополнительный ответ состоит из двух утверждений: «Ни одно A не есть B » (общеотрицательное заключение) или «Некоторые A не есть B »

(частноотрицательное заключение). Мы вправе утверждать, что $NP = коNP$, только при полной обратимости утверждений. Однако, в данном случае это не так. Из формальной логики известно, что общеутвердительное заключение допускает необходимое обращение в частноотрицательное, последнее же вообще не допускает необходимого обращения. Общеотрицательное заключение допускает обращение в общеотрицательное, а противоположным ему является частноутвердительное заключение, допускающее обращение в частноотрицательное, которое не допускает обращения. Поскольку полная обратимость утверждений отсутствует, то $NP \neq коNP$.

Можно рассуждать и иначе. Пусть доказано, что «Все А есть В» через посылки АБ и БВ. Мы вправе утверждать, что $NP = коNP$, если осуществимо превращение заключений и доказательство по кругу. В данном случае это не имеет места. Например, если используются частноотрицательная и частноутвердительная посылки, то заключение невозможно. Действительно, пусть «Некоторые В не есть А», «Некоторые В есть Б» (заключение невозможно). Заключение не получается и когда одна посылка общеотрицательная, а вторая частноутвердительная. Из приведенных примеров следует, что $NP \neq коNP$.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [6, 10, 12, 16, 21, 23, 33, 36, 37, 38, 42, 43, 45, 52].

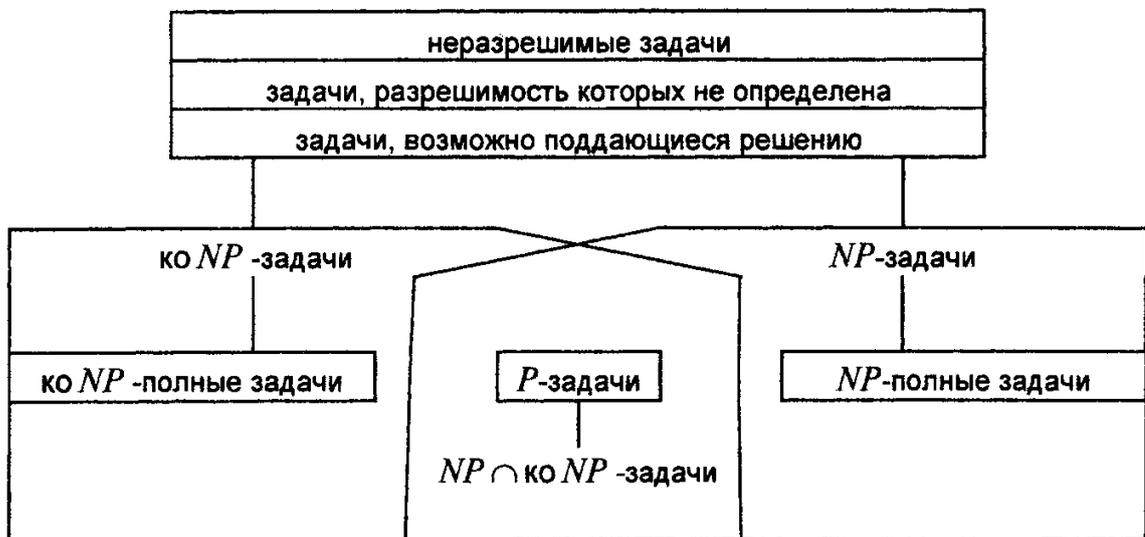


Рис. 9. Классификация разрешимости задач

Глава 3. Системное моделирование

- Ты когда-нибудь видела, как рисуют множество?
- Множество чего? – спросила Алиса.
- Ничего, - отвечала Соня,
- Просто ножество!

Льюис Кэрролл (Алиса в Стране чудес)

Термин системное моделирование используется в связи с построением моделей систем, а также в связи с решением проблем и задач, относящихся к сложным объектам, на основе принципов теории систем.

3.1. Основные проблемы теории систем

В зависимости от того, что является неизвестным, проблемы делятся на четыре класса: проблема анализа, проблема синтеза, проблема оценки внешней (окружающей) среды и проблема «черного ящика».

Проблема анализа. Заданы системы. Требуется определить, какие характеристики (неизвестные) они имеют в условиях заданной внешней среды. Эта задача допускает эквивалентную формулировку: какое поведение соответствует данной структуре. Как правило, задача разрешима, если ее можно решить однозначно. Схематично процесс анализа представлен на рисунке 10.

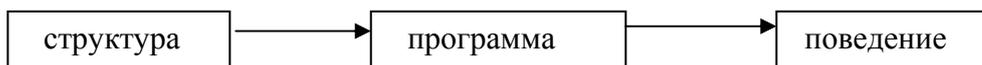


Рис.10. Проблема анализа

Алгоритм решения проблемы анализа включает следующие шаги:

- составление модели объекта, наиболее подходящей с позиций получения требуемых функций (характеристик);
- написание программы оценки характеристик модели;
- определение характеристик объекта из его модельного представления с помощью программы оценки.

Таким образом, процесс анализа состоит из двух стадий: составление и исполнение программы. Трудность анализа состоит в том, что не существует формального метода, который позволил бы строить наиболее подходящую для заданной проблемы модель. Отыскание подходящего метода оценки включает эвристические (интуитивные) элементы и относится к проблеме синтеза. Например, проблема анализа возникает при

исследовании характеристик двигателя (автомобиля, самолета) в различных режимах эксплуатации.

Рассмотрим более подробный пример, иллюстрирующий решение проблемы анализа. Дана система, состоящая из двух элементов с функциями преобразования f_1 , f_2 , которая описывается циклической моделью с обратной связью. Требуется определить характеристики точности сигнала на выходе системы. Входная величина x изменяется в диапазоне $[x_{\min}, x_{\max}]$. При решении этой задачи сначала надо определить связь между входом и выходом системы. Для циклической модели связь между входом и выходом системы имеет вид (мы используем линейное приближение, чтобы избежать громоздких выражений):

$$y = f_1 x / (1 - f_1 f_2 \text{sign} f_2). \quad (1.3.1)$$

Программа оценки характеристик модели включает установление зависимости ошибки сигнала на выходе от характеристик модели. Для относительной ошибки сигнала на выходе системы легко получить выражение

$$\delta y = (\delta f_1 + f_1 f_2 \delta f_2) / Q + \delta x, \quad (1.3.2)$$

где f_1 , f_2 – функции преобразования элементов прямой и обратной связи, $Q = 1 - f_1 f_2 \text{sign} f_2$; $\text{sign} f_2 = 1$ для положительной обратной связи и $\text{sign} f_2 = -1$ для отрицательной обратной связи, δf_1 , δf_2 – относительные ошибки преобразования элементов системы, δx – относительная ошибка входного сигнала. Теперь, задавая фактическое значение ошибки на входе δx , а также характеристики системы f_1 , f_2 , δf_1 , δf_2 , можно определить значение δy .

Полученное опорное значение сравнивается со значением, рассчитанным по модели, чтобы исключить возможные посторонние источники ошибок. После этого модель можно использовать для расчета δy во всем диапазоне $[x_{\min}, x_{\max}]$.

Проблема синтеза. Заданы требуемые характеристики, надо определить системы, которые в условиях заданной среды обеспечивают получение этих характеристик. Или в эквивалентной формулировке: дано поведение системы (иногда только ее деятельность) и множество типов ее элементов (тип – это совокупность элементов, у которых постоянное поведение одинаково). Надо найти такую структуру, которая реализует данное поведение (или поведение, вытекающее из данной деятельности) и включает лишь допустимые типы элементов.

Если данное множество типов недостаточно, то синтез системы неосуществим (на данном множестве). Множество решений может быть пустым и в случае, если число характеристик велико, и они противоречат друг другу. Поэтому характеристики рекомендуется задавать в мягкой форме (в виде интервалов, словесных высказываний и т.п.) Во всех других

случаях решение не однозначно, так как обычно в реальном мире существует большое количество объектов с одинаковыми функциями (характеристиками), и среди них надо выбрать такой, который бы обладал всей совокупностью заданных для него характеристик. Поэтому выдвигаются другие, дополнительные требования к допустимым решениям, например, минимальные затраты, максимальная надежность системы и т. д. Проанализировав структуру, можно выяснить, правильно ли проведен синтез. Практически задача синтеза не может быть сформулирована без заданного разделения величин на входные и выходные, т. е. мы имеем дело с синтезом автоматов. Синтез более сложен, чем анализ. Последний может быть выполнен интуитивно, а синтез требует применения эффективных методических средств, т. е. совершенно другого подхода. Схематично процесс синтеза представлен на рис. 11.

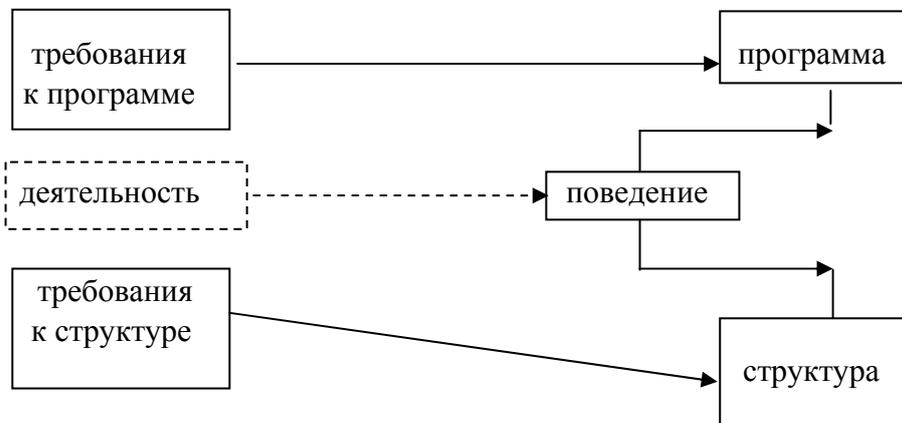


Рис.11. Проблема синтеза

Алгоритм синтеза состоит из следующих шагов:

- создание исследовательской модели;
- анализ этой модели как решение проблемы анализа и определение ее функций;
- сравнение полученных результатов с заданными требованиями и прекращение поиска решения, если результаты и требования совпадают, или же возврат к первому шагу, если совпадение не получено.

Этот процесс имеет итерационный характер и является более сложным, чем анализ, так как включает в себя саму проблему анализа. Особенностью процесса синтеза является необходимость поиска для достижения цели, причем результаты вычислений на стадии анализа влияют на весь последующий процесс: модель проблемы синтеза корректируется, и вновь изменяется получаемое при анализе решение. В один и тот же цикл решения проблемы синтеза включается как стадия определения алгоритма, так и стадия его выполнения. Например, проблема синтеза возникает при

проектировании двигателя (автомобиля, самолета), пригодного для заданных условий эксплуатации.

Рассмотрим более подробный пример, иллюстрирующий решение проблемы синтеза. Даны два элемента (подсистемы) с функциями преобразования f_1, f_2 . Известны также относительные ошибки функций преобразования δf_1 и δf_2 . Требуется синтезировать систему, которая имела бы наилучшие характеристики точности при условиях $f_1 > f_2$, $\delta f_1 > \delta f_2$.

Для решения задачи сформируем множество допустимых решений из заданных типовых элементов. Используем различные варианты соединения элементов: а) последовательное; б) параллельное; в) циклическое с отрицательной обратной связью. В качестве модели примем зависимость относительной ошибки на выходе от параметров схемы (для простоты считаем, что сигнал на входе является точным).

Для последовательной схемы имеем

$$\delta y^{(1)} = \delta f_1 + \delta f_2 \quad (1.3.3)$$

Для параллельной схемы

$$\delta y^{(2)} = (f_1 \delta f_1 + f_2 \delta f_2) / (f_1 + f_2) \quad (1.3.4)$$

Для циклической схемы с отрицательной обратной связью имеем

$$\delta y^{(3)} = (\delta f_1 + f_1 f_2 \delta f_2) / (1 + f_1 f_2). \quad (1.3.5)$$

Анализ выражений показывает, что при заданных условиях $\delta y^{(1)} < \delta y^{(2)} < \delta y^{(3)}$, т.е. решением для нашего случая является циклическая система с отрицательной обратной связью, как имеющая наименьшее значение относительной ошибки (наилучшие характеристики точности).

Проблема оценки внешней среды. Заданы системы и их характеристики, надо получить такую среду (неизвестную), в условиях которой системы проявляют заданные характеристики. Алгоритм решения проблемы такой же, как и в случае проблемы синтеза, где в качестве объекта исследования выступает окружающая (внешняя) среда.

Рассмотрим пример проблемы оценки окружающей среды. Дана система, имеющая циклическую структуру с отрицательной обратной связью. Даны функции преобразования f_1 и f_2 модулей прямой и обратной связи и относительные ошибки функций преобразования $\delta f_1, \delta f_2$. Известно, что для модуля обратной связи ошибка δf_2 квадратично зависит от температуры $\delta f_2 = a(t - t_0)^2 + b$, $a, b > 0$, где t_0 – начальная температура. Требуется определить характеристики среды (в данном случае температуру), при которых ошибка на выходе системы будет минимальной. Модель циклической системы определяется соотношениями:

$$y = f_1 x / (1 + f_1 f_2), \quad (1.3.6)$$

$$\delta y = (\delta f_1 + f_1 f_2 \delta f_2) / (1 + f_1 f_2). \quad (1.3.7)$$

Из второго выражения следует, что ошибка δy минимальна при $t = t_0$. Следовательно, окружающая среда должна иметь температуру вблизи t_0 , что может быть обеспечено специальными мерами регулирования температуры среды (термостатирования).

Проблема «черного ящика». Исследуется система с неизвестной организацией и неизвестным поведением («черный ящик»), с которой можно проводить эксперименты и регистрировать ее деятельность. Таким образом, «черный ящик» определяется множеством величин и соответствующим уровнем анализа. Сложность проблемы в том, что пока не известна организация, мы можем определить только относительно постоянное поведение, соответствующее деятельности системы, а затем гипотетическую структуру. Эксперимент с «черным ящиком» включает:

- изоляцию его от других воздействий;
- контролируемое воздействие на «черный ящик» в ходе эксперимента;
- запись всех пар «вход (стимул) – выход (реакция)».

Затем проводится моделирование зависимости реакции от входного воздействия (стимула), и определяются модели поведения и программы. Совпадение с экспериментом проверяется по критериям согласия. По известному поведению решением задачи синтеза определяется структура системы. На рис.12 показана схема решения проблемы «черного ящика».

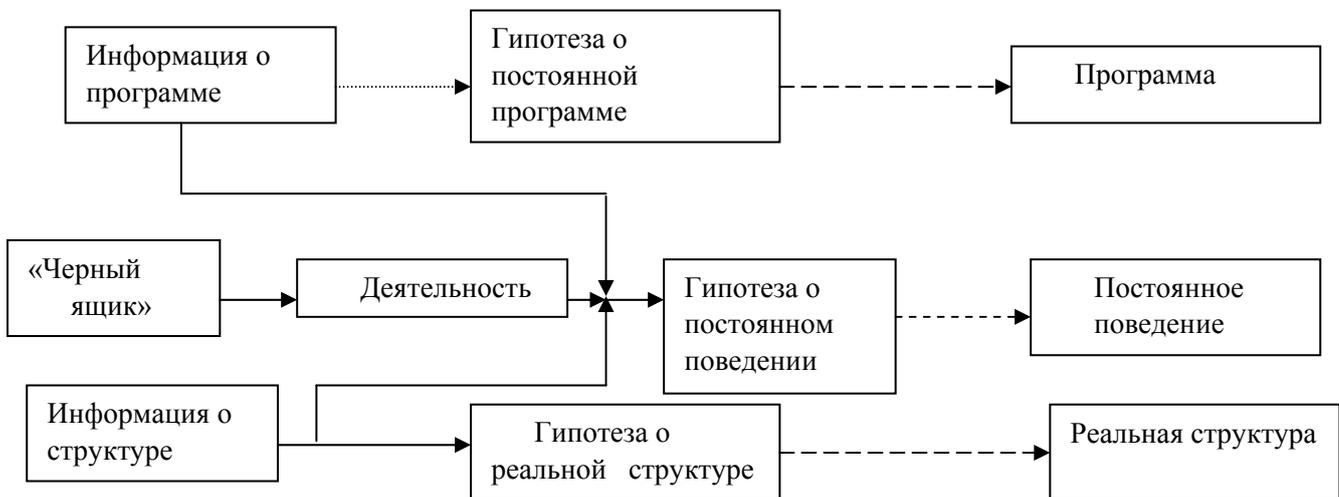


Рис. 12. Проблема «черного ящика»

Рассмотрим пример решения проблемы «черного ящика». Дана система S с неизвестными структурой и поведением. Задавая значения x , регистрируем значения y на выходе. Выбираем модель для описания зависимости $y(x)$. Будем считать для простоты, что зависимость является линейной:

$$y = fx, \quad (1.3.8)$$

где f – постоянная функция преобразования. Определяем значение f методом наименьших квадратов по измеренным значениям входа и выхода:

$$f = \sum_{i=1}^N y_i x_i / \sum_{i=1}^N x_i^2, \quad (1.3.9)$$

где N – число измерений соответственных пар (x_i, y_i) . Остаточная дисперсия равна

$$S_0^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - fx_i)^2. \quad (1.3.10)$$

Дисперсия f равна $S_f^2 = \frac{1}{N} S_0^2$, относительная ошибка $\delta f = \frac{S_f}{f} = \frac{S_0}{f\sqrt{N}}$,

дисперсия величины δf равна $D[\delta f] = \frac{D[S_0]}{f^2 N} \leq \frac{S_0^2 \bar{\chi}^2}{f^2 N(N-1)}$ (оценка сверху).

Теперь по найденной функции поведения определяем структуру системы. Мы должны ясно представлять, что не в состоянии решить задачу синтеза структуры в полном объеме и сколь угодно точно, так как вынуждены строить модель на основе известного и действовать по аналогии. Изучаемая же система может содержать новые неизвестные нам элементы, не имеющие аналогов. Поэтому всегда нужно иметь в виду цель, для которой мы изучаем структуру системы и перечень критериев оценки. Гипотетическая модель будет лишь аналогом изучаемой системы, подобным ей для достижения определенной цели. В нашем примере мы ограничимся преобразовательными возможностями системы и ее характеристиками точности на выходе. Для решения задачи синтеза структуры создадим исследовательскую модель (систему S_M), структура которой состоит из двух известных элементов (подсистем) S_1 и S_2 с функциями преобразования f_1 и f_2 соответственно, которые мы можем комбинировать произвольным образом. Рассмотрим три варианта предполагаемой структуры: а) последовательное соединение; б) параллельное соединение; в) циклическое соединение с обратной связью. Теперь необходимо выбрать измеряемые величины, которые бы позволяли идентифицировать структуру изучаемой системы. В качестве таких величин выберем математическое ожидание $M[\delta y]$ и дисперсию $D[\delta y]$ относительной ошибки (выбор f или δy не позволяет провести идентификацию).

Для последовательного соединения элементов S_1 и S_2 имеем в линейном приближении, считая, как и ранее, что $\delta x = 0$:

$$M[\delta y] = \sum_{i=1}^2 M[\delta f_i], \quad (1.3.11)$$

$$D[\delta y] = \sum_{i=1}^2 D[\delta f_i]. \quad (1.3.12)$$

Для параллельного соединения имеем соответственно

$$M'[\delta y] = \sum_{i=1}^2 f_i M[\delta f_i] / \sum_{i=1}^2 f_i, \quad (1.3.13)$$

$$D'[\delta y] = \sum_{i=1}^2 f_i^2 D[\delta f_i] / (\sum_{i=1}^2 f_i)^2. \quad (1.3.14)$$

Для циклического соединения имеем

$$M''[\delta y] = (M[\delta f_1] + f_1 f_2 M[\delta f_2]) / Q, \quad (1.3.15)$$

$$D''[\delta y] = (D[\delta f_1] + f_1^2 f_2^2 D[\delta f_2]) / Q^2, \quad (1.3.16)$$

где $Q = 1 - f_1 f_2 \text{sign} f_2$.

Подавая один и тот же сигнал сначала на вход изучаемой системы S , а затем на вход исследовательской модели S_M , определяем величины $M[\delta y]$ и $D[\delta y]$ на выходе системы S и модели S_M . Для последовательной схемы имеем

$$M[\delta y] \cong 2 \max_i M[\delta f_i], \quad (1.3.17)$$

$$D[\delta y] \cong 2 \max_i D[\delta f_i]. \quad (1.3.18)$$

Для параллельной схемы

$$M'[\delta y] \cong \max_i M[\delta f_i], \quad (1.3.19)$$

$$D'[\delta y] \cong \frac{f_1^2 + f_2^2}{(f_1 + f_2)^2} \max_i D[\delta f_i] \cong \frac{1}{2} \max_i D[\delta f_i]. \quad (1.3.20)$$

(В последнем случае мы положили $f_1 = f_2$). Для циклической схемы (ограничимся для простоты отрицательной обратной связью) имеем

$$M''[\delta y] \cong \max_i M[\delta f_i], \quad (1.3.21)$$

$$D''[\delta y] \cong \frac{1 + f_1^2 f_2^2}{(1 + f_1 f_2)^2} \max_i D[\delta f_i]. \quad (1.3.22)$$

Легко видеть, что величины $M[\delta y]$ и $D[\delta y]$ различаются для разных схем, и их сравнение позволяет идентифицировать структуру изучаемой системы. Отметим, что если величина δy центрирована (отсутствует систематическая ошибка), то $M[\delta y] = M'[\delta y] = M''[\delta y] = 0$. В этом случае для идентификации используется дисперсия, которая заведомо отлична от нуля при $D[\delta f_i] \neq 0$.

Процедуру идентификации можно продолжить, заменив в исследовательской модели S_M каждую из подсистем S_1 и S_2 , в свою очередь, на две подсистемы S_{11} , S_{12} и S_{21} , S_{22} , и варьируя схему их соединения. Повторение описанной процедуры идентификации для более сложной модели, состоящей уже из четырех подсистем, позволяет уточнить структуру изучаемой системы. Процесс детализации структуры ограничен, конечно, точностью измерения (оценки) параметров модели.

3.2. Задачи распределения ресурсов в системах

Наряду с рассмотренными типами проблем имеется класс задач, связанных с оптимальным распределением ресурсов в системах, которые изучаются в теории исследования операций. Приведенные ниже традиционные формулировки задач соответствуют полной информационной определенности. Реальные задачи приходится решать в условиях риска, неопределенности и неясности, что изменяет их информационное содержание и результаты (см. главу 5). Системный подход играет важную роль при постановке задач и их неформальном анализе.

Задача планирования производства. Некоторое предприятие производит n типов продукции, затрачивая при этом m типов ресурсов. Известны следующие параметры: a_{ij} – количество i -го ресурса, необходимого для производства единичного количества j -й продукции; $a_{ij} \geq 0$ ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$); b_i – запас i -го ресурса на предприятии, $b_i > 0$; c_j – цена единичного количества j -й продукции, $c_j > 0$. Предполагается, что затраты ресурсов растут пропорционально объему производства. Пусть x_j – планируемый объем производства j -й продукции. Тогда допустимым является только такой набор производимой продукции $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, при котором суммарные затраты каждого вида i -го ресурса не превосходят его запаса:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i; i=1, \dots, m. \quad (3.2.1)$$

Кроме того, имеем следующее естественное ограничение:

$$x_j \geq 0; j=1, \dots, n. \quad (3.2.2)$$

Стоимость набора продукции x выражается величиной $\sum_{j=1}^n c_j x_j$. Задача планирования состоит в том, чтобы среди всех векторов x , удовлетворяющих ограничениям (3.2.1), (3.2.2), найти такой, при котором стоимость набора продукции принимает наибольшее значение

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max. \quad (3.2.3)$$

Реальные задачи планирования редко представимы в столь идеальном виде, обычно приходится действовать в условиях риска или неопределенности. Для формализации задачи требуется затратить немало усилий, точнее, как говорил известный персонаж Эркюль Пуаро, понадобится «включить серые мозговые клетки». В частности, определение параметров a_{ij} , b_i , c_j связано с используемой технологией, а последняя, в свою очередь, зависит от стратегии фирмы. На установление цены влияют цель и стратегия фирмы, ее положение на рынке и другие

факторы. Появляются вмененные издержки (так называемые теневые цены), связанные с ослаблением или ужесточением ресурсных ограничений задачи. Эти издержки могут быть определены решением двойственной задачи линейного программирования. В реальных условиях невозможно получить точное оптимальное решение и определить истинное значение вмененных издержек.

Транспортная задача. Некоторая продукция хранится на m складах и потребляется в n пунктах. Известны следующие величины: a_i – запас продукции на i -м складе, $a_i > 0$ ($i=1, \dots, m$); b_j – потребность в продукте на j -м пункте, $b_j > 0$ ($j=1, \dots, n$); c_{ij} – стоимость перевозки единичного количества продукции с i -го склада в j -й пункт, $c_{ij} > 0$. При этом предполагается, что суммарные запасы равны суммарным потребностям:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j . \quad (3.2.4)$$

Транспортная задача сводится к задаче линейного программирования следующего вида

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min , \quad (3.2.5)$$

при условиях $\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, x_{ij} > 0,$

где x_{ij} – количество продукции, перевозимой с i -го склада в j -й пункт.

Таким образом, надо организовать перевозки продукции со складов в пункты потребления, чтобы при полном удовлетворении потребностей минимизировать суммарные транспортные потери. При этом условие (3.2.4) является необходимым и достаточным для существования по крайней мере одной матрицы перевозок $\{x_{ij}\}$, удовлетворяющей ограничениям задачи (3.2.5). Сказанное выше о задаче планирования в равной мере относится к транспортной задаче. Здесь неформальными параметрами являются c_{ij} . Определение стоимости перевозки c_{ij} зависит от ряда факторов, в частности, от парка автомобилей, положения автотранспортного предприятия на рынке услуг, стратегии предприятия, государственных субсидий и т.п. На нее влияет также наличие приоритетов потребностей на разных пунктах, выбор маршрутов и т.д. Кроме того, условие (3.2.4) является скорее гипотетическим, чем реально выполняемым на практике, так как запасы и потребности определяются разными системами (разными ЛПР). Здесь также имеют место вмененные издержки, связанные с работой в условиях риска.

Задача планирования и транспортная задача решаются методами линейного программирования, например симплекс-методом. К этому же классу относится так называемая задача о рациионе. Мы рассмотрим ее в более общей постановке.

Задача обеспечения потребностей. Для функционирования системы необходимы m ресурсов, получаемых из n типов сырья. Известны следующие величины: a_{ij} – количество i -го ресурса, которое может быть получено из единичного количества j -го типа сырья, $a_{ij} > 0$ ($i=1, \dots, m$; $j=1, \dots, n$); b_i – минимальное количество i -го ресурса, необходимое для работы системы в течение определенного времени, $b_i > 0$; c_j – цена единичного количества j -го типа сырья, $c_j > 0$. Задача состоит в том, чтобы минимизировать затраты на сырье, требуемое для нормальной работы системы:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (3.2.6)$$

при условиях $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i$; $i=1, \dots, m$, $x_j \geq 0$; $j=1, \dots, n$,

где x_j – искомое количество j -го типа сырья, необходимое для обеспечения нормальной работы системы в течение определенного времени при минимальных затратах на сырье.

Сказанное выше о задаче планирования относится и к этой задаче, так как величины a_{ij} , b_i , c_j зависят от технологий, стратегии обеспечения, приоритетов потребностей и т.п. Могут появляться также вмененные издержки, связанные с отклонением спроса от предложения и неопределенностью информационной среды задачи.

Задача составления расписаний. Такая задача возникает при планировании работ, составлении проектов сложных технических или экономических систем. Задача заключается в следующем: найти такое распределение ресурсов и такое назначение очередности работ, при которых совокупность работ, составляющих проект, будет выполнена за минимальное время. При этом предполагаются известными: а) перечень работ p_1, p_2, \dots, p_n ; б) ресурс (люди, оборудование, сырье, деньги и т. п.), необходимый для выполнения работы p_i ($i=1, \dots, n$).

В указанной задаче следует учитывать два типа ограничений. Ограничения первого типа описывают взаимную зависимость работ. Это ограничения логического характера: выполнению работы p_i предшествует некоторая совокупность работ, без выполнения которых она начаться не может (например, при строительстве дома: сначала строится фундамент, потом стены и т. д.). Ограничения первого типа задаются в виде логических отношений (если p_{i-1} , то p_i). Их можно представить на языке графов, при этом вершины соответствуют работам, а соединения – последовательности работ. Ограничения могут иметь сложную форму: работы могут быть взаимозаменяемыми, вестись параллельно и т. п.

Ограничения второго типа связаны с объемом ресурса, который может быть выделен на реализацию проекта. Обозначим $u(t)$ – вектор ресурса, который может быть выделен на выполнение проекта за время t ; $a^i(t)$ –

доля работ номера i , которую планируется выполнить за время t , $0 \leq a^i(t) \leq 1$. Пусть $q(a^i(t))$ – вектор ресурса, который может быть выделен для выполнения работы $a^i(t)$. Тогда ограничения второго типа можно записать в виде

$$\sum_{i=1}^m q(a^{(i)}(t)) \leq u(t). \quad (3.2.7)$$

Если вектор $u(t)$ задан, то задача формулируется в следующем виде: для каждого интервала времени t требуется определить перечень работ и долю $a^i(t)$ этих работ, которую необходимо выполнить, чтобы суммарное время осуществления проекта было минимальным. Это задача дискретного программирования. Её решение методом полного перебора требует очень больших затрат времени при большом числе работ, поэтому используют эвристические методы, например, устанавливают очередность (ранжирование) работ. Применяют различные методы ранжирования: метод Черчмена–Акоффа, метод весовых коэффициентов и т.п. Более подробно эти методы рассмотрены в разделе, посвященном проблеме принятия решений. Если имеется возможность варьирования ресурсов, то задача решается методом критического пути.

Неформальный характер задачи составления расписаний обусловлен установлением приоритетов в выполнении работ и расходовании ресурсов на реализацию проекта, что в свою очередь зависит от значимости проекта, согласованности целей заказчиков и проектировщиков, эффективности используемых технологий, работы смежных (субподрядных) организаций, объема имеющихся ресурсов по сравнению с требуемыми и т.п. Здесь также имеют место вмененные издержки.

В заключение отметим, что более сложные постановки приведенных задач должны учитывать характер взаимосвязей систем в рамках общей системы. В литературе наиболее продвинутым является случай систем с жесткой централизацией [24].

В качестве примера рассмотрим задачу сетевого планирования и распределения ресурсов. В некотором проекте заданы работы, их взаимозависимость (рис.13) и продолжительность (табл. 9). Нужно найти такую последовательность работ в сети, которая потребует наибольшего времени для своего выполнения, и определить возможность сокращения сроков выполнения проекта.

Таблица 9

Продолжительность работ и затраты на разработку проекта

Работа	Наибольшая продолжительность, наименьшие затраты		Нормальные продолжительность и затраты		Наименьшая продолжительность, наибольшие затраты	
	Количество недель	Затраты, млн.руб	Количество недель	Затраты, млн.руб	Количество недель	Затраты, млн.руб
S_1	4	9	4	9	4	9
S_2	10	30	9	36	8	42
S_3	3	6	3	6	3	6
S_5	8	18	7	21	6	24
S_6	6	15	5	18	4	19
S_7	5	11	5	11	5	11
S_8	4	8	4	8	4	8
S_{10}	6	14	5	16	4	18
Суммарные затраты		106		124		140

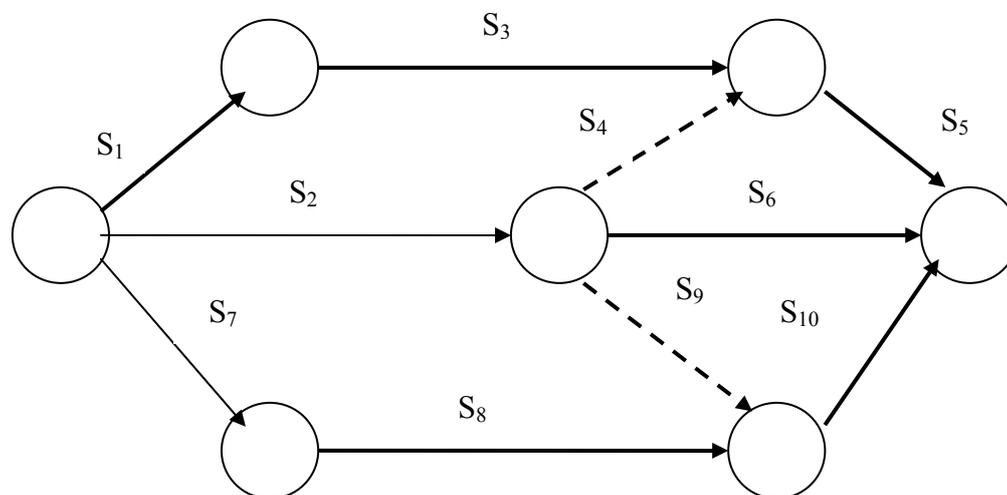


Рис. 13. Сетевой график проекта. Работы S_4 и S_9 называются фиктивными, время их выполнения равно 0. Они показывают, что работы S_5 и S_{10} могут начаться только после завершения работ S_1, S_3 и S_7, S_8 соответственно.

При решении задачи используется метод критического пути PERT (Program Evaluation Review Technique). При этом рассчитываются:

1. t_0 – самое раннее время, когда работа может быть начата;

2. t_1 – самое раннее время, когда работа может быть завершена; $t_1 = t_0 + \Delta t$, где Δt – продолжительность выполнения работы;
3. t_3 – самое позднее время, к которому работа может быть завершена без угрозы срыва плана. Это время может совпадать с плановой датой завершения всего проекта;
4. t_2 – самое позднее время, когда работа может быть начата без угрозы нарушения графика завершения проекта: $t_2 = t_3 - \Delta t$, где Δt – продолжительность выполнения работы;
5. t_4 – суммарное время задержек (запаздывания или отклонения от графика) без угрозы невыполнения проекта в срок: $t_4 = t_2 - t_0 = t_3 - t_1$.

Суммарные запаздывания в ходе работ можно рассматривать как меру эффективности сетевого графика проекта. Определим те работы, для которых t_4 минимально или равно нулю, т.е. находящиеся на критическом пути. Будем считать, что продолжительность работ может быть сокращена за счет увеличения прямых расходов. Критический путь рассчитывается вначале для работ с наибольшей продолжительностью и наименьшими затратами.

Начиная слева направо, подсчитаем для каждой работы в сети ее самое раннее время начала (t_0) и самое раннее время окончания (t_1). Эти значения приведены в табл. 10.

Таблица 10

Расчет критического пути для наименьших затрат на работы в сетевом представлении проекта

Работа	Продолжительность, недель	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4
S_1	4	0	4	3	7	3
S_2	10	0	10	0	10	0*
S_3	3	4	7	7	10	3
S_5	8	10	18	10	18	0*
S_6	6	10	16	12	18	2
S_7	5	0	5	3	8	3
S_8	4	5	9	8	12	3
S_{10}	6	10	16	12	18	2

Примечание: * – критические значения.

Самое раннее время окончания работы S_5 равно 18 недель. Если принять его в качестве плановой даты завершения всего проекта, то самым поздним временем завершения t_3 для работ S_5 , S_6 и S_{10} также будет 18 недель. Двигаясь теперь в обратном направлении по сетевому графику, т.е. справа налево, найдем соответствующие значения t_2 для каждой работы. Затем

определяем полное время задержек t_4 . Значения t_2 , t_3 и t_4 также приведены в табл. 10.

Время суммарной задержки для работ S_2 и S_5 равно нулю, и критический путь определяется так $S_2 \rightarrow S_4 \rightarrow S_5$. Длина критического пути составляет 18 недель. Прямые затраты на самом продолжительном пути составляют 106 млн. руб. Для того, чтобы минимизировать полные затраты за счет снижения косвенных затрат, нужно сократить указанные отрезки времени, т.е. длительность выполнения работ S_2 и S_5 . В соответствии с данными табл. 9 продолжительность некоторых работ может быть сокращена за счет увеличения затрат на них. В рассматриваемом примере можно уменьшить продолжительность работ S_2 , S_5 , S_6 , S_{10} путем увеличения затрат на их выполнение.

Работа	Дополнительные затраты на одну неделю, млн. руб.
S_2^*	6
S_5^*	3
S_6	2
S_{10}	2

Продолжительность работы S_2 можно сократить на два дня вложением дополнительно 12 млн. руб.; продолжительность работы S_5 можно также сократить на два дня путем вложением 6 млн. руб. После этого работы S_6 и S_{10} становятся критическими.

В табл. 11 приведены данные о продолжительности выполнения проекта и изменении его стоимости в связи с сокращением продолжительности выполнения. Оптимальная общая стоимость проекта составляет 224 млн. руб. при продолжительности 16 недель.

Данные таблицы показывают, как достигается компромисс при учете прямых и косвенных издержек. С одной стороны, с уменьшением времени выполнения проекта растут прямые расходы. С другой стороны, косвенные расходы уменьшаются.

Таблица 11

Изменение расходов из-за сокращения времени выполнения проекта

Продолжительность выполнения проекта, недель	Увеличение прямых расходов, млн. руб.	Прямые расходы, млн. руб.	Косвенные расходы, млн. руб.	Общая стоимость проекта, млн. руб.
18	-	106	124	230
17	3	109	118	227
16	3	112	112	224

				(минимум)
15	6	118	107	225
14	6	124	102	226

3.3. Методы ранжирования систем

В этом параграфе будут рассмотрены методы построения структуры систем, отвечающей данной цели. Любой объект (элемент, подсистема, компонент), как уже неоднократно отмечалось, является частью более общей системы, в рамках которой он связан отношениями с другими объектами. При анализе и моделировании структуры системы мы должны определить тип отношения (отношений), которое важно для достижения цели или выполнения функции системой. Например, если мы рассматриваем технологический процесс с точки зрения его организации, то нас, прежде всего, интересует последовательность его элементов (операций). Если мы рассматриваем тот же процесс с точки зрения трудоемкости или качества продукции, то нас интересуют уже другие отношения, например, какая операция лучше или менее трудоемкая и т.д. Точно так же, если мы рассматриваем проблему диагностики, то нас интересует отношение между причинами (признаками) неисправностей. Расположение объектов по степени выполнения некоторого отношения (отношений) называется ранжированием объектов или расположением по уровням порядка. Рассмотрим процедуру ранжирования более подробно на языке отношений. Мы будем различать системы без циклических связей и системы с циклическими связями. В соответствии с определением система представима в виде множества элементов с отношениями (мы ограничимся бинарными отношениями)

$$S = \{X, R_1, \dots, R_n\}, \quad (3.3.1)$$

где X – множество элементов, а R_1, \dots, R_n – отношения (бинарные), заданные на элементах множества и определяющие связи между ними. Чем больше известно отношений между элементами, тем сложнее структура системы. В простейшем случае, когда известно (задано) одно отношение, система принимает вид

$$S = \{X, R\}. \quad (3.3.2)$$

Состав множества элементов определяется предметной областью, вид отношения R определяется целью анализа и не зависит от предметной области. Отношение R сопоставляет некоторому элементу x_i множества X другой элемент x_j из этого же множества, так что образуется упорядоченная пара. Записывают $(x_i, x_j) \in R$ или $x_i R x_j$. Отношение вполне определяется тройкой свойств: транзитивность, симметричность и рефлексивность. Многие отношения не являются симметричными, т.е.

если $x_i R x_j$, то необязательно, что $x_j R x_i$. Эти свойства используются при представлении отношений в виде матриц и вычислениях с ними. Более подробно свойства отношений обсуждаются в § 5.3., так как для нашего рассмотрения это не имеет значения. Наиболее часто используются на практике следующие типы отношений:

а) строгий порядок (например, один элемент больше либо меньше другого, лучше или хуже другого и т.д.); обозначение $R_{>}$;

б) нестрогий порядок или предпочтение (один элемент не больше либо не меньше другого, не лучше или не хуже другого и т.п.); обозначение R_{\geq} ;

в) эквивалентность или подобие (один элемент подобен другому по какому-либо свойству, например, по назначению); обозначение R_{\sim} ;

г) причина–следствие (один элемент является причиной или следствием другого, например, как причина и признак неисправности; обозначение R_{\rightarrow} ;

д) принадлежность или включение (один элемент является частью другого); обозначение R_{\subset} .

Легко проверить, что отношение $R_{>}$ является транзитивным, несимметричным и нерефлексивным, отношение R_{\geq} является транзитивным, несимметричным и рефлексивным, отношение R_{\sim} – транзитивное, симметричное и рефлексивное, R_{\rightarrow} – транзитивное, несимметричное и нерефлексивное, R_{\subset} – транзитивное, несимметричное и рефлексивное. Строго говоря, отношение $R_{>}$ является отношением строгого порядка, а отношение R_{\geq} – отношением предпочтения, но мы выделили их в отдельный разряд для удобства изложения. С каждым типом отношения связан определенный класс задач, например, отношение R_{\subset} характерно для задачи проектирования, отношение R_{\rightarrow} – для задачи диагностирования, отношения $R_{>}$, R_{\geq} , R_{\sim} – для задач оценивания.

Существуют и другие типы отношений, например, сходство, различие, тождество и т.п. Отметим, что не любое множество элементов образует систему, а лишь такое, на элементах которого задано некоторое отношение. Мы хотим определить порядковую структуру системы, соответствующую данному отношению. Эта процедура, как отмечалось выше, называется ранжированием элементов или расположением элементов в порядке очередности по заданному отношению. Рассмотрим сначала систему, не содержащую циклических связей (циклов). Для выделения уровней порядка применяется следующий метод.

Пусть X – конечное множество, на элементах $\{x_i\}$ которого задано отношение порядка R , представленное ориентированным графом без циклов (контуров) $G \subset X \times X$: $G = (X, \Gamma)$, где Γ – отображение X в X . Граф является графическим представлением отношения R : «Существует путь из

элемента x_i в элемент x_j » (на графе элементам X соответствуют вершины, а отображению Γ – ребра). Определим последовательно подмножества N_0, N_1, \dots, N_r такие, что: $N_0 = \{x_i : \Gamma^{-1}(x_i) = \emptyset\}$, $N_1 = \{x_i : \Gamma^{-1}(x_i) \subset N_0\} \setminus N_0$,

$N_2 = \{x_i : \Gamma^{-1}(x_i) \subset N_0 \cup N_1\} \setminus N_0 \cup N_1, \dots$, $N_r = \{x_i : \Gamma^{-1}(x_i) \subset \bigcup_{k=0}^{r-1} N_k\} \setminus \bigcup_{k=0}^{r-1} N_k$, где r – наименьшее целое, такое, что $\Gamma N_r = \emptyset$.

Подмножества N_k образуют разбиение X и строго упорядочены отношением $N_k < N_m \leftrightarrow k < m$. Функция $O(x_i)$, определяемая условием $x_i \in N_k \rightarrow O(x_i) = k$, называется порядковой функцией графа без контуров. Для построения порядковой функции составляется булева матрица графа (матрица инцидентий отношения R). Определяется строка λ_0 , в которой подсчитаны суммы строк матрицы. Нули в λ_0 дают вершины, которым не предшествует ни одна другая вершина. Эти вершины образуют уровень N_0 . Далее из суммы строк λ_0 исключаются значения, соответствующие нулевым строкам, и получается строка λ_1 , в которой нули из λ_0 заменяются крестом. Появившиеся в строке λ_1 новые нули дают вершины, которым не предшествует ни одна другая вершина кроме удаленных. Эти вершины образуют уровень N_1 и т. д. Чтобы получить порядковую функцию при обратном упорядочении уровней (справа налево), применяется та же процедура к транспонированной булевой матрице.

Система с циклическими связями представляется графом с циклами (контурами). Изложенный выше алгоритм прямо не применим. Поэтому сначала строятся классы эквивалентности по отношению цикличности «существует путь из x_i в x_j и обратно». Когда граф содержит, по крайней мере, один контур, найдется строка λ_i , в которой невозможно добиться появления новых нулей. Этот факт является средством для выявления контуров в графе. Построенные классы являются обычными подмножествами для отношения эквивалентности. Они образуют порядок (полный или частичный) и к ним применим предыдущий алгоритм (см. ниже). Рассмотрим применение алгоритма ранжирования на конкретных примерах.

Пример 1. Система без циклических связей.

Пусть X – конечное множество, на элементах которого задано отношение порядка R . Пусть для определенности элементы x_i – это этапы выполнения некоторого инвестиционного проекта, и нас интересует очередность их выполнения. Тогда отношение R интерпретируется следующим образом «Этап x_i предшествует этапу x_j ». Отношение R задается матрицей инцидентий, которая получается на основе изучения реального объекта, в нашем случае инвестиционного проекта. Эта матрица представляет собой булеву матрицу, состоящую из нулей и единиц, в которой единица означает, что между соответствующими элементами

выполняется отношение R , а нуль – что не выполняется. Для нашего случая определим матрицу инцидентий в виде:

R	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}
x_1				1			1		1					
x_2			1		1									1
x_3						1		1						
x_4													1	
x_5										1				
x_6													1	
x_7											1			
x_8									1					
x_9										1	1	1	1	
x_{10}														1
x_{11}														1
x_{12}														1
x_{13}														1
x_{14}														

При составлении матрицы используются свойства транзитивности, симметричности и рефлексивности исходного отношения, поэтому некоторые единицы опущены. В этой матрице пустые места означают нули. Единица, например, в ячейке (x_1, x_4) означает, что x_1 предшествует x_4 и т.д. Таким образом, мы получили систему. Назовем ее условно «инвестиционной системой», так как каждому этапу проекта соответствует определенная доля инвестиций. Требуется разбить множество этапов на группы по степени проявления отношения R , т.е. по порядку следования. Для выделения уровней порядка применяется *алгоритм ранжирования*.

Шаг 1. Определим вектор-строку A_0 , равную сумме строк исходной матрицы. Напомним, что матрица является объединением своих строк-векторов, поэтому сложение строк осуществляется покомпонентно. Имеем

$$A_0 = (0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2 \ 1 \ 3 \ 5).$$

Нули в строке A_0 соответствуют элементам, которым не предшествуют никакие другие элементы. В нашем случае это элементы x_1, x_2 . Они образуют первый порядковый уровень: $\{x_1, x_2\} - N_0$ (1-й порядковый уровень).

Шаг 2. Преобразуем строку A_0 следующим образом:

- нули заменим знаком «крест» \times ;
- исключим из строки значения, соответствующие «нулевым» операциям, выделенным на шаге 1, т.е. в нашем случае операциям x_1 и x_2 .

В итоге преобразования получим строку A_1 :

$$A_1 = (\times \times \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 3 \ 4)$$

Новые нули в строке A_1 соответствуют элементам x_3, x_4, x_5, x_7 , которые образуют 2-й порядковый уровень: $\{x_3, x_4, x_5, x_7\} - N_1$ (2-й порядковый уровень).

Шаг 3. Действуя аналогично шагу 2, преобразуем строку A_1 и получаем строку A_2 :

$$A_2 = (\times \times \times \times \times 0 \times 0 1 1 1 2 4).$$

Аналогично запишем $\{x_6, x_8\} - N_2$ (3-й порядковый уровень).

Шаг 4. Повторяя шаг 2, получаем

$$A_3 = (\times \times \times \times \times \times \times 0 1 1 1 1 4).$$

$\{x_9\} - N_3$ (4-й порядковый уровень).

Шаг 5. $A_4 = (\times \times \times \times \times \times \times \times 0 0 0 0 4).$

$\{x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}\} - N_4$ (5-й порядковый уровень).

Шаг 6. $A_5 = (\times \times 0).$

$\{x_{14}\} - N_5$ (6-й порядковый уровень).

Таким образом, структура системы состоит из отдельных элементов и шести порядковых уровней, объединяющих группы элементов по степени проявления отношения R , т.е. по порядку следования. Граф системы представлен на рис. 14. В нем овалы соответствуют уровням порядка, точки обозначают элементы, линии со стрелкой соответствуют связям элементов по отношению R , двойные линии со стрелкой показывают очередность следования уровней.

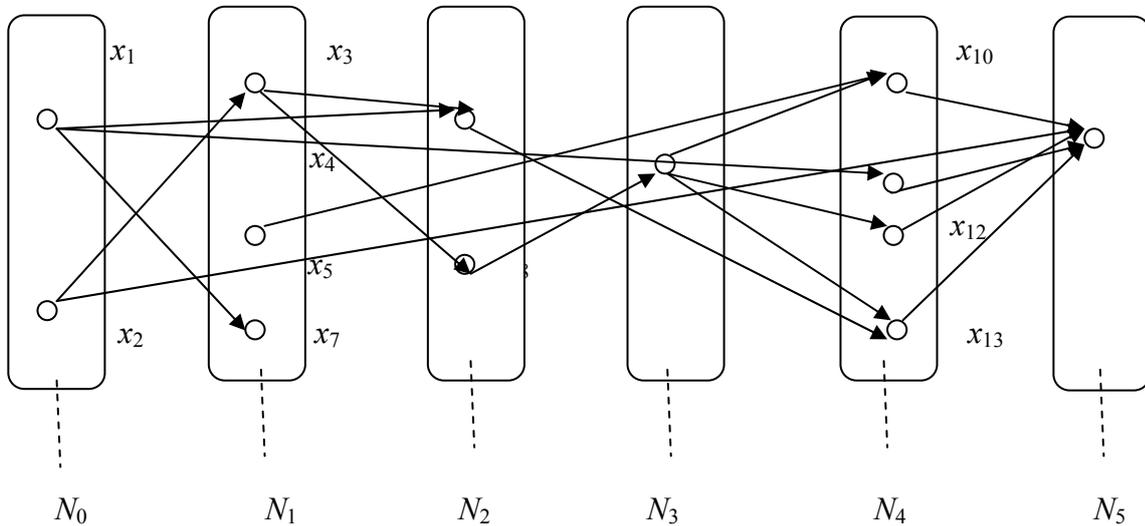


Рис.14. Порядковый граф системы без циклических связей из примера 1 (часть связей элементов не показана, чтобы не загромождать рисунок).

Отметим, что для использования алгоритма ранжирования, изложенного выше, необходимо появление новых нулей на каждом шаге. Если нули отсутствуют в первой или какой-то из последующих строк, то это является свидетельством, что система содержит циклы, т.е. циклические связи некоторых элементов между собой. Говорят, что два элемента x_i и x_j связаны циклом, если существует путь из x_i в x_j и обратно. Путь понимается здесь как связь элементов через отношение R между ними. Цикл может быть простым $x_i \rightarrow x_j \rightarrow x_i$, составным $x_i \rightarrow x_k \rightarrow x_m \rightarrow \dots \rightarrow x_n \rightarrow x_i$ или автоциклом $x_i \rightarrow x_i \rightarrow x_i$. Простой цикл будем обозначать $x_i \leftrightarrow x_j$, составной $x_i \leftarrow - \rightarrow x_j$, автоцикл $x_i \leftrightarrow x_i$.

Пример 2. Система с циклическими связями.

Определим систему согласно (3.3.2). Пусть для определенности элементами множества X являются дефекты продукции $X = \{x_1, x_2, \dots, x_8\}$. Зададим отношение R «Дефект x_i не менее значим, чем дефект x_j ». Назовем полученную систему условно «диагностической системой». Задача состоит в разбиении множества X на группы по степени проявления отношения R , т.е. по степени значимости. На основе информации о дефектах, полученной по результатам контроля продукции, составлена матрица инцидентий:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	1			1			1	1
x_2		1				1		
x_3			1		1			1
x_4				1		1	1	1
x_5					1			
x_6		1				1		1
x_7	1			1			1	
x_8			1					1

Так как отношение R является отношением предпочтения, то на главной диагонали стоят единицы. Легко видеть, что вектор-строка A_0 , равная сумме строк исходной матрицы, не содержит нулей, следовательно, алгоритм предыдущего примера не применим. Рассматриваемая система содержит циклы, и чтобы свести задачу к более простой, их нужно исключить. Применим алгоритм ранжирования.

Шаг 1. Проведем анализ исходной матрицы с целью выявления циклов в системе. Анализ проводится построчно сверху вниз, начиная с первой строки. В первой строке исходным является элемент x_1 . Нам нужно выявить все пути, ведущие из x_1 , в том числе и через другие элементы, обратно в x_1 . Анализ показывает, что элементы x_1, x_4, x_7 образуют класс эквивалентности C_1 , содержащий составной цикл и простой цикл, а также

три автоцикла. Исходным во второй строке является элемент x_2 . Получаем аналогично, что элементы x_2, x_6 образуют класс эквивалентности C_2 , содержащий простой цикл и два автоцикла. В третьей строке с исходным элементом x_3 элементы x_3, x_8 образуют класс C_3 , состоящий из простого цикла и двух автоциклов. Четвертая строка не анализируется, так как элемент x_4 уже входит в класс C_1 . В пятой строке исходный элемент x_5 изолированный и образует класс C_4 , состоящий из автоцикла. Шестая строка не анализируется, так как элемент x_6 входит в класс C_2 . По той же причине не анализируются элементы x_7 и x_8 , входящие в классы C_1 и C_3 соответственно. Таким образом, исходная система содержит четыре класса эквивалентности, объединяющих элементы, связанные циклами.

Шаг 2. Используем результат предыдущего шага для исключения циклов в матрице. С этой целью заменим в матрице единицы, соответствующие связям элементов, попавших в один и тот же класс эквивалентности, нулями. Получаем преобразованную матрицу, в которой нули показаны только в ячейках с замененными единицами. Преобразованная матрица циклов уже не содержит, и к ней применим алгоритм предыдущего примера.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1	0			0			0	1
x_2		0				0		
x_3			0		1			0
x_4				0		1		1
x_5					0			
x_6		0				0		1
x_7							0	
x_8			0					0

Шаг 3. Образует вектор-строку A_0 , равную сумме строк преобразованной матрицы: $A_0 = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 3)$. Выпишем нулевые элементы (x_1, x_2, x_3, x_4, x_7). Отдельные элементы нивелированы (устранены), и мы должны оперировать классами эквивалентности. Элементы x_1, x_4 и x_7 образуют класс C_1 , который и показывается на первом порядковом уровне $\{\{C_1\}\} - N_0$ (1-й порядковый уровень). Элементы x_2, x_3 самостоятельно класс не образуют, так как им не хватает «партнеров» – элементов x_6 и x_8 соответственно. Поэтому элементы x_2 и x_3 на этом уровне не показываются.

Шаг 4. Преобразуем строку A_0 так же как в предыдущем примере, заменяя нули крестами и исключая значения, соответствующие всем нулевым элементам ($x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_7$). Получаем строку $A_1 = (\times \times \times \times \ 0 \ 0 \ \times \ 1)$. Выписываем нулевые элементы ($x_5 \ x_6$). Элемент x_6 с ранее выделенным

элементом x_2 образует класс C_2 . Элемент x_5 образует класс C_4 . Имеем $\{\{C_2\}\} - N_1$ (2-й порядковый уровень).

Шаг 5. Наконец, преобразуя A_1 аналогично предыдущему, получаем строку $A_2 = (\times \times \times \times \times \times 0)$. Нулевой элемент x_8 с ранее выделенным элементом x_3 образует класс C_3 , который показывается на этом уровне. Имеем $\{\{C_3\}, \}$ - N_2 (3-й порядковый уровень). Класс $\{C_4\}$ следует поместить на четвертом уровне, чтобы связь элементов x_3 и x_5 была согласована с очередностью следования уровней. Имеем $\{\{C_4\}\} - N_3$ (4-й порядковый уровень).

Таким образом, структура системы является более сложной, чем в предыдущем примере, так как в ней имеется два типа отношений (предпочтения и эквивалентности) между элементами. Структура системы состоит из четырех порядковых уровней, четырех классов эквивалентности и отдельных элементов. Граф системы представлен на рис.15. Все обозначения в нем те же, что и на рис.14, однако добавляются новые компоненты – круги, которые обозначают классы эквивалентности.

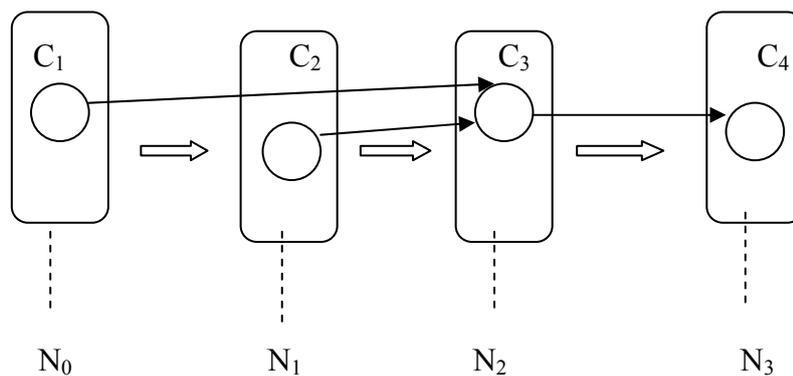


Рис.15. Порядковый граф системы с циклическими связями из примера 2 (внутренняя структура классов эквивалентности не показана, чтобы не загромождать рисунок).

В заключение отметим, что методы ранжирования позволяют моделировать структуру системы, определяемую отношениями между элементами. Сами же отношения отражают цели, для которых используется система.

3.4. Моделирование поведения систем

В этом параграфе рассматриваются общие закономерности моделирования поведения систем. Интерес представляет, прежде всего, математическое моделирование, т.е. возможность формализованного описания систем. Применительно к системам модели могут быть

качественными декларативными и носить характер описания свойств. Такие модели полезны, так как способствуют пониманию, но если мы хотим что-то точно предсказать, проверить, рассчитать или сделать, то необходимы формальные количественные модели. Построение модели определяется целью исследования или, иными словами, чтобы получать разумные ответы, нужно задавать разумные вопросы. Основными требованиями к модели являются удобство и адекватность. Удобство модели определяется степенью ее детализации и формой представления, возможностью интерпретации ее параметров. Адекватность модели характеризует ее пригодность для описания системы и достижения цели исследования. В первом случае модель должна быть достаточно простой, во втором – достаточно сложной. Эти критерии противоречивы или, лучше сказать, взаимно дополнительные, как если бы некто, разглядывая объект в микроскоп, пытался сохранить и детали, и поле зрения. Еще одним критерием является полнота, или универсальность модели. Применительно к сложным системам это требование редко выполняется. Скорее имеет место множественность моделей, фиксирующая уровень нашего незнания и ограниченные возможности экспериментирования и проверки истинности (верификации) моделей, а без наличия новых фактов, требующих объяснения, процесс моделирования лишен необходимой основы. Мы вынуждены по части судить о целом, что почти всегда приводит к неоднозначности построения (синтеза) модели. Проблема синтеза не решается однозначно без дополнительных ограничений, выдвигаемых самим исследователем. Конечно, играет роль и феноменология, т.е. умозрительные построения, но это часто не устраняет неоднозначности. Эмпирические модели строятся на основе обобщения экспериментальных фактов, относящихся ко всем системам данного типа, методом индукции. К этому классу относятся, например, регрессионные модели, параметры которых определяются из экспериментальных данных. Теоретические модели строятся методом доказательства из исходных общих посылок (предположений), которые сами принимаются без доказательства и не противоречат опыту. К этому классу относятся, например, формальные логические модели.

Основная трудность при моделировании системы, если мы хотим определить причины поведения, состоит в выборе существенных переменных (параметров) и установлении инвариантов – функций параметров, остающихся неизменными при некоторых (допустимых) преобразованиях переменных, определяемых симметрией системы. Мы рассмотрим три уровня организации: неживые системы, биологические (живые) системы и социальные системы (человек, общество), что обусловлено качественно различными уровнями абстракции при моделировании и выборе существенных переменных.

Неживые системы. Общим для них является то, что основную роль играют здесь физические законы, устанавливающие физические ограничения на выбор существенных переменных и допустимых преобразований. В свою очередь, физические законы являются следствием свойств симметрии пространства – времени (однородность, изотропность), что приводит к инвариантности законов относительно трансляций, вращений и т.п. Любой закон сохранения (вещества, энергии и т.п.) является следствием инвариантности некоторой функции существенных переменных относительно группы допустимых преобразований для данной системы, например, относительно перестановки правого и левого, пространственного отражения в начале координат, малых вращений в произвольной точке, инвариантность относительно произвольного бесконечно малого преобразования координат, калибровочная инвариантность уравнений вещества и поля и т.п. Общим для систем этого уровня является механизм поддержания равновесия с окружающей средой – энтропийный механизм. Он состоит в том, что система может сохранять равновесие со средой только путем увеличения энтропии или, иными словами, при возрастании неопределенности в системе и ее разрушении.

Из сказанного отнюдь не следует, что уровень неживых систем является однородным с точки зрения моделирования. Здесь используются модели разной степени общности в зависимости от цели исследования. Рассмотрим наиболее характерные из них.

Причинные модели. Для макрообъектов основные задачи состоят в изучении их пространственно-временных перемещений и управлении ими. В этом случае применяются причинные (детерминированные) модели классической механики, которые позволяют по заданному начальному состоянию с помощью уравнений движения вычислить состояние системы в любой момент времени (мы ограничиваемся малыми скоростями). Существенными переменными являются координаты и импульсы системы. Макрообъекты при решении указанных задач являются тождественными, т.е. ведут себя одинаково, поскольку мы рассматриваем макрообъект как целое (точку, центр массы, твердое тело), а не как ансамбль взаимодействующих атомов и молекул. Можно провести следующую аналогию: предположим, что мы смотрим издали на движущуюся толпу людей, она воспринимается нами как целое (сплошное тело), при этом для нас не важны взаимное движение отдельных людей или групп внутри нее, мотивации их действий и т.п. (в известных пределах конечно).

Статистические модели. Совсем другая модель должна применяться, если мы изучаем движение внутри системы (ансамбля) частиц (атомов, молекул). Здесь мы уже не можем игнорировать структуру системы и должны знать существенные переменные (координаты и импульсы), характеризующие состояние всех атомов и молекул. Поскольку это невозможно из-за их огромного числа, то применяется модель скрытых

параметров. При этом для моделирования поведения системы используют несколько известных параметров, а по остальным проводится усреднение. О состоянии системы в произвольный момент времени можно делать уже только статистические заключения. Например, в кинетической теории газов используется два параметра: давление и температура, которые являются сложными функциями остальных (неизвестных) параметров молекул газа.

Квантовомеханические модели. В квантовой механике изучение атомной системы ведется на уровне элементарных процессов. Здесь не годятся причинные модели или модели скрытых параметров. Состояние атомной системы описывается волновой функцией, зависящей от координат электронов, т.е. точкой в гильбертовом пространстве. И хотя задание волновой функции полностью определяет состояние, возможны лишь статистические утверждения о состоянии системы и значениях наблюдаемых величин. Имеется, как известно, принципиальная невозможность одновременного измерения некоторых величин из-за соотношения неопределенностей Гейзенберга. Мы не можем определить, в каком точно состоянии находится система, а лишь указать относительную вероятность возможных состояний. Понятие тождественности систем теряет смысл, так как любое измерение изменяет состояние системы. Поэтому при измерении на разных системах, находящихся в одном состоянии (характеризуемом одной и той же волновой функцией), получаются разные значения наблюдаемой величины.

Рассмотренные типы моделей: причинные модели, модели скрытых параметров и квантовомеханические связаны друг с другом принципом соответствия, а именно, новая модель должна переходить в старую в области применимости последней. Аналогичное соотношение имеет место для моделей геометрической и волновой оптики, классической и релятивистской механики. В последнем случае, например, переход к обычной механике достигается при $c \rightarrow \infty$ (c – скорость света).

Биологические системы. Для живых систем также выполняются физические законы и физические ограничения. Нас может интересовать перемещение системы в пространстве или физические процессы в организме на клеточном уровне. Однако сущность живых систем иная. Основное их свойство состоит в наличии ощущений, и этим обусловлены выбор существенных переменных, а также все закономерности и модели поведения живых систем. Основная задача для биологических макросистем состоит в изучении поведения системы во взаимоотношении с окружающей средой, которое определяется в терминах существования сообществ биологических видов, трофических связей (кто кого ест). Развитие биологических видов обусловлено такими законами, как естественный отбор, выживание наиболее приспособленного, борьба за существование, модификация видов посредством вариации, вымирание и

дивергенция (расхождение) признаков и т.п. Для живых систем характерны целесообразные действия, поэтому их модели в качестве существенных переменных содержат такие величины, как вход (стимул), выход (реакция), обратная связь, информация, цель, функция. В основном, используются эмпирические модели в виде зависимостей выхода от входа, включающие линейную комбинацию переменных и взаимодействия разных порядков с неизвестными коэффициентами, которые определяются на основе опытных фактов.

Общим для взаимоотношения живых систем с окружающей средой является то, что наряду с энтропийным механизмом поддержания равновесия, появляются новые: гомеостатический и морфогенетический. Гомеостатический механизм основан на поддержании стабильности (гомеостаза), т. е. той области значений внешних параметров (параметров среды), внутри которой возможно существование организма. Достигается это или изменением функций в ответ на внешнее воздействие, или изменением окружающей среды. Любая живая система обладает рецепторами (датчиками, сенсорами), позволяющими ей оценивать свое положение относительно границы гомеостаза (x) и способностью к определённым действиям (u). Получая информацию (сигнал) из окружающей среды, она формирует свои действия в зависимости от характера информации с помощью обратной связи так, чтобы остаться в области гомеостаза $u = f(x)$. Морфогенетический механизм связан с перестройкой структуры системы и новым ростом и проявляется, когда возможности гомеостатического механизма исчерпаны.

Биологические системы относятся к классу самоуправляемых систем рефлексивного типа. Самоуправляемых – так как они имеют в распоряжении свободные функции, которые используют для достижения своих целей. При этом основной целью систем является выживание, которое возможно только при сохранении равновесия со средой. Рефлексивность функции поведения состоит в том, что выполняется простая зависимость «реакция = f (сигнал)». Следует иметь в виду, что возможности саморегулирования отдельной системы ограничены, и Великим Дирижером является Природа.

Таким образом, описание живых систем основывается на биологических законах и системе обратных связей, которые часто называют функциями поведения. Гомеостатический и морфогенетический механизмы компенсируют влияние энтропийного механизма и тенденцию к разрушению. Для этого используются управление и информация. Управление, как петля обратной связи со средой, выбирается так, чтобы остаться в границах гомеостаза и сохранить равновесие со средой. Информация используется системой, чтобы из множества возможных ответов на воздействие среды выбрать такой, которому соответствует максимум количества информации. Поскольку количество информации

является мерой уменьшения неопределенности в системе, то система старается максимально уменьшить неопределенность и скомпенсировать энтропийный механизм. Конечно, компенсация является неполной, так как среда вносит возмущения в систему и постоянно сдвигает равновесие, поэтому вместо гомеостаза наблюдается гомеокинез, и система постепенно разрушается (точка равновесия оказывается за порогом жизни системы). Для живых систем имеет место конфликт целей, что обусловлено борьбой за существование. За видимой гармонией целого угадывается драма единичного.

Искусственные технические системы с точки зрения моделирования поведения можно отнести к живым системам, так как они являются копиями живых систем, созданными людьми для выполнения заданных функций (достижения заданных целей). Для живых систем наряду с физическими ограничениями (ограничениями условий) важными становятся целевые (критериальные) ограничения, которые система устанавливает сама для поддержания равновесия со средой. Для технических систем целевые (критериальные) ограничения устанавливаются людьми при проектировании и использовании этих систем. При этом физические ограничения влияют на целевые и должны ими учитываться.

Социальные системы. Для социальных систем также имеют место физические ограничения, на них накладываются биологические ограничения. Нас может интересовать перемещение систем в пространстве, ощущения и инстинкты людей и т.п. Однако сущность социальных систем иная. Основное их свойство состоит в разумности, и этим свойством обусловлены выбор существенных параметров и все закономерности и модели поведения социальных систем. Поведение этих систем реализуется в форме разумной деятельности, направленной на достижение определенных целей. Закрепление и передача опыта происходит не путем эволюции, естественного отбора и накопления полезных признаков (хотя и это имеет место), а, главным образом, посредством обучения на основе накопления знаний, обмена знаниями и их распространения в масштабах человеческого общества. Модели поведения социальных систем в качестве существенных переменных содержат такие величины, как затраты, ресурсы, продукция, эффект, результат, польза и т.п., понимаемые в широком смысле. Например, линейная модель Леонтьева, связывающая продукцию с затратами, имеет вид

$$x = Ax + y, \quad (3.4.1)$$

где x – вектор производимой продукции; $A = \{a_{ij}\}$ – матрица прямых затрат, т.е. количество продукции вида j для производства единицы продукции вида

i ; y – вектор конечного продукта, который используется на инвестиции, потребление, накопление и т. п.

Обратные связи, возникающие в социальных системах, не могут быть описаны с помощью функций поведения рефлексивного типа. При моделировании таких систем необходимо учитывать процедуры обработки информации из-за их сложности, длительности, запаздывания, вносимых искажений, но главное, из-за изменения характера поведения, которое зависит от мировосприятия и описывается в терминах принятия решений на основе получаемой информации. Решение зависит от информации сложным образом, при этом зависимость не является однозначной. Кроме того, сложность связана с тем, что любая группа, любой отдельный человек в рамках социальной системы имеют свои цели и средства их достижения. Основными системными целями являются сохранение (улучшение) условий функционирования, расширение деятельности системы, минимизация усилий, получение пользы и т.п.

Гомеостатический механизм проявляется специфическим образом в форме выработки, принятия и реализации решений. Когда возможности системы в рамках гомеостатического механизма исчерпаны, используется морфогенетический механизм (перестройка, реорганизация системы).

При построении моделей функционирования социальных систем часто требуется включение в модель эксперта, следовательно, модель зависит от субъекта, основывается на его целях и представлении о ситуации (более подробно эти вопросы рассмотрены в главе 5).

В силу ограниченности наших возможностей восприятия и познания, мир в первом приближении (издали) представляется линейной системой, что обусловлено свойством непрерывности (малые воздействия влекут за собой малые изменения). Это является основанием, чтобы при моделировании систем использовать линейные модели, а нелинейные эффекты учитываются в виде поправок. Даже в наиболее разработанной в математическом отношении области – физике – глобальные системы (типа Вселенной) плохо поддаются моделированию, и полная ясность отсутствует. То же самое можно сказать и о моделировании систем на микроуровне. Тем более это относится к живым и социальным системам. Причины здесь иного рода и связаны не столько с размерностью систем, сколько с «неуловимостью» существенных связей: работа системы скрыта от нашего восприятия, и поскольку причины и следствия разделены во времени, то заключения (модели) не имеют характера необходимости.

Может создаться впечатление, что моделирование сложных систем невозможно. Но не все так плохо. Системное моделирование принимает во внимание, прежде всего, элементы и существенные отношения между ними, так что вне зависимости от природы систем одни и те же модели могут использоваться в разных областях. Для построения модели важно сохранение отношений между величинами (элементами) системы, а их

интерпретация может быть различной. Всегда можно выбрать единицы (по Пифагору – модули), которые выражают числовые отношения размеров (пропорции) между величинами (элементами) систем таким образом, что системы оказываются подобными, и их можно описать сходными моделями.

Рассмотрим некоторые наиболее характерные классы моделей, применяемых для описания поведения систем.

Модели «вход – выход» являются наиболее распространенными. Их можно условно разделить на четыре группы: структурно-параметрические, функционально-операторные, информационные и модели целевого управления. С каждым типом модели связан определенный «удобный» способ описания.

В моделях первой группы результат функционирования (выход) системы y представляется в виде функции, зависящей от элементов системы (их характеристик, переменных) x_i и отношений между ними R_{ik} :

$$y = f(x_i, R_{ik}), i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, n \quad (3.4.2)$$

Этот тип модели характерен для замкнутых и относительно замкнутых систем и соответствует «микроописанию» системы, когда может детально рассматриваться структура системы. Наиболее известная модификация (3.4.2) представляется как линейная комбинация аргументов и их взаимодействий разного порядка. Тогда (3.4.2) принимает вид

$$y = \sum_{i=1}^m a_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^n b_{ik} x_i x_k + \dots \quad (3.4.3)$$

Выражение (3.4.3) в простейшем случае может быть записано в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности некоторой точки, тогда оно описывает изменение величины y .

В моделях второй группы результат функционирования (выход) системы представляется в виде преобразования входного элемента x под действием последовательности операторов:

$$y = R_n \circ \dots \circ R_1 x, \quad (3.4.4)$$

где R_1, R_2, \dots, R_n – операторы, описывающие процесс преобразования входного элемента. Эта модель соответствует алгоритмическому описанию поведения системы.

Модели третьей группы имеют вид

$$I_1^{(n)} = F_1(I_2^{(n-1)}, K^{(n-1)}), I_2^{(n)} = F_2(I_1^{(n)}, K^{(n)}), \quad (3.4.5)$$

где I_1, I_2 – информация на входе и выходе системы, соответственно; F_1, F_2 – функции (функционалы); n – порядок итерации; K – критерии, характеризующие условия «останова» процедуры. Эта модель соответствует схеме имитационного моделирования поведения системы.

Для модели четвертого типа результат функционирования (выход) системы представляется в виде

$$y = F(C_i, Y_j, O_k), \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, l; k = 1, \dots, n, \quad (3.4.6)$$

где C_i – набор целей, Y_j – набор условий, O_k – набор ограничений, определяемые как самой системой, так и внешними системами. Этот тип модели соответствует макроописанию системы.

Отметим, что в рассмотренных моделях выход может неявно зависеть от времени через аргументы. При необходимости может быть установлена аналогия между группами моделей, заключающаяся в определении соответствия между множествами переменных (первая модель), операторов (вторая модель), информации (третья модель), векторов, описывающих внешние взаимосвязи системы (четвертая модель).

Динамические модели. Эти модели имеют вид дифференциальных уравнений первого порядка. Они получили распространение в задачах управления движением макрообъектов, а затем были перенесены на более широкую область. Трудность их применения связана с возможностью содержательной интерпретации величин, характеризующих систему. Выделяют несколько видов таких моделей: модели без управления, одноцелевые и многоцелевые модели с управлением.

Модели без управления не содержат свободных параметров или функций. Они записываются в виде

$$\dot{x} = f(x, t, \xi), \quad (3.4.7)$$

где x – фазовые переменные системы, t – время, ξ – случайные величины, характеризующие внешние условия. В этом случае определяются не отдельные траектории, а их статистики, например, математические ожидания и дисперсии.

Одноцелевые модели. Они имеют вид

$$\dot{x} = f(x, t, u, \xi), \quad (3.4.8)$$

где $u(t)$ – управление, выбор которого осуществляется системой из условия достижения заданной цели. Часто используется дополнительное условие минимизации или максимизации некоторого функционала качества, например, в виде

$$\int_0^T F(x, t, u) dt \rightarrow \min \quad (3.4.9)$$

при переходе системы за время T из состояния x_0 в состояние x_T .

Многоцелевые модели. Пусть поведение изучаемой системы определяется действиями нескольких систем, в распоряжении которых имеются управления u, v, w, \dots . Тогда модель имеет вид

$$\dot{x} = f(x, t, u, v, w, \dots, \xi), \quad (3.4.10)$$

причём управления выбираются так, чтобы удовлетворить дополнительным условиям

$$\int_0^T F_1(x, t, u, v, w, \dots, \xi) dt \rightarrow \min, \quad \int_0^T F_2(x, t, u, v, w, \dots, \xi) dt \rightarrow \min, \dots,$$

которые отражают определенные интересы соответственно первой, второй и других систем. Если системы состоят из субъектов, то эти модели описывают класс систем, называемых многоцелевыми (кибернетическими), которые являются обобщением управляемых систем и имеют более сложное поведение. Методы решения перечисленных задач при различных упрощающих предположениях хорошо известны, и мы не будем на них останавливаться.

Интерпретация фазовых переменных зависит от природы системы и целей исследования. Если целью является изучение движения или управление движением макрообъектов, то в качестве фазовых переменных выбираются координаты и импульсы. Управлениями могут быть, например, ускорения (приложенные силы). Для живых систем фазовыми переменными могут выбираться, например, численность популяции, миграция, ареал обитания и т.п., а в качестве управлений выступают условия обитания, климат, наличие пищи, сопутствующих видов и т.п. Для социальных систем в качестве фазовых переменных могут выбираться производимая продукция, запас товаров, прибыль (доход), объем продаж, сегмент рынка и т.п., а в качестве управлений – ресурсы, критериальные ограничения разного рода, например, заработная плата, условия труда, качество природной среды и т.п., определяемые целями внешних систем и самой управляемой системы.

Логические модели. Эти модели основаны на формальной или нечеткой логике и содержат сигнатуру (область определения аргументов) и правила вывода. Сигнатура включает задание некоторого набора логических переменных, например, объединение, пересечение, дополнение, импликация и т.п., выбираемого в зависимости от предметной области. Вывод строится на основе общих правил, связывающих условие (основание) и следствие, и известных фактов о поведении системы. В качестве примера такой модели можно привести вывод на основе правил «модус поненс»¹ и «модус толленс»². Первое правило имеет вид $(A', A \rightarrow B) \rightarrow B'$, второе $(A \rightarrow B, B'') \rightarrow A''$. Здесь A – основание, B – следствие, A' , B' , A'' , B'' – факты, причем во втором правиле отрицательные. Логические модели могут применяться для описания поведения живых, технических и социальных систем. Использование нечеткого вывода расширяет возможности этих моделей.

¹ Модус поненс (от лат. Modus ponens) – заключение от истинности основания к истинности следствия.

² Модус толленс (от лат. Modus tollens) – заключение от отрицания следствия к отрицанию основания.

В заключение обсудим соотношение между моделями поведения, моделями программы и моделями структуры. В случае моделей поведения эквивалентно лишь поведение, программы и структуры могут быть различны. В случае моделей программ из подобия программ вытекает подобие поведения, так как программа задает поведение. В случае моделей структуры из подобия структур вытекает подобие поведения и подобие программ.

Основу для установления соответствия моделей систем дает отношение изоморфизма. Пусть имеются две системы S_1 и S_2 , возможно, разной природы. Поведение S_2 является моделью поведения S_1 , тогда и только тогда, если:

- существует взаимно-однозначное соответствие между наблюдаемыми величинами систем S_1 и S_2 ;
- можно установить взаимно-однозначное отображение между величинами S_1 и величинами S_2 , в рамках которого все отношения между наблюдаемыми величинами S_1 эквивалентны отношениям между соответствующими величинами S_2 . Тогда говорят об изоморфизме между системами с точки зрения эквивалентного поведения. Отношение изоморфизма является рефлексивным, симметричным и транзитивным, т. е. представляет собой обобщенную эквивалентность (подобие).

3.4.1. Модели системной динамики

Модели системной динамики были предложены Дж. Форрестером¹, разработавшим специальный язык программирования *dynamo* для описания динамики предприятия. Впоследствии этот язык был усовершенствован, а сами модели применены и к другим более общим системам. В настоящее время совокупность таких моделей получила название «индустриальной динамики». Модели системной динамики описывают зависимости между состояниями и потоками изучаемой системы. Они являются разновидностью моделей принятия решений, так как их можно использовать для изучения изменений выходов системы, происходящих за счет изменений (флуктуаций) на входах этой системы. Основными компонентами моделей системной динамики являются:

- уровни, или состояния, соответствующие значениям переменных, которые будут подвергаться флуктуациям;

¹ Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. – М.: Прогресс, 1971; Форрестер Дж. Динамика развития города. – М.: Прогресс, 1974; Форрестер Дж. Мировая динамика. – М.: Наука, 1978.

- потоки между уровнями, или состояниями;
- задержка, вызывающая сдвиги во времени между флуктуациями переменных;
- обратные связи между различными уровнями, или состояниями, используя которые можно осуществлять действия по управлению, основанные на результатах предыдущих действий.

Уровни и потоки связаны обобщенными разностными уравнениями, в которых задержки представляются как обратные величины сглаживающих ограничений. Разностные уравнения записываются в терминах экспоненциально сглаженных средних, что позволяет избежать необходимости вести записи по предыдущим периодам. Такая модель является замкнутой системой взаимозависимых уравнений (функций), связывающих различные переменные. Она дает возможность лицу, принимающему решения (ЛПР), изучать влияние изменений параметров системы на ее стабильность. В частности, динамическая модель позволяет определить отклики на изменения входов, которые могут настолько превысить отклик на начальный сигнал, что в конечном итоге сделают систему нестабильной и переведут ее в новое состояние равновесия. Задержки в откликах системы происходят вследствие запаздывания передачи информации между уровнями или из-за отставания физических потоков в системе. К недостаткам моделей системной динамики относится сильная зависимость поведения системы от структуры выделенных в модели уровней. Следует также иметь в виду, что эти модели применимы к замкнутым системам. Получаемые результаты, вообще говоря, не основываются на эмпирических данных, и зависят от структуры и параметров модельной системы. Соотнесение результатов реальности является довольно сложным, поэтому эти модели не позволяют прогнозировать зависимости между переменными, которые еще не наблюдались, и проводить проверку адекватности модели путем сравнения теоретических зависимостей с наблюдаемыми в действительности. Однако моделирование структуры системы в рамках «индустриальной динамики» является полезным для определения динамической взаимозависимости между переменными системы и позволяет понять, как связаны ее характеристики. Рассмотрим иллюстративный пример. Пусть входы системы описываются переменными x_{0i} , а выходы системы – переменными y_{0j} . Обозначим x_{01} – затраты, x_{04} – спрос. Затраты x_{01} включают финансовые, энергетические и трудовые компоненты. Обозначим y_{01} – объём выпускаемой продукции, который поступает в продажу, а частично хранится в виде запасов. Составим уравнения,

связывающие изменения этих величин (потоки). Мы имеем систему уравнений

$$\Delta y_{01} = f_1(\Delta x_{01}), \quad (3.4.1.1a)$$

$$\Delta y_{02} = f_2(\Delta x_{04}), \quad (3.4.1.1б)$$

$$\Delta y_{03} = f_3(\Delta x_{04}, \Delta x_{01}). \quad (3.4.1.1в)$$

Величины Δx_{0i} , Δy_{0j} имеют характер средних за определенный интервал времени, который выбирается в зависимости от целей исследования, например, неделя, месяц и т.п. Уравнения (3.4.1.1) не учитывают явно задержек. Задержки связаны с запаздыванием продажи по сравнению с выпуском продукции и соответствующих изменений этих величин, а также с запаздыванием поставок продукции потребителю по сравнению с заявками. Мы не будем учитывать эти задержки, так как наша цель – вывод предельных соотношений, связывающих характеристические величины. Кроме уравнений (3.4.1.1a – 3.4.1.1в) запишем очевидные ограничения

$$\Delta y_{03} \leq \Delta y_{02} \leq \Delta y_{01}. \quad (3.4.1.2)$$

Решая систему уравнений (3.4.1.1) с учетом ограничений (3.4.1.2), получаем условие стабильности системы, точнее, стабильности ее функционирования в виде

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_{01}} \frac{\partial f_2}{\partial x_{04}} - \frac{\partial f_2}{\partial x_{04}} \frac{\partial f_3}{\partial x_{01}} - \frac{\partial f_3}{\partial x_{04}} \frac{\partial f_1}{\partial x_{01}} \geq 0. \quad (3.4.1.3)$$

Из (3.4.1.3) следует, что система заведомо нестабильна, если K_{11} имеет разные знаки с K_{24} и K_{34} , а знаки K_{24} и K_{31} одинаковые, где мы обозначили

$$K_{ij} = \frac{\partial f_j}{\partial x_{0i}} - \text{коэффициенты чувствительности, показывающие изменение}$$

выходных величин Δy_{0j} при изменении входных величин на Δx_{0i} . Ясно, что учет задержек скажется на изменении коэффициентов чувствительности в сторону их уменьшения.

Мы не будем рассматривать динамические модели более сложных систем, включающих производство и сбыт, учитывающих запаздывание производства для возмещения запасов и запаздывание производства по заказам покупателей, так как это заняло бы слишком много места. В полной модели должны учитываться также обратные связи между различными факторами системы: выполнение заказов; заказы на возмещение запасов; производство; заказы на основные материалы; рабочая сила; оценка запаздывания поставок; заказы покупателей; потоки денежных средств; прибыль и дивиденды (мы здесь не разделяем полную прибыль и чистую прибыль с учетом уплаты налогов). В целом модель

включает около 90 переменных и 40 уравнений, характеризующих исходные условия. Система характеризуется примерно 40 постоянными. Более подробно с моделями системной динамики и их применением к системам разного уровня можно ознакомиться по приведенным ссылкам на работы Дж.Форрестера.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [4, 6, 7, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 24, 27, 29, 37, 38, 41, 43, 44, 45, 46, 49, 52, 53, 54].

Глава 4. Декомпозиция и агрегирование систем

А она все падала и падала.
 Неужели этому не будет конца?
Льюис Кэрролл (Алиса в Стране чудес).

Разложение системы на части называется декомпозицией. Обратная ей процедура составления системы из отдельных частей называется агрегированием. Декомпозиция используется при анализе системы сверху вниз, т.е. от сложного к простому, от целого к части. Агрегирование – при анализе снизу вверх, т.е. от простого к сложному, от части к целому.

4.1. Декомпозиция систем

При декомпозиции совокупность составных частей образует так называемое декомпозиционное дерево (иерархическое дерево, дерево целей, решений), состоящее из элементов, распределенных по соподчиненным уровням. С одной стороны дерево должно быть достаточно полным, детальным для достижения цели анализа, с другой – легко обозримым и удобным для использования. Под полнотой дерева понимается его размерность, определяемая числом элементов на каждом уровне и общим числом уровней. Полнота дерева зависит от цели анализа, точнее, от того, какой объем информации нужен исследователю для решения задачи. Например, при диагностировании системы полнота дерева должна быть выше, чем при построении функциональной схемы. Процесс декомпозиции является неформальной процедурой, требующей глубокого изучения системы. Алгоритм декомпозиции включает следующие шаги:

- определение объекта анализа и его изучение;
- определение цели (целей) анализа;
- построение модели системы в виде фрейма;

- проверка элементов уровня по критериям однородности, существенности, независимости;
- проверка числа уровней на достаточность;
- проверка схемы на пригодность для достижения цели анализа.

Рассмотрим алгоритм декомпозиции более подробно. В качестве объекта анализа может выступать любая система: процесс, проблема, факт, событие, ситуация, понятие, класс, группа, категория и т.п. Общим здесь является их зависимость от многих факторов. Изучение объекта анализа позволяет выявить существенные, а не случайные связи элементов, необходимых для детализации объекта. Определение цели (целей) анализа влияет на состав и структуру дерева, степень его детализации. Сложные системы, как правило, приходится рассматривать на нескольких срезах и строить несколько деревьев, чтобы получить достаточно полное, «объемное» представление объекта. Например, такая система, как человек может быть рассмотрена на разных уровнях: анатомическом, физиологическом, соматическом, психическом и т. п., при это будут получаться разные декомпозиционные схемы. Наиболее важным этапом декомпозиции является построение модели объекта, например, в виде фрейма. Под фреймом понимается модель (структура), представляющая данный объект (ситуацию, понятие) и учитывающая его существенные свойства. Например, если произнести слово «лаборатория» или «библиотека», то в памяти возникает соответствующее представление, отражающее характерные свойства понятий, которое образует фрейм. Человек представляет информацию в виде фреймов, что дает выигрыш в скорости восприятия. Из области человеческого мышления это понятие было перенесено в инженерии знаний и является одной из моделей представления знаний в экспертных системах. При его построении используются следующие отношения между частями системы: являться (быть) элементом класса; составлять часть, иметь свойство, иметь, быть причиной, являться следствием и т.п.¹ Анализ модели позволяет учесть необходимое, исключив случайное, что достигается отбором элементов на

¹ Полезным методом является морфологический анализ (морфология – учение о форме), который предложен швейцарским астрономом Ф. Цвикки для анализа сложных систем. Он заключается в составлении подробной классификации вариантов достижения цели по разным факторам. Затем составляется морфологическая таблица, комбинирующая эти сочетания друг с другом. Далее таблица конкретизируется, и выясняется, имеются ли для каждой комбинации разумные варианты решений. При составлении таблицы следует иметь в виду девять категорий бытия, введенных Аристотелем: сущность объекта, качество, количество, отношение к чему-то, что-то действующее (причина), подвергающееся действию (последствие), место, время, положение, обладание. Это позволяет составить полную таблицу.

каждом уровне дерева, а также определением числа уровней. При выделении элементов одного уровня используются следующие критерии:

- существенность, что означает выбор существенных (необходимых) для данного уровня (цели анализа) элементов;
- однородность, что означает выбор элементов, имеющих одинаковую важность (общность) для данного уровня (цели анализа);
- независимость, что означает взаимную независимость элементов одного уровня.

Проверка однородности элементов данного уровня может быть проведена на последующих нижних уровнях анализа, при этом число элементов на более низком уровне, замыкающихся на элемент более высокого уровня, должно не сильно различаться для всех элементов более высокого уровня.

При определении числа уровней и их проверке на достаточность существенным является то, насколько возрастает полезная информация об объекте, необходимая для достижения цели анализа, и насколько она точна и достоверна. Число уровней определяется компромиссом между полнотой достижения цели анализа и требуемыми для этого ресурсами. Обычно дерево используется для определения допустимых вариантов решений, поэтому степень детализации должна быть такой, чтобы можно было сформировать допустимые решения при определенных ресурсных ограничениях. При анализе проектов в промышленности и экономике часто применяются критерии эффективности, качества, затрат, времени, чтобы из их сопоставления получить приемлемые решения. В общем случае могут учитываться разные группы критериев, например, политические, экономические, социальные, технологические, психологические, эстетические и т.п., что зависит от природы объекта анализа. В табл. 12 приведены некоторые группы критериев, а в табл. 13 даны некоторые типы оценок, используемых при измерении критериев.

Дерево считается построенным при достижении так называемого элементарного уровня, который нет смысла подвергать дальнейшему разложению (декомпозиции). В математических задачах понятие элементарности может быть определено формально (в алгебраической теории систем имеются соответствующие теоремы). В слабо формализованных задачах «элементарность» проверяется экспертом¹.

¹ При определении уровней обычно используются интеграторы (общие понятия), позволяющие сделать дерево более компактным. Их выбор зависит от объекта и цели анализа. Например, при построении дерева целей используются следующие градации: цели→функциональные подсистемы→задачи подсистем→ процессы→операции. При построении дерева действий используются градации: цели→стратегии

Декомпозиция заканчивается проверкой схемы на пригодность для достижения цели анализа. Процесс построения дерева в силу недостаточности знаний, неполноты информации об объекте является итеративной процедурой. Проверка позволяет оценить работоспособность схемы, и если она не вполне адекватна цели анализа, то повторить процедуру анализа, используя новые данные.

Таким образом, декомпозиционное дерево представляет собой порядковую структуру, в которой каждый предыдущий уровень связан отношением порядка с последующим: $A_{n-1}RA_n$ (A_{n-1} предшествует A_n), где n – число уровней, $n = 1, 2, \dots$. Обозначим a_{n-1} – элемент уровня $n-1$, тогда $a_{n-1} \rightarrow a_n^{(1)} \wedge a_n^{(2)} \wedge \dots$, что означает « a_{n-1} с необходимостью есть $a_n^{(1)} \wedge a_n^{(2)} \wedge \dots$ », где $n = 1, 2, \dots$; \wedge – связка “и”. В совершенном дереве объем элемента предыдущего уровня равен объему совокупности элементов последующего уровня, которые на него замыкаются. Верно и обратное, поэтому элемент a_{n-1} и совокупность элементов последующего уровня, которые на него замыкаются $a_n^{(1)} \wedge a_n^{(2)} \wedge \dots$, полностью обратимы. В действительности, из-за недостаточности знаний о предметной области, это условие может не выполняться. Необходимые отношения заменяются возможными или правдоподобными, и дерево оказывается несовершенным. Если информации недостаточно, объект плохо изучен, то отношения оказываются случайными и построение дерева становится бессмысленным.

Декомпозиционное дерево может быть представлено графически (в виде графа), алгебраически и в матричной форме. Графическое представление является наиболее наглядным. Алгебраически дерево представляется в виде рекуррентных соотношений. Для любого элемента уровня $n-1$ имеем представление $a_{n-1}^k \otimes (a_n^{k1} \oplus a_n^{k2} \oplus \dots)$, где \otimes – знак последовательного соединения, \oplus – знак параллельного соединения, $k1, k2, \dots$ – номера элементов уровня n , замыкающихся на элемент a_{n-1}^k уровня $n-1$. Матричное представление имеет вид таблицы, отражающей отношения (связи) между элементами разных уровней.

	a_n^{11}	a_n^{12}	a_n^{k1}	a_n^{kl}
a_{n-1}^1	1	1				
.....		
a_{n-1}^k				1	1

действий→группы методов→методы→варианты действий. При построении дерева причин: проблема→главные причины→подпричины→влияющие факторы.

В частности, при $n=1$ таблица превращается в вектор-строку, так как нулевой уровень, обычно, состоит из одного элемента.

Таблица 12

Типы критериев принятия решений

Тип критериев	Разновидность критериев	Примеры
Технико-экономические	Производительность, стоимость, инвестиции, эксплуатационные расходы, основные фонды, энергоемкость, долговечность, надежность, экономичность	Прямые затраты, косвенные затраты
Социальные	Юридические нормы, человеческий фактор, политические последствия, жизненный уровень, возможность повышения квалификации, государственная помощь, условия труда, охрана здоровья, медицинская помощь	Общественная безопасность, гарантия гражданских прав, свобода совести, стоимость потребительской корзины, прожиточный минимум, помощь многодетным семьям
Психологические	Организаторские способности, особенности личности, поведение в коллективе	Уравновешенность, порядочность, ответственность, коммуникабельность
Эстетические	Привлекательность, красота, полезность, ценность, целесообразность	Дизайн, цветовая гамма, гармония, соразмерность

Таблица 13

Типы оценок

Тип оценки	Область применения	Примеры
Точные числа	Физические величины, технические характеристики, экономические величины	Плотность материалов, электрическая мощность, масса детали, продолжительность технологической операции, покупная цена, сбережения
Приближенные числа (интервалы)	Прогнозы, сметные стоимости, плановые показатели, технико-экономические оценки	Потребление энергии в мире в 2010 г., ожидаемый объем иногородних перевозок (чел. / год), ожидаемый эффект от внедрения изобретения (руб.)
Относительные числа	Части, доли, сравнение того, что должно быть, с тем, что получилось, отношение будущего к	Дорожно-транспортные происшествия в %, соотношение количества рождающихся

	настоящему	мальчиков и девочек (1 к 0,99), заболеваемость в %, выполнение плана в %
Очки, пункты	Спортивные соревнования, выставки, общественная деятельность, экономика	Фигурное катание, рейтинг кандидатов, индекс акций
Оценки, баллы	Оценка знаний, оценка качества, упорядочивание, сравнение, оценка интеллектуального развития	Экзаменационные оценки, количество дефектов, показатели качества, показатели интеллектуального развития
Словесные (нечеткие) оценки	Погода, эстетические, технические, экономические, политические, юридические, гуманитарные оценки	Плохая погода, красивый, примерно одинаковый, сомнительный, опасный, высокий и т.д.

Декомпозиция является основой так называемого метода дерева целей, который применяется при проведении экспертиз, разработке прогнозов, поиске решения проблем. Он получил развитие в работах академика В.М. Глушкова с сотрудниками. При этом оценивается вероятность наступления событий за определенное время, приводящих к решению исходной проблемы. Целью построения дерева может быть также выяснение причин проблемы, определение способов достижения результата, оценка последствий события и т.п. Обобщение этого метода основано на использовании нечетких моделей. При этом возможность наступления событий за некоторое время описывается нечеткими множествами, например, очень высокая возможность, высокая, средняя, низкая, очень низкая. Возможность наступления некоторого события определяется значением функции принадлежности этого события множеству решений, которая рассчитывается по структуре декомпозиционного дерева. Такой подход оказывается более удобным для экспертов, оценивающих события, и адекватно отражает неполноту информации о проблеме. Применение нечетких моделей позволяет определить возможность и необходимость наступления событий и решения проблемы при некоторых ресурсных и других ограничениях, а также оценить достоверность выводов.

В заключение рассмотрим пример построения дерева решений для проблемы «ошибка в измерении». Объектом анализа здесь является процесс измерения, а целью – выяснение причин ошибки в измерении. В качестве интеграторов используем следующие понятия: основные элементы, определяющие проблему (главные причины ошибки), состояния элементов (подпричины), характеристики состояний (влияющие факторы). Главными причинами ошибки могут быть оператор (измеритель), средство измерений (прибор), условия измерений, объект измерений, организация процесса измерения. Затем каждая из главных причин разбивается на подпричины, а каждая из подпричин, в свою очередь, на влияющие

факторы. Ниже приведена совокупность элементов (причин, подпричин и влияющих факторов), образующих дерево решения проблемы. При этом главные причины обозначены индексом, состоящим из одной цифры; подпричины – индексом из двух цифр, а влияющие факторы – индексом из трех цифр. На рис. 16 представлено итоговое дерево решений.

1 – оператор (измеритель):

11 – квалификация (111 – опыт, 112 – образование, 113 – подготовка);

12 – умственное состояние (121 – концентрация внимания, 122 – умственная усталость);

13 – физическое состояние (131 – зрение, 132 – физическая усталость).

2 – средство измерений:

21 – поддержание в работоспособном состоянии (211 – ремонты,

212 – обслуживание, 213 – проверки);

22 – условия применения (221 – точность, 222 – диапазон, 223 – влияющие величины);

23 – расположение (231 – высота, 232 – расстояние до оператора).

3 – условия измерений:

31 – освещение (311 – яркость, 312 – цвет, 313 – расположение источника, 314 – тип источника);

32 – перерывы (321 – частота измерений, 322 – другие работы);

33 – шум (331 – разговоры, 332 – телефонные звонки, 333 – производственные помехи).

4 – объект измерений:

41 – условия задачи (421 – тип измерительной задачи, 422 – вид объекта, 423 – требования к качеству решения).

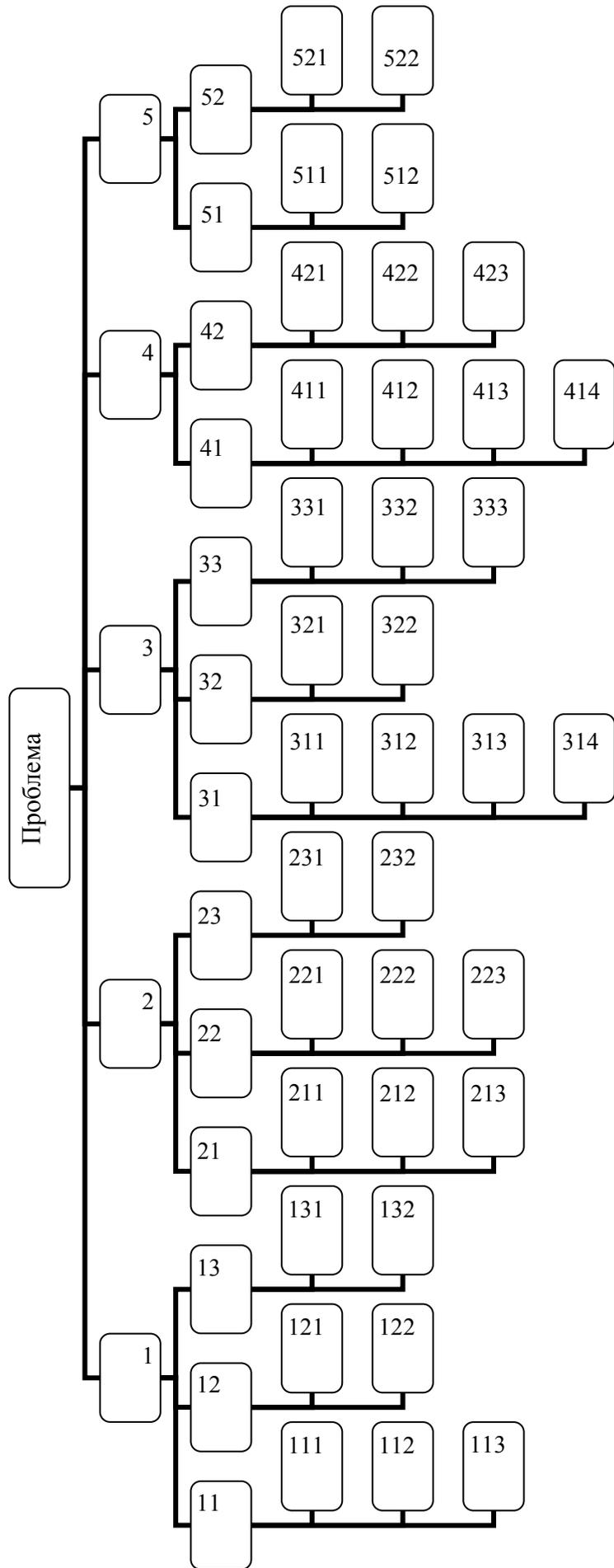
42 – вид сигнала (411 – стабильность, 412 – форма, 413 – помехи, 414 – интенсивность и т.п.);

5 – организация процесса измерений:

51 – алгоритм измерений (511 – метод, 512 – методика);

52 – алгоритм обработки (521 – сложность расчетов, 522 – автоматизация расчетов).

Рис.16. Дерево решений для проблемы: ошибка в измерении



4.2. Проектирование систем

Проектирование рассматривается как система, порядковая структура которой состоит из трех этапов (рис.17). В процессе проектирования используются основные идеи системного подхода и в полной мере проявляются его преимущества по сравнению с методом улучшения.

Этап 1. Формирование множества допустимых вариантов решений. На этом этапе определяются внешние системы, влияющие на решение, а также системы, учитываемые при формировании допустимых решений; определяются цели, требования, условия и ограничения со стороны внешних систем; осуществляется конкретизация задачи и ее осмысление; происходит согласование целей проектировщика с целями внешних систем; определяется множество допустимых решений (вариантов проекта), удовлетворяющих условиям и ограничениям внешних систем.

Этап 2. Выбор наилучшего варианта. На этом этапе определяются критерии оценки степени достижения целей и составляется дерево оценок (см. рис. 4); определяется измерительная шкала для каждого критерия; определяются модели принятия решений; проводится оценка вариантов и ожидаемых последствий; осуществляется выбор наилучшего (предпочтительного) варианта.

Этап 3. Выполнение проекта и оценка результатов. На этом этапе осуществляется выбранный вариант (проект) системы; оцениваются реальные последствия; проводится оценка степени достижения целей; сопоставляются полученные результаты с ожидаемыми.

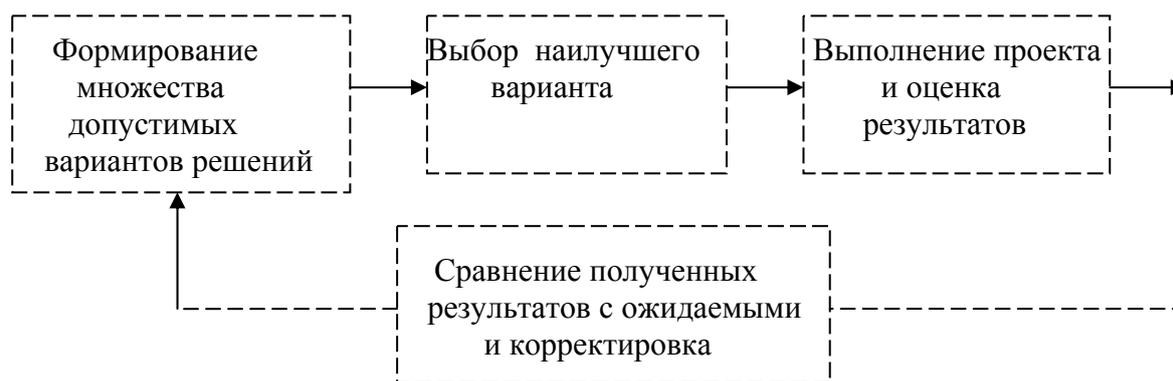


Рис. 17. Этапы процесса проектирования системы

Рассмотрим этапы проектирования более подробно.

Этап 1. Формирование множества допустимых вариантов решений.

Шаг 1. Определение системы в целом. Определяется круг систем, которые могут влиять на результат и на которые влияет проект. Определяются

внешние системы, которые следует учитывать при формировании допустимых вариантов. Определяются цели участников (внешних систем), требования, условия и ограничения, предъявляемые к проекту. Составляется общий список условий и ограничений.

Шаг 2. Конкретизация задачи. Конкретизация задачи предусматривает прежде всего уяснение смысла задачи и конкретизацию целей, которые должны быть достигнуты. При этом следует принять во внимание различие в стиле мышления систем и характере их предпочтений. Это непосредственно влияет на функцию выбора каждой системы и общую функцию выбора, учитывающую интересы всех систем.

Шаг 3. Согласование целей. Происходит согласование целей проектировщика с целями внешних систем. Особенно важно учитывать нравственные проблемы, связанные с возможным изменением условий функционирования систем, вызываемых проектом (см. § 4.3). Внешними системами оцениваются ожидаемая полезность и эффективность работы проектировщика. Строится дерево целей, учитывающее взаимное соотношение и соподчиненность различных уровней. Определяются подсистемы и функциональная схема (облик системы). Определяются ожидаемые последствия на каждом уровне дерева целей (внешние системы – проектируемая система – подсистемы). В общем случае на уровне внешних систем должны учитываться политические, экономические, социальные, экологические последствия и т.п. Определяются составляющие прямых и косвенных издержек для каждой системы.

Шаг 4. Определение исходного множества допустимых вариантов решений. Определяется расширенное множество, состоящее из вариантов, которые удовлетворяют по крайней мере одному требованию хотя бы одной внешней системы. Определяется множество Парето, состоящее из вариантов, которые хотя бы по одному требованию имеют наилучшую оценку. Нужно учитывать, что требования противоречивы, поэтому следует использовать интервальные оценки или нечеткие градации, иначе множество вариантов может оказаться пустым. Проводится ранжирование вариантов в порядковой шкале с использованием балльных и словесных (нечетких) оценок. Определяется множество допустимых вариантов решений, включающее разнотипные решения, удовлетворяющие всем или большей части требований внешних систем.

Этап 2. Выбор наилучшего варианта.

Шаг 1. Проверка полноты и достоверности исходных данных. Оценивается надежность источников информации. Оценивается неопределенность (доверительная ошибка) используемых данных. Оценивается согласованность данных, полученных из разных источников (см. § 6.3). Следует иметь в виду, что информация является разнородной, может включать количественные и качественные данные, статистические и экспертные оценки. Кроме того, как правило, используются справочные

данные, константы и т.п., которые часто считаются абсолютно надежными, хотя это может не соответствовать действительности.

Шаг 2. Определение измерительной шкалы. Определяются критерии, позволяющие оценить пригодность вариантов для достижения целей. Детализируется дерево оценок, нижний уровень которого должен состоять из измеряемых величин и параметров. Определяется измерительная шкала для критериев, позволяющая адекватно оценить каждый критерий. Например, для экономических критериев, основанных на экспертных данных, следует использовать порядковую шкалу, для физических величин – интервальную или отношений. В табл. 14 приведены используемые типы шкал.

Шаг 3. Оценивание вариантов. Определяется значение критериев для каждого варианта из допустимого множества, как правило, на этом этапе используется порядковая шкала. Оцениваются прямые и косвенные затраты (издержки) для каждого варианта. Оцениваются ожидаемые последствия для каждого варианта, при этом учитываются масштаб, время и возможность наступления последствия.

Таблица 14

Типы измерительных шкал

Шкала	Действие	Математическое соотношение	Допустимое преобразование	Примеры
Наименований	Установление равенства или эквивалентности номеров	$x = z$ $x \neq z$	Замена типа $y = z$	Присвоение номеров для опознавания; классификация и таксономия (схема расчета, нумерация целей)
Порядковая	Построение упорядоченного класса или установление соотношений неравенства между числами	$X < Z$ $X > Z$	$Y = f(X)$, где f – монотонно возрастающая функция	Определение качества материалов; твердость; установление соотношений предпочтения
Интервальная	Установление равенства интервалов	$X - V = W - Z$ $X - V \neq W - Z$	$Y = a + cX$ (две степени свободы)	Энергия, энтропия, потенциал
Отношений	Установление равенства отношений	$X/V = W/Z$ $X/V \neq W/Z$	$Y = bX$ (одна степень свободы; существует абсолютный нуль)	Числа, длина, масса и другие физические величины

Примечание: строчные буквы обозначают номера, прописные – числа.

Шаг 4. Определение наилучшего варианта. Определяется модель выбора (принятия решений), адекватная исходным данным. Таких моделей может быть несколько с учетом стратегии принятия решений. Следует иметь в виду зависимость модели от предпочтений ЛПР, поэтому вид модели должен обсуждаться всеми заинтересованными сторонами. Например, вряд ли оправдано использование для больших систем модели выбора по главному критерию или по наилучшему критерию. Проводится оценка каждого варианта по совокупности критериев, исходя из принятой модели (моделей). Определяется наилучший (предпочтительный) вариант решения. При разумном выборе моделей, обусловленном имеющимися данными, результат, как правило, не зависит от вида модели (см. § 5.3).

Этап 3. Выполнение проекта и оценка результатов.

Шаг 1. Составление сетевого графика. Определяется сетевой график выполнения проекта. Решается задача составления расписаний. Определяется продолжительность работ и затраты. Рассчитывается критический путь для наименьших затрат. Оценивается изменение расходов из-за сокращения времени выполнения проекта. Определяется оптимальная продолжительность выполнения проекта с учетом прямых и косвенных затрат (см. § 3.2). Выполняется проект по принятому графику с учетом имеющихся возможностей.

Шаг 2. Определение последствий и результатов. Оцениваются реальные последствия (положительные и отрицательные) для внешних систем. Оценивается степень достижения целей внешними системами. Оценивается полезность и эффективность работы проектировщика. Сопоставляются полученные результаты с ожидаемыми.

Шаг 3. Корректировка. Процедура корректировки имеет ограниченную применимость и предполагает использование метода улучшения (см. главу 1). При проектировании технических систем, в принципе, может быть создан опытный образец, проведены его испытания и внесены улучшения в исходный проект, так что процесс носит итеративный характер. При проектировании больших систем итеративная процедура корректировки может быть применена только перед выполнением проекта путем моделирования на ЭВМ или на начальных шагах выполнения проекта. После выполнения проекта корректировка не имеет смысла, может идти речь лишь о смягчении отрицательных последствий. Применение системного подхода к проектированию позволяет избежать непредвиденных результатов. Рецепт здесь простой – учет как можно большего числа систем и их требований, что и позволяет получить надежное решение на длительную перспективу.

Таким образом, процесс проектирования системы охватывает различные аспекты: технологический, организационный, социальный, этический. Наиболее важный вклад системного подхода к проектированию

состоит в учете общественной потребности наряду с технологической, а также в акцентировании внимания на этических критериях оценки проекта.

4.3. Нравственные проблемы проектирования

Нравственные проблемы при проектировании возникают в связи с тем, что выполнение проекта затрагивает интересы многих систем. Они существенны в той мере, в какой влияют на изменение сложившихся условий функционирования этих систем. В основе любой этической проблемы лежит несоответствие (конфликт) между идеей и тем, что есть (моделью и реальностью). Эта глубокая мысль принадлежит великому индийскому мыслителю Дж. Кришнамурти.

Разумному человеку свойственно определять ценность своих дел (мыслей, слов). Любая деятельность людей может быть оценена с позиций пользы – вреда, удовольствия – боли, справедливости (нравственной красоты) – несправедливости (безобразия). Различные философские школы по-разному подходят к решению этого вопроса. Стоики¹ считали, что важна только нравственная красота, перипатетики² – что доблесть (справедливость) – основное, а остальное имеет подчиненное значение, эпикурейцы³ рассматривали жизнь с позиций радости, удовольствия, отсутствия боли и бед и т.п. При правильном понимании, перечисленные критерии не противоречат, а дополняют друг друга, и все должны быть учтены в той или иной мере. Системное проектирование возвращает нас к этой проблеме на новом уровне: достижение компромисса при определении (измерении) ценности всех людских начинаний (проектов). Из сказанного ранее о системном подходе следует, что в определении ценности проекта должны совместно участвовать исполнители (проектировщики), заказчики, общество и отдельный человек с его интересами и нуждами. Говоря системным языком, состав критериев ценности проекта должен определяться на основе условий и ограничений со стороны внешних по отношению к проекту систем: экономической, политической, технологической, социальной, природной (физической) и т.п., учитывать все срезы большой системы, в которой предполагается осуществление проекта.

Критерии полезности и их измерение. Основная этическая проблема состоит в определении критериев ценности и способов их измерения.

¹ Стоики (основатель Зенон) – от греческого названия пестрого зала в Афинах – «стоя».

² Перипатетики (основатель Аристотель) – от греческого слова *περιπατοζ* (прогулка), так как они прогуливались по саду Академии.

³ Основателем этого направления является Эпикур.

Определение критериев полезности (ценности) зависит от уровня развития и культуры общества, мировоззрения, нравов, обычаев, традиций и привычек. Их состав должен быть полным и учитывать требования всех участников проекта, интересы которых он затрагивает. Критерии должны объединять всех участников в единую систему. Улучшение оценок критериев может быть достигнуто посредством учета как можно большего числа внешних систем, что повышает точность и достоверность оценок. Следует принять во внимание, что оценка полезности проводится в порядковой шкале. Эта ситуация является общей для задач выбора (см. гл.5). Использование порядковой шкалы, в которой важен лишь порядок следования объектов, снижает точность, поэтому нужна нормировка, заключающаяся в приведении оценок к интервалу $[0,1]$. Множество проектов должно быть альтернативным, т.е. состоять из нескольких вариантов. Использование нечеткой шкалы позволяет сделать оценивание более удобным и ввести нормировку (функция принадлежности проекта множеству целей). Следует использовать разнородную информацию (количественную и качественную), что повышает достоверность оценок. Полнота множества критериев зависит от цели (целей). Здесь следует помнить, что люди склонны ограничиваться непосредственными целями, забывая об опосредованных целях. В действительности всегда имеется иерархия целей, так как проектируемая система является частью более общей системы и служит для нее ресурсом, связана отношениями с другими системами и оказывает на них воздействие. Часто к определению цели подходят прямолинейно, например, автомобиль нужен, чтобы перевозить, дорога – чтобы по ней ездить, и т.д. При этом игнорируется тот факт, что проектируемая система должна использоваться системами верхнего уровня для достижения общих целей. Итогом такого подхода является ограниченность (незаконченность, недостаточность) проекта. Другая опасность состоит в том, что частная цель становится самоцелью, например, «проектирование ради проектирования», что может приводить к абсурду, например «выплавить как можно больше чугуна и стали на душу населения» или «перевезти как можно больше грузов» и т.п. Понимание места своей частной цели в иерархии целей других систем играет роль тормоза (демпфера) и позволяет объективно определить критерии оценки проекта.

Побочные эффекты связаны с влиянием проектируемой системы (проекта) на другие системы. Необходимо учитывать как положительные, так и отрицательные последствия, в том числе и в отдаленной перспективе. Основная задача состоит в минимизации отрицательных последствий проекта. Системный подход предусматривает, по крайней мере, три возможности: продолжение данного проекта, переход к альтернативному проекту с той же целью, смена цели (направления) и переход к проблемам более общей системы.

Производимые изменения. Люди крайне чувствительны к своей функции выбора и противятся «навязыванию» им чужого мнения. Поэтому крайне важен баланс «силы управляющего воздействия» и «свободы обсуждения». Если использовать администрирование, то возрастает сопротивление проекту. Если же не заниматься убеждением заинтересованных систем, не обсуждать с ними достоинства и недостатки проекта для каждой конкретной системы (и других систем), то снижается заинтересованность. И в том, и в другом случае возникает отчуждение между системами, и большая система оказывается расчлененной на отдельные несвязные части. В итоге проект может быть поставлен под угрозу или реализуется не в полной мере. Помочь в решении этой этической проблемы может искренность проектировщиков, предоставление объективной информации о проекте, информирование о скрытых недостатках проекта, альтернативных возможностях достижения цели.

Поставленные цели. Обсудим этические проблемы, которые возникают при целеполагании. Необходимо иметь в виду, что все начинания людей, какими бы благими они ни казались на первый взгляд, имеют изъяны. Происходит это потому, что человек привык мыслить и действовать в рамках привычных усвоенных им моделей (идей). Реальность же часто не укладывается в рамки моделей. Возникает конфликт между тем, что есть (реальность) и тем, что должно быть (идея). Этот конфликт и создает этические проблемы. Он сам является основной этической проблемой, так как первоначально благие цели приводят к совершенно иным результатам. Наблюдаются две крайности. Одну можно назвать прожектерством, когда модели (идеи), положенные в основу проекта, выходят за рамки возможного. Вторую крайность можно назвать филистерством (узкий, ханжеский, обывательский взгляд на реальность), когда те же модели (идеи) являются «чересчур односторонними», «узколобыми» и не выходят за рамки трюизмов (избитых истин). Здесь подтверждается известное изречение, что «крайности сходятся», так как обе они обусловлены слабой связью с реальностью, определяемой условиями и ограничениями со стороны внешних систем. Первая из них соответствует заниженной самооценке, а вторая – завышенной. Самооценка целей будет адекватной только при осознании реальности – того, что есть. Этика целей зависит от соотношения ценностей, принятых в обществе, и ценностей отдельного человека (проектировщика). В конечном счете, проблема этики разрешима только согласованием (отождествлением) двух этих типов ценностей. Помочь ее решению может обсуждение целей со всеми системами, которые затрагивает проект. Путеводной нитью в этом лабиринте служат слова Цицерона «Полезно то, что нравственно прекрасно, и все нравственно-прекрасное полезно». Еще одна трудность состоит в оценке степени достижения целей. Не все можно предвидеть, особенно, если

проект выполняется впервые. Только опыт позволяет использовать обратную связь с внешними системами для улучшения проекта. Этическая проблема здесь связана с ответственностью проектировщика за результат проектирования. К этому добавляется и «ошибка» несоответствия идеального замысла реальному воплощению. Возникает извечный конфликт идеала с реальностью, связанный с ограниченностью ресурсов в широком смысле (интеллектуальных, физических и т.п.). Идеальное решение заменяется субидеальным. Если иметь только идеал, то он никогда не будет реализован. Если ограничиться субидеалом, то невозможно оценить его изъяны. Так что важны оба решения. Ликвидация или, по крайней мере, уменьшение их различий – это вопрос времени и накопленного опыта. Определение идеального проекта позволяет ввести меру расстояния реальных проектов от идеального и оценить вмененные издержки (отрицательные последствия), т.е. формализовать задачу.

Руководители. Этическая проблема здесь состоит в ответственности руководителя и солидарной ответственности проектирующей системы перед другими системами. Она включает следующие аспекты: ответственность за результат проектирования; ответственность перед обществом; ответственность за использование ресурсов; ответственность за охрану интересов потребителей.

Ответственность за результат. Здесь опасность состоит в возникновении у руководителя разрыва между словом и делом, имеющего в своей основе расхождение принятой модели (идеи) с реальностью (тем, что есть в действительности). Постепенно нарастая, такое расхождение приводит к подмене первоначальной (благородной) цели и появлению скрытых (теневых) целей (получение дополнительного финансирования, односторонних преимуществ, поддержание престижа системы и т.п.). Другая опасность состоит в сговоре руководителя и подчиненных для реализации теневых целей. Она имеет в основе непонимание (ложное понимание) проектирующей системой своего места в общей системе, придание работе по проектированию самостоятельной, самодовлеющей значимости вместо подчиненной, обеспечивающей роли, выполняемой для удовлетворения требований внешних систем. Выбирается стратегия поведения за счет внешних систем, что приводит к проигрышу всех систем в долгосрочной перспективе. Страховкой от этих опасностей является участие внешних систем в проекте на всех стадиях (функция контроля). Собственно, это необходимо еще и потому, что отдельная подсистема не в состоянии сама, без помощи со стороны других систем, оценить локальные и глобальные последствия проекта для большой системы.

Ответственность перед обществом. Основная опасность здесь состоит в ложном понимании пользы, как «получения выгоды, прибыли для проектирующей системы». Тем самым долгосрочные интересы приносятся в жертву краткосрочным. Подоплека этого состоит в различии

жизненных циклов системы и общества, поэтому создается иллюзия, что система может существовать сама по себе, и ей нет необходимости «заглядывать далеко вперед», достаточно успеть решить свои корпоративные задачи. На этапах становления и роста система, как правило, не в состоянии осознать общественные проблемы, на этапе стабильности это возможно, но зачастую откладывается на будущее время (система пожинает плоды), которое так и не наступает (этап упадка). Смягчение этой опасности возможно, если частная система изначально строит свою деятельность с учетом краткосрочных и долгосрочных целей, осознает себя как часть общей системы (общества), от которой, в конечном счете, зависит ее существование.

Использование ресурсов. Этическая проблема связана с разумным использованием всех типов ресурсов: материальных, энергетических, людских (физических и интеллектуальных), информационных, природных, космических. Существует опасность двоякого рода: с одной стороны – нехватка ресурсов, которая стимулирует расхождение первоначально принятой модели (идеи) с реальностью, с другой – избыток ресурсов и их расточительство, что приводит к неэффективным, некачественным решениям, т.е. опять к расхождению идеи с реальностью. Подоплека этой проблемы состоит в том, что сообщество людей является открытой системой, которая может существовать только за счет окружающей среды (природной, космической). Поэтому общество людей, стремясь сохранить себя и улучшить условия обитания, построить свой собственный мир, вынуждено вносить возмущение в окружающую среду, фактически разрушая ее. Возникает парадокс: с одной стороны людское сообщество сохраняет себя и строит собственную среду обитания, с другой – поскольку используемые технологии отстают от требований внешних систем – оно подрывает основу своего существования, нарушая равновесие с окружающей средой. Здесь наблюдается та же причина и те же закономерности, что и выше при рассмотрении ответственности перед обществом: резкое различие жизненных циклов сообщества людей и окружающей среды (природной, космической), усугубляемое неравномерностью развития отдельных подсистем (наций, народностей). На этапах становления и роста сообщество людей не в состоянии осознать это противоречие, на этапе стабильности отдельных подсистем, последние стремятся решать внутренние проблемы и расширить сферы влияния. В итоге, когда брезжит этап упадка, приходит прозрение, но времени может и не хватить из-за инерции. Смягчение этой проблемы в настоящее время возможно на пути осознания противоречия и разумного самоограничения общества, отказа от глобальных промышленных проектов, осознание общности ритмов людей, природы и космоса, подстраивание ритма людского сообщества в унисон с камертоном окружающей среды. Решение этой проблемы предполагает иной, чем в настоящее время, уровень

мышления и, возможно, будет найдено следующими поколениями, новой популяцией людей.

Ответственность за охрану интересов потребителей. Собственно, проблема здесь созвучна проблеме ответственности перед обществом, так как потребители – его неотъемлемая часть. Специфика связана с ответственностью проектирующей системы в кратко- и долгосрочной перспективе за нанесение ущерба потребителям. Общими критериями оценки являются критерии полноты, качества и эффективности удовлетворения требований потребителей. Первый критерий позволяет оценить полноту удовлетворения потребностей, второй критерий оценивает качество удовлетворения потребностей и включает как используемые технологии, так и конечный результат, наконец, третий оценивает соотношение эффекта и затрат при реализации проекта. Как видим, эта этическая проблема тесно связана со всеми предыдущими. Основная трудность состоит в том, что получение оценок критериев требует итерации. Если проект осуществляется впервые (нет прямых аналогов), то учесть все требования, предвидеть последствия и оценить их затруднительно. Только опыт использования проекта «включает» обратную связь с потребителями и позволяет на следующем цикле проектирования внести необходимые изменения. Это же в равной мере относится и к ответственности проектировщика за выпускаемый проект на всех этапах его жизненного цикла: проектирование – изготовление – эксплуатация. «Цена» верификации методом проб и ошибок может оказаться довольно высокой, если проект прямо затрагивает жизненные интересы потребителей. Смягчение этой проблемы возможно на пути открытого диалога с потребителями, обеспечения полной, объективной и своевременной их информированности об опасностях и скрытых недостатках проекта, учете альтернативных мнений и «присоединение» потребителей к проектирующей системе (создание расширенной системы). Системный подход и здесь помогает преодолеть снобизм, самомнение и узколобость (зашоренность взгляда) проектирующей системы.

В виде примера этических проблем рассмотрим побочные эффекты строительства кольцевой дороги вблизи крупного города. Исходные положительные цели проекта предполагают:

- разгрузить центральные районы города от потоков автотранспорта;
- улучшить экологическую ситуацию в центральных районах города;
- сократить время доставки продукции;
- повысить доходы автотранспортных компаний, предприятий-поставщиков и предприятий-получателей продукции;
- повысить деловую активность в сфере строительства дорог, повысить занятость, создать новые рабочие места;
- повысить доходы города за счет отчислений предприятий, связанных с использованием дороги;

– создать дополнительные удобства владельцам автотранспорта;

К отрицательным последствиям проекта следует отнести:

- загрязнение среды обитания горожан (воздух, почва и т.д.) и создание смога вокруг и внутри города;
- увеличение транспортной нагрузки на периферийные районы города;
- создание неудобств жителям вблизи кольцевой дороги, повышение уровня шума, загрязнение, ухудшение ландшафта и его видовых характеристик;
- выведение значительных территорий из сферы полезного землепользования (отдых, строительство домов и коттеджей, сельхозугодия);
- создание «пробок» в городе за счет концентрации потока машин по нескольким магистралям и их недостаточной пропускной способности;
- затраты на рекультивацию земель после строительства, защитные мероприятия по ликвидации неудобств жителям; уборку дороги, территории вблизи дороги и в городе;
- повышение социальной напряженности из-за неудобств жителям (переселение, ухудшение обстановки, дискомфорт);
- увеличение времени доставки и удорожание товаров из-за загруженности и пробок на кольцевой дороге и магистралях въезда в город;
- дополнительные затраты на создание жилья и условий работы и быта строителей, необходимость строительства терминалов и складских помещений;
- урбанизация периферийных районов города из-за повышения плотности населения.

Планирующие организации и проектировщики должны оценить с учетом побочных эффектов насколько удастся реализовать заявленные цели. Для этого при обсуждении целесообразности строительства и самого проекта необходимо учитывать следующие системы:

- заказчики (муниципальные власти);
- исполнители (строительные фирмы и субподрядчики);
- обеспечивающая система (научно-исследовательские институты, фирмы, производящие оборудование и технологии);
- фирмы-производители и получатели перевозимой продукции;
- потребители дороги (автомобилисты, транспортные предприятия);
- население города и области;
- природная среда.

4.4. Информационный аспект изучения систем

Информация, понимаемая как сведения о состоянии окружающей среды, крайне важна для поведения (функционирования) систем, их

изучения и управления ими. Естественно, что, имея полную информацию, легче изучать систему и производить в ней необходимые изменения, так как можно заранее предвидеть последствия манипуляций. Этим объясняется стремление сделать систему закрытой, т.е. обеспечить замыкание системы и рассматривать ее как замкнутую. Неживые системы можно изучать в стационарных или квазистационарных условиях, в которых характерные свойства системы определены. Для высокоорганизованных систем (живых, социальных) такой подход неприемлем, так как не позволяет определить характерные свойства системы. Эти системы являются динамическими, развивающимися, и понятие стационарного состояния малоприспособлено для их изучения и управления ими. Большинство систем являются открытыми, поэтому для обеспечения «замыкания» следует рассматривать их как часть более общей системы «объект–среда», где под объектом понимается изучаемая система, а под средой – внешние системы, взаимодействующие с данной. Такая общая система является замкнутой или, точнее, относительно замкнутой, так как мы не в состоянии учесть все связи, а только те, которые наиболее важны для достижения заданных целей. Изучение поведения такой общей системы позволяет установить существенные отношения между ее частями и разумно управлять объектом. Для неживых систем средой являются природные процессы, происходящие на Земле и в атмосфере, внешние условия. Для технических систем – физическая среда, условия эксплуатации. Для живых систем – среда обитания, т.е. природная среда, условия жизни. Деятельность людей оказывает влияние на все типы систем: для неживых и технических систем это связано с их использованием, для живых систем с изменением среды обитания, климата не только в локальном, но и в глобальном масштабе. Для социальных систем средой являются, в основном, другие социальные системы, их связь с природной средой проявляется опосредованно. Таким образом, в сложных системах поведение определяется эволюцией системы под влиянием общих закономерностей, присущих данному типу систем, и действиями (решениями) людей. Правильно поняты тенденции, присущие природе изучаемой системы, способствуют ее развитию в нужном направлении и снижению отрицательных последствий. Поэтому недостаточная или неправильная информация может привести (как отмечалось в § 2.4.) к изменению свойств системы, нарушить ее функционирование. Основоположник кибернетики Н.Винер осуществил математическую разработку теории, которая показала, что управление в системе зависит от имеющейся информации.

Для поддержания динамического равновесия в системе «объект – среда» используются несколько механизмов. В замкнутых (закрытых) системах равновесие поддерживается за счет энтропийного механизма, т.е. система стремится к состоянию равновесия, в котором энтропия

максимальна, что приводит к ее разрушению. Поскольку большинство систем открытые, то одновременно проявляются две тенденции: с одной стороны – разрушение, с другой – возникновение нового и развитие. В общих системах «объект – среда» происходит постоянный энергетический обмен между компонентами, через который осуществляется поддержание динамического (квазидинамического) равновесия. Поскольку среда, в которую «погружен» объект, имеет по сравнению с ним гораздо большую размерность, то точка динамического равновесия постоянно смещается в сторону увеличения энтропии, и объект постепенно разрушается. Эту ситуацию можно сравнить с игрой, как если бы некто, имея ограниченный капитал, стал играть с партнером, обладающим гораздо большим (неограниченным) капиталом. Теория вероятностей в этом случае дает однозначный ответ: некто неминуемо проиграет. В открытых системах тенденция к разрушению может быть устранена путем придания системе «негэнтропии», или количества информации, а именно, из множества возможных ответов на воздействие среды система выбирает тот, которому соответствует максимум количества информации. Таким образом, в данном случае система переводится в состояния, которые характеризуются большей степенью организации и сложности. В сложных системах наряду с энтропийным механизмом равновесия действуют другие механизмы: гомеостатическое равновесие и морфогенетическое, которые способствуют сохранению функций и системы как целого.

Объем информации, необходимый для изучения системы, характеризуется четырьмя основными ситуациями: определенность, риск, неопределенность, нечеткость (неясность). Значение перечисленных понятий в данном случае определяется тем, какие данные имеет в своем распоряжении ЛПР и тем, как он воспринимает реальность. В условиях определенности ЛПР имеет полную информацию о множестве допустимых альтернатив (исходах, результатах, решениях) и о состояниях окружающей среды. В условиях риска известны результаты и относительная вероятность возможных состояний среды. В условиях неопределенности результаты также известны, но нет сведений о вероятности состояний среды. Мы имеем дело с четко определенным явлением, но не знаем, произойдет оно или нет. В условиях неясности событие определено нечетко, и его трудно классифицировать.

Рассмотрим первые три ситуации на примере. Возьмем простой случай, когда ЛПР делает выбор между A_1 (брать плащ) и A_2 (не брать плащ), если известны два состояния среды (природы), например, S_1 и S_2 – дождь или без осадков соответственно. Допустим, что ЛПР может приписать значения полезности (ценности) каждому результату, например, в десятибалльной шкале. Могут возникнуть четыре ситуации: A_1, S_1 – дождь и плащ (оценка 6); A_1, S_2 – без осадков и плащ (оценка 1); A_2, S_1 – дождь и без плаща (оценка 0); A_2, S_2 – без осадков и без плаща (оценка 9). Этим

ситуациям приписаны относительные значения полезности 6, 1, 0 и 9, где 0 – означает худший результат.

В условиях определенности состояния среды (природы) известны, т. е. ЛПР знает, идет дождь или нет, и действует соответствующим образом. В условиях риска известна вероятность того или иного состояния. Допустим, что вероятность дождя – 0,6, а того, что его не будет – 0,4. В этом случае ЛПР стремится выбрать решение, которое максимизирует «ожидаемую выгоду» (выигрыш). Как показывает простое вычисление, ожидаемая полезность A_1 больше, чем A_2 . Действительно, ожидаемая выгода в условиях риска для A_1 равна $0,6 \cdot 6 + 0,4 \cdot 1 = 4$, а для A_2 она составит $0,6 \cdot 0 + 0,4 \cdot 9 = 3,6$.

В условиях неопределенности вероятности состояний неизвестны, и ЛПР должен использовать различные правила или критерии. Причем выбор связан во многом со стилем мышления ЛПР. К таким критериям относятся:

- критерий равного правдоподобия (т. е. всем событиям приписывается одинаковая вероятность);
- критерий минимакса (ЛПР минимизирует свои максимальные потери);
- среднее взвешенное всех выигрышей;
- критерий Гурвица (приписывает субъективные веса «оптимизм» и «пессимизм» максимальному и минимальному результатам каждого выбора) и т. п. Например, для критерия равного правдоподобия каждому состоянию приписываются значения вероятности 0,5. Ожидаемая выгода от выбора A_1 равна 3,5, а от выбора A_2 равна 4,5, т.е. выбор A_2 более предпочтителен.

Рассмотрим отдельно четвертую ситуацию – неясности (нечеткости). Во всех предыдущих случаях мы предполагали, что множество исходов четко разделено на два непересекающихся множества, объединение которых обеспечивает замыкание. Могут существовать лишь две возможности: есть дождь или нет. Другие промежуточные состояния исключаются, т. е. действует принцип исключенного третьего. Иными словами, мы заменили неопределенные высказывания точными. Предположим, что прогноз сформулирован менее определенно «Утром возможен кратковременный дождь» или «В течение дня временами слабый дождь» и т.д. Эти высказывания содержат неясные (нечеткие) понятия: «утром», «кратковременный», «в течение дня», «слабый», «временами», «возможен». Отметим, что нечеткость может относиться и к оценке вероятности состояния среды, например, «вероятность дождя высокая» или «дождь маловероятен» и т.д. Примерами нечетких понятий могут служить также понятия «молодой», «высокий», «богатый» и т.д. В реальных ситуациях мы часто пользуемся такими понятиями, которые имеют смысл нечетких словесных оценок (высказываний). Для их формализованного представления американский математик Л.Заде

разработал теорию нечетких множеств. Пусть имеется исходное множество элементов E , тогда нечеткое множество \tilde{A} задается в виде $\{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\}$, где x – элемент из E ; $\mu_{\tilde{A}}(x)$ – оценка степени его принадлежности нечеткому множеству \tilde{A} , называемая функцией принадлежности. Если в обычном множестве для элементов имеется только две возможности: принадлежать или нет данному множеству, то в нечетком множестве имеется бесконечное число возможностей, задаваемых функцией принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x) \in \{0,1\}$. Поясним это на примере. Пусть надо представить в виде нечеткого множества понятие «старый». Множество элементов – это множество возрастов, измеряемых годами. Функция принадлежности нечеткого множества «старый» представлена на рис. 18.

Следовательно, если имеется множество объектов, и оно оценивается с точки зрения какого-то свойства, то функция принадлежности может иметь смысл степени нормы, степени отклонения от нормы, степени истинности, степени важности объекта с точки зрения изучаемого свойства. В нашем примере ЛПР должен оценить значение функции принадлежности нечеткой ситуации (см. гл.6).

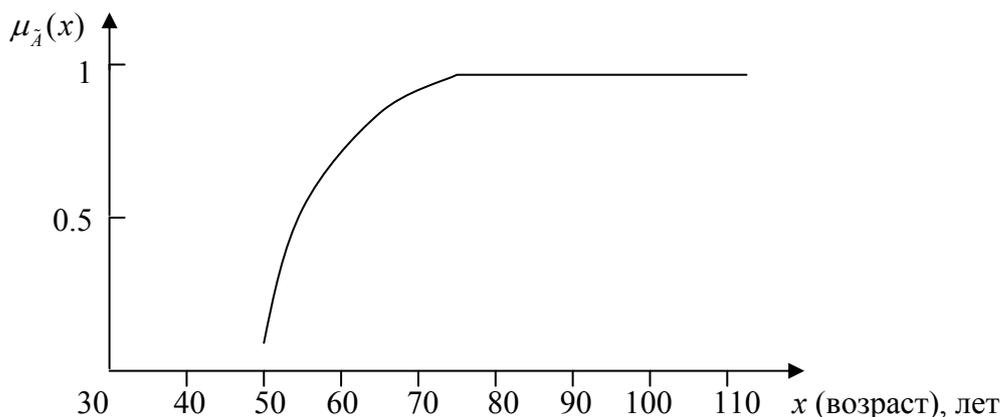


Рис. 18. Представление нечеткого понятия “старый”

Таким образом, уровень информации о системе и окружающей среде весьма важен при исследовании системы, управлении и принятии обоснованных решений. Информацию принято характеризовать с количественной и качественной стороны. К количественным характеристикам относятся объем входных данных, размерность данных, функция сложности, количество информации. Количество информации определяется как мера уменьшения неопределенности некоторой ситуации вследствие того, что становится известным исход другой ситуации. Качество информации характеризуется такими свойствами, как точность, полнота, достоверность (надежность), однозначность, согласованность и т.п. В сложных больших системах приходится

сталкиваться с ситуацией, когда имеющаяся информация недостаточна либо неточна (недостоверна). В этом случае говорят о ее неполноте или нечеткости.

Энтропия и информация. Понятие информации оказывается тесно связанным с такими понятиями как энтропия, разнообразие, ограничения. Энтропия определяется как мера неопределенности случайной ситуации, т. е. энтропия и количество информации являются взаимодополнительными понятиями. Н.Винер выразил это следующими словами: «Как количество информации в системе есть мера организованности системы, точно так же энтропия – мера дезорганизованности системы. Одно равно другому, взятому с обратным знаком». Двойственность этих понятий иллюстрирует рис.19.

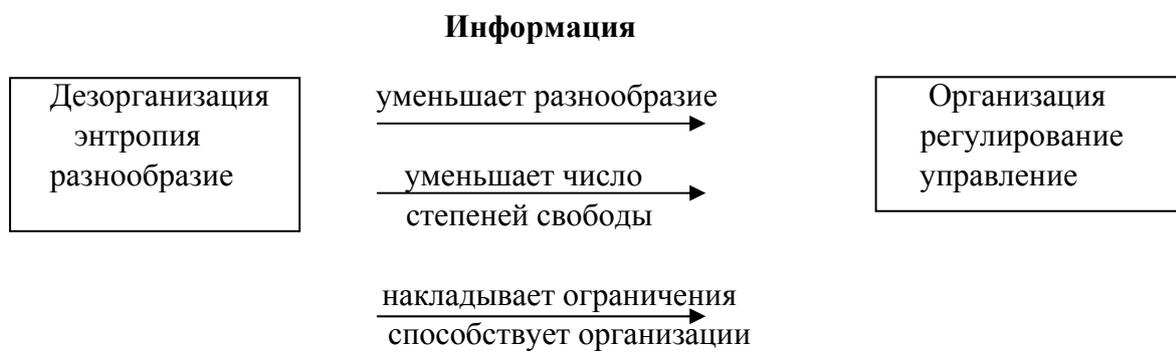


Рис. 19. Роль информация в противодействии системы дезорганизации и возрастанию энтропии.

Разнообразие можно определить, как количество различных возможностей или элементов в некотором множестве. Очевидно, чем больше разнообразие, тем шире выбор элементов, и тем меньше вероятность (возможность) выбора каждого из них. Энтропия, неопределенность и дезорганизованность увеличиваются с ростом разнообразия, но с увеличением степени организации разнообразие уменьшается.

Ограничения. Мир без ограничений был бы всеобщим хаосом. Ограничения устанавливаются действующими в данной предметной области (части мира) законами. Множество элементов со связями всегда подчинено определенным закономерностям, вытекающим из характера отношений между элементами. Хаотические скопления элементов с течением времени развиваются так, что уменьшается разнообразие и проявляется тенденция к связности и кооперативному поведению. Эти процессы изучает синэргетика – наука о кооперативном поведении систем и их элементов (от греческого глагола *συνεργω* – сотрудничать, содействовать, соединять). Организация и наложение ограничений, таким

образом, уменьшают хаос и разнообразие. Использование информации выполняет «избирательную функцию» среди допустимых вариантов системы путем уменьшения числа ее степеней свободы, т.е., в конечном счете, сокращает пространство поиска и уменьшает время выбора. На рис. 19 показано, как информация противостоит тенденциям системы к дезорганизации и способствует регулированию и управлению путем уменьшения разнообразия, наложения ограничений, уменьшения числа степеней свободы системы, увеличения степени организации. Часто наряду с термином «ограничение» используют термин «условие». Условие обычно относят к наличию объектов и их атрибутов, необходимых для достижения цели, а ограничение связывают с количественной оценкой числа атрибутов и их значений.

Количество информации. Под информацией понимают сведения любого рода. Информация состоит из сообщений, а сообщения из сигналов. Сообщение определяется, как форма представления информации (текст, речь, изображение, цифровые данные, электрические колебания и т.п.). Сигналом называется форма представления информации для передачи по каналу. Обычно на множестве сигналов задано распределение информации, которое можно использовать для передачи сообщений. Каждый сигнал может содержаться в сообщении с определенной вероятностью, которая зависит от структуры используемого языка. Неопределенность в этом случае характеризуется энтропией распределения вероятностей, которая определяется как мера неопределенности распределения вероятностей дискретной случайной величины. Ее выражение имеет вид

$$H(X^n) = -\sum P(X^n) \log_2 P(X^n), \quad (4.4.1)$$

где $X^n = (x_1, \dots, x_n)$ – n -мерная случайная величина; $P(X^n)$ – вероятность того, что эта величина примет значение $X^n = (x_1, \dots, x_n)$; суммирование ведется по всему множеству значений X^n . В частном случае одномерного распределения ($n=1$) энтропия имеет вид

$$H(X) = -\sum P(X) \log_2 P(X). \quad (4.4.2)$$

Пусть для i -го сигнала вероятность быть переданным равна p_i , тогда количество информации в i -м сигнале равно

$$H_i = -\log_2 p_i, \text{ бит}, \quad (4.4.3)$$

где H_i – мера неопределенности того, что передается i -й сигнал.

«Ожидаемое» количество информации в сообщении по (4.4.2) составит

$$H = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i, \text{ бит}, \quad (4.4.4)$$

т.е. равно сумме произведений количества информации, содержащейся в сигнале, и вероятности присутствия последнего в сообщении. В результате получаем среднюю меру неопределенности сообщения в целом. Эти определения легко переносятся на случай источника в целом и

составляющих его сообщений. В этом случае распределение вероятностей определено на множестве сообщений. Таким образом, можно определить количество информации, передаваемое источником сообщений. В ответ на поступающие внешние воздействия система должна выработать отклик – один из многих возможных вариантов отклика, каждый из которых соответствует заранее установленным целям системы, хранимым в ее памяти. Система действует как регулятор, выбирая из множества возможных выходных сигналов тот, который наилучшим образом совместим с ее целью. Рассмотрим случай, когда имеется восемь возможных вариантов. Начнем процесс выбора оптимального варианта, соответствующего целям системы, с разделения множества из 8 вариантов на два непересекающихся множества по четыре варианта в каждом. Это уменьшает меру неопределенности ситуации с величины $H_4 = -\log_2 1/8 = 3$ бит до величины $H_3 = -\log_2 1/4 = 2$ бит, т.е. на 1 бит. Продолжим процесс выбора, переходя от множества их четырех вариантов к множеству из двух вариантов, при этом мера неопределенности ситуации уменьшится с H_3 до $H_2 = -\log_2 1/2 = 1$ бит. Процесс выбора будет закончен и будет достигнута полная определенность, когда будет сделан выбор между двумя оставшимися вариантами. Итак, в результате реализации процесса выбора от множества из 8 вариантов к единственному варианту мера неопределенности была уменьшена на 3 бит, иначе говоря, было получено 3 бит информации. Сообщение, несущее 3 бит информации, уменьшило бы число степеней свободы до 0. Ожидаемое количество информации в сообщении (передаваемое источником) равно $H = -\sum_{i=1}^8 1/8 \log_2 1/8 = 3$ бит. На рис. 20 показан процесс выбора вариантов.

Мы рассмотрели классический вероятностный подход к оценке меры неопределенности, развитый в трудах Шеннона и Кульбака по теории информации. В условиях нечеткости и неясности используются другие информационные меры, например мера возможности, а также функция принадлежности, индекс нечеткости, степень достоверности и т.п. (см. гл. 6).

Обратные связи. В общих системах «объект – среда» механизмы поддержания динамического равновесия осуществляются посредством обратных связей. Обратные связи отражают и поддерживают, с одной стороны, эволюционные изменения, обусловленные внутренней логикой развития системы и опытом предшествующих поколений, а с другой – «директивные» изменения, определяемые условиями и ограничениями со стороны внешних систем. Это верно как для компонентов внутри общей системы, так и для самих общих систем при рассмотрении их поведения и взаимодействия. В системах используются два типа обратной связи – отрицательная и положительная. Отрицательная связь уменьшает выходной сигнал при увеличении сигнала на входе, положительная –

увеличивает. Отрицательная связь выполняет функцию саморегулирования системы и способствует ее адаптации к внешним возмущениям. Положительная связь выполняет функцию распространения возмущений и способствует переходу системы в возбужденное состояние (в новое качество).

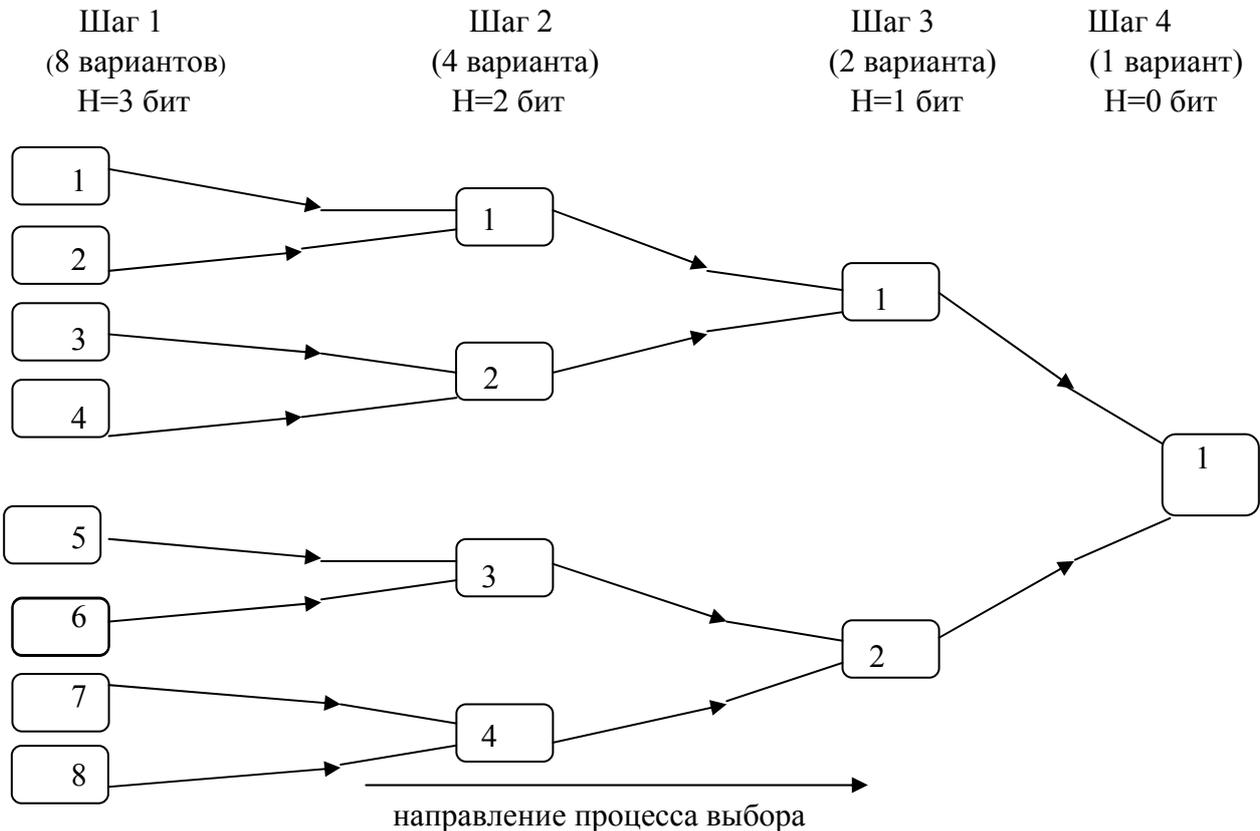


Рис. 20. Уменьшение неопределенности последовательным выбором вариантов.

На действие обратной связи оказывают влияние характерные свойства систем, из которых следует отметить наличие «предыстории», т.е. зависимость настоящей системы от прошлого, и возникновение нелинейностей, обусловленных разного рода запаздываниями, задержками, порогами и ограничениями сигналов в системе. Когда эти факторы действуют совместно, то могут привести к необратимым последствиям и потере устойчивости. Перечисленные особенности проявляются в общих системах для всех типов объектов (неживые, биологические, социальные), но конечно в разной мере и разными способами. Неживые системы, например, обладают специфической памятью, так как воздействия внешних полей (тепловых, электромагнитных и т.п.) оставляют след в системе. Неживые системы подвержены эволюционным изменениям, но последние следует относить к классу систем данного рода. Для живых и социальных систем эти особенности характеризуют не только род, но и

каждую отдельную систему. Зависимость настоящего от прошлого для неживых систем проявляется в форме необратимых, неравновесных процессов, происходящих скачкообразно в течении больших интервалов времени и ведущих к разрушению системы. Для живых и социальных систем эти процессы протекают непрерывно и составляют содержание жизни, основу их существования.

Для описания динамического равновесия в общих системах используется понятие гомеостаза (термин из биологии) и гомеостатического равновесия (набор правил поведения для поддержания системы в устойчивом состоянии). Как уже отмечалось выше, системы находятся постоянно в состоянии развития (гомеокинеза), а состояние равновесия является одномоментным, поэтому системы постепенно вырождаются и умирают. Устойчивое состояние динамического равновесия для системы оказывается недостижимым. Процесс ввода энергии из среды в объект и обработка информации (для неживых систем – по большей части пассивное «отпечатывание» информации) необходимы для замедления перехода в состояние с большей энтропией. Общие системы, так же как их компоненты, обладают свойствами живучести и адаптивности. Под живучестью понимается способность системы оставаться в области устойчивости, под адаптивностью – приспособленность к внешним воздействиям. Для неживых систем эти свойства обеспечиваются чисто физическим пределом «прочности», для сложных систем (например, живых, социальных) – более тонкими инструментами (обратная связь, информация, ассоциативная память, обучение, выбор целей и действий и т.п.).

При воздействии на сложную систему необходимо учитывать ряд факторов:

- хрупкое равновесие, сбалансированность (внутреннюю и внешнюю) системы, нарушение которых делает ее уязвимой;
- последствие, обусловленное пространственной и временной памятью системы, которые увеличивают риск непредвиденных последствий (так называемый накопленный эффект);
- подвижность границ области устойчивости системы и невозможность точно предсказать последствия воздействий на живучесть системы.

В свете сказанного при проведении изменений в сложных системах основное внимание нужно уделять минимизации неожиданных и пагубных последствий от возможных действий, а не достижению результата любой ценой, что смещает приоритеты от увеличения эффективности к обеспечению (поддержанию) живучести системы.

Выбор управляющих воздействий. С понятием динамического (квазидинамического) равновесия связано представление о том, что управление системой должно состоять в поддержании ее в определенных границах устойчивого равновесия на гомеокинетическом плато (пороги B_1

и B_2 на рис. 21). Для каждой системы существует некоторая область допустимых управляющих воздействий. Как недостаточное, так и чрезмерное управление может вывести систему из состояния равновесия в нестабильное состояние. При недостаточном управлении (область слева от порога B_1 на рис. 21) ослабевают основные отношения (связи) между частями системы, и она распадается на несвязные части, перестает существовать как целое. При чрезмерном управляющем воздействии на систему (область справа от порога B_2 на рис. 21) возрастает сопротивление системы управлению, что приводит к нарушению связей со средой и, в конечном счете, к разрушению системы.

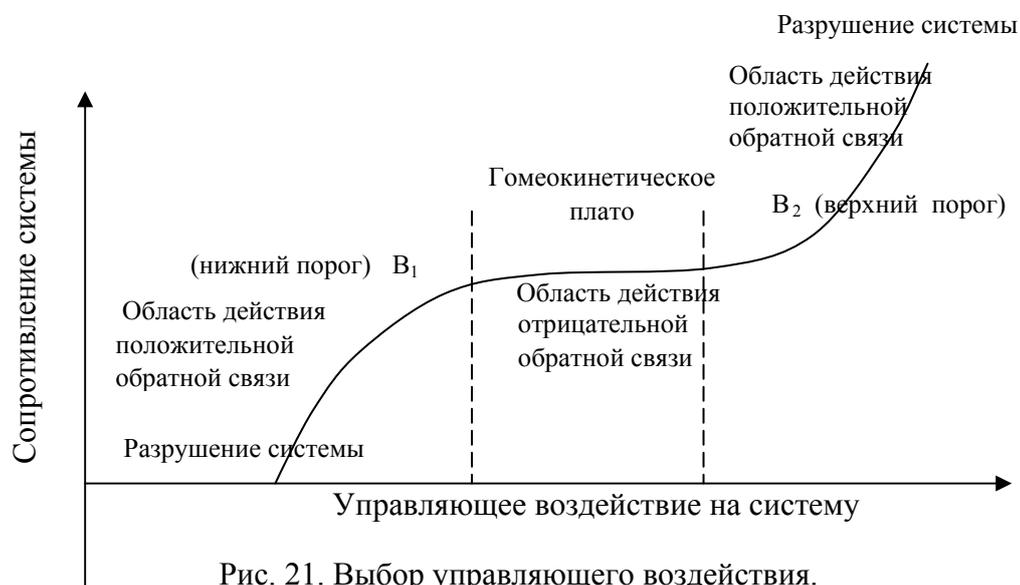


Рис. 21. Выбор управляющего воздействия.

Необходимо учитывать, что каждая сложная система имеет определенную стереотипность поведения и крайне чувствительна к изменению целей и функции выбора, поэтому для сложных систем нужно искать и поддерживать возможности саморегулирования. Известное правило Гиппократово «Помогай и не вреди», сформулированное им для врачебного искусства, как нельзя более справедливо для области управления сложными системами.

Информационный аспект управления определяется законом необходимого разнообразия Эшби, который основан на математической теории связи К. Шеннона. Данный закон постулирует необходимость соответствия информации, поступающей от изучаемой системы, возможностям управляющей системы (например, ЛПР) по ее обработке. Формально закон может быть записан в виде неравенства:

$$\text{Общее многообразие в поведении системы} \geq \frac{\text{Многообразие возмущений}}{\text{Многообразие управлений}}$$

т.е. ограничить многообразие в поведении системы, вне зависимости от внешних помех можно, только увеличив многообразие управлений.

Представление и распределение информации в системах. Информация в виде данных и знаний, используемая для определенных целей, образует систему, т.е. множество элементов со связями. Для представления данных применяются модели структуры систем, рассмотренные в гл.2, а именно, линейная, реляционная (матричная), иерархическая, сетевая. Эти модели являются символьными и отражают основные отношения между элементами вне зависимости от их природы. Представление знаний (оцененных данных) требует учета смыслового содержания информации. Поэтому применяются модели, учитывающие семантические связи элементов: продукции (правила), фреймы, семантические сети, логика предикатов первого порядка (реже второго). Перечисленные модели относятся к области инженерии знаний и используются в компьютерных банках и базах данных и знаний при создании и функционировании систем управления и экспертных систем различного назначения. Более общие семиотические модели отражают три аспекта знаний: символьный (синтаксис), семантический (смысл) и прагматический (применение). Они используются при получении и анализе экспертной информации. Обзор этих методов можно найти, например, в [39].

Распределение информации определяется организацией системы и, в свою очередь, влияет на ее поведение. Сложные системы устроены иерархически, что обеспечивает их устойчивое функционирование при обработке больших потоков информации. Компьютерные системы, как технические копии сложных систем, организованы по тому же принципу. Информационное множество оказывается распределенным по ряду иерархических уровней. Возникает противоречие. С одной стороны, для получения системного решения некоторой проблемы необходимо иметь всю информацию на уровне системы и отдельных подсистем. С другой, для решения проблемы и ее реализации необходимо разбить проблему на более простые, частные задачи, выполняемые отдельными подсистемами на основе ограниченного объема информации. Наблюдается завышение значимости центра, владеющего большим объемом информации, и снижение роли подсистем, имеющих ограниченную информацию и видящих только частные задачи. В этом состоит одна из причин того, что довольствуются стандартными частичными решениями проблемы. Поддержание иерархии, таким образом, может мешать принятию системных решений. Здесь проявляется этический аспект использования информационных ресурсов в системе, обсуждавшийся в § 4.3.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [4, 6, 10, 13, 15, 24, 27, 37, 38, 39, 41, 43, 44, 50, 51].

Глава 5. Принятие решений в сложных системах

- Если бы это было так, это бы еще ничего, а если бы ничего, оно бы так и было, но так как это не так, так оно и не этак! Такова логика вещей! – воскликнул Траляля.

Льюис Кэрролл (Алиса и Зазеркалье)

5.1. Классификация задач принятия решений. Структура системы принятия решений.

Под принятием решения понимается выбор одного или нескольких вариантов решения проблемы из некоторого исходного множества допустимых вариантов. Это множество будем называть множеством альтернатив X , а любое решение x из него – альтернативой, $x \in X$. Поэтому часто задачу принятия решений называют задачей выбора. Исходное множество альтернатив может быть правильно сформировано только на основе условий и ограничений со стороны внешних систем, которые затрагивает решаемая проблема. Если ЛПР не учитывает требования внешних систем, то множество альтернатив оказывается неполным, а выбор ограниченным, и хорошего решения получить не удастся. Последствием принятия решения назовем событие (исход), необходимость или возможность появления которого определяется данным решением. Соответственно говорят о необходимых или возможных последствиях. Под возможными последствиями, как правило, подразумеваются часто повторяющиеся и не противоречащие логике последствия. Полезно оценивать и случайные (неопределенные) последствия. В этом случае для оценки вероятности (возможности) их наступления используется теория вероятностей (например, распределение Пуассона для определения вероятности наступления редкого события) или теория нечетких множеств. Последствия должны определяться для всех систем, которые затрагивает данное решение. Необходимо учитывать, что любое решение вызывает как положительные, так и отрицательные последствия.

На принятие решения влияет система предпочтений, определяемая как совокупность правил, устанавливающих приоритеты при выборе из множества альтернатив. Решением называется подмножество множества альтернатив, образованное на основе системы предпочтений. Это подмножество может содержать одну или несколько альтернатив или может быть пустым, если не удастся выполнить все требования. Лицо, принимающее решение (ЛПР) – субъект, задающий приоритеты, в интересах которого принимается решение. Как правило, ЛПР стремится получить наилучшее (оптимальное, удовлетворительное) с его точки

зрения решение. Под наилучшим решением мы будем понимать решение, множество отрицательных последствий которого минимально по сравнению с другими альтернативами. Выбор решения зависит от информации, имеющейся у ЛПР о данной предметной области, т.е. о множестве альтернатив и состоянии окружающей среды, а также от того, как он устанавливает приоритеты, т.е. от его стиля мышления, стратегии поведения. Например, один любит рисковать, другой чрезмерно осторожничает, третий предпочитает “золотую середину” и т.п. Таким образом, ЛПР обладает некоторой свободой выбора. Однако, если он не учитывает особенности решаемой проблемы, ее влияние на внешние системы, то полученное решение может сильно расходиться с реальностью и привести к значительным отрицательным последствиям.

Задачи принятия решений могут различаться типом исхода, структурой предпочтений, количеством оценочных критериев, моделью оптимизации и т.п. В табл. 15 дана классификация задач принятия решений по ряду признаков.

Таблица 15

Классификация задач принятия решений

Классификационный признак	Разновидность задачи принятия решений
Новизна задачи (известен алгоритм решения, наличие аналога)	Задача имеется в базе знаний (есть алгоритм решения); задачи нет в базе знаний, но есть аналоги; задача не имеет аналогов
Тип исхода (информационная среда задачи, уровень информации)	Детерминированный исход (в условиях определенности); случайный исход (в условиях риска, в условиях неопределенности); нечеткий исход (в условиях нечеткости, неясности)
Вид проблемной ситуации	Необходимость решения новой задачи; изменение условий функционирования системы; появление новой информации; сбой в работе (отказ) системы или ее элементов
Метод описания и представления информации	Декларативный; процедурный; комбинированный (сочетание нескольких методов)
Метод поиска решений	Полный перебор; имплицитный (неполный) перебор; эвристический поиск
Число критериев	Однокритериальная; многокритериальная
Тип оценки решения	Точечная; интервальная; нечеткая; статистическая
Область применения решения	Управление; прогнозирование; измерение; контроль; диагностирование; проектирование; классификация

В общем случае задача принятия решения представима кортежем следующего вида:

$$\Sigma = \langle X, I, S, K \rangle, \quad (5.1.1)$$

где X – множество альтернатив; I – уровень информации; S – метод получения решения; K – множество критериев оценки альтернатив.

Множество альтернатив зависит от имеющейся базы знаний, новизны задачи, типа проблемной ситуации. Метод получения решения зависит от имеющейся информации о задаче и включает способ выбора альтернатив, определяемый структурой предпочтений ЛПР, и метод принятия решений, обуславливающий способ агрегирования критериев. В частности, способ выбора альтернатив может предусматривать поиск наилучшего решения, удовлетворительного решения, наиболее предпочтительной альтернативы, эффективной (недоминируемой) альтернативы, возможной альтернативы, наиболее типичной альтернативы и т.п. Метод принятия решений включает такие подходы, как векторная оптимизация, использование функции полезности, интерактивное программирование и т.п. Множество критериев определяется требованиями внешних систем, степенью детализации задачи и требуемым качеством ее решения. Наиболее существенным фактором является информационная среда задачи. В табл. 16 дано сравнение мер информации при различных типах исходов.

Таблица 16

Меры информации в различной информационной среде

Информационная среда задачи	Измеряемая характеристика	Мера информации
Детерминированная	Степень отличия поведения системы от заданного	Точность достижения заданного состояния
Случайная	Энтропия, ожидаемая полезность	Количество, ценность
Нечеткая	Функция принадлежности	Индекс нечеткости, степень достоверности

В зависимости от уровня исходной информации в теории принятия решений применяются традиционно два подхода: классический и поведенческий. При классическом подходе каждый вариант решения x оценивается некоторой неотрицательной действительной функцией выигрыша $g(x)$. Оптимальный вариант выбирается по максимуму функции $g(x)$: $x^* = \arg \max_{x \in X} g(x)$. Этот подход хорошо работает в детерминированной среде и условиях риска. В условиях неопределенности и нечеткости более предпочтителен поведенческий подход, при котором множество последствий каждого варианта $s(x)$ сравнивается с множеством допустимых последствий при решении данной проблемы $s_0(x)$.

Выбираются такие решения, для которых множество их последствий принадлежит множеству допустимых последствий: $x^* = \{x : s(x) \subset s_0(x)\}$. Множество допустимых последствий формирует ЛПР, исходя из условий и ограничений задачи.

Процесс принятия решений целесообразно рассматривать как систему, состоящую из некоторого набора типовых подсистем (этапов) и их элементов (процедур, действий, операций), взаимодействующих между собой, число и состав которых может варьироваться в зависимости от условий и типа решаемой задачи (класса задач). Входным элементов системы принятия решений (СПР) является информация о проблемной области (исходная информация), выходным – множество допустимых (оптимальных) решений (их реализаций). В дальнейшем мы будем отождествлять принятие решения и его реализацию. В табл. 17 приведены различные подходы к структуризации процесса принятия решений. Варьирование элементов СПР в приведенных подходах обусловлено их ориентацией на разные области применения: например, первый подход характерен для теории полезности, второй – для принятия решений в социальных системах, третий и четвертый используются при проектировании систем, пятый – при управлении и планировании. Табл. 18 содержит детализированную структуру процесса принятия решения, суммирующую имеющиеся подходы к его описанию.

Таблица 17

Подходы к структуризации процесса принятия решений

Теория полезности	Предварительный анализ: изучение проблемы и возможных вариантов действий; структурный анализ: осуществление качественной структуризации проблемы, построение дерева решений; анализ неопределенности: оценка значений вероятности для ветвей, составляющих дерево решений, анализ ценности (полезности), установление численных значений полезности последствий, связанных с реализацией того или иного пути на дереве решений; процедура оптимизации: нахождение оптимальной стратегии действий (оптимальной альтернативы) путем вычислений (максимизация ожидаемой полезности).
Принятие решений в социальных системах	Определение целей; формулирование задачи; собственно принятие решения (выбор альтернатив)
Системная парадигма при проектировании систем	Формирование стратегии: определение проблемы, назначение целей, поиск и разработка вариантов; оценивание: определение результатов, свойств, критериев, измерительной шкалы и моделей измерений, оценивание вариантов, процесс выбора; реализация: реализация выбранных вариантов, управление системой, проверка

	и переоценка
Информационный подход при проектировании систем	Информационная система: система сбора фактов (отвечает на вопрос, как получить знание); рабочая система: определяет цели, для реализации которых отыскивается информация (отвечает на вопрос, как оценивать знания); система оценки: определяет, для чего будут использованы знания
Системный подход к планированию и управлению	Исследование проблемы; уяснение исходной ситуации; формирование возможных решений; описание последствий этих решений; оценка возможных вариантов решения; оценка последствий этих решений; выбор решения (вариантов решений); обобщение опыта принятия решения

Таблица 18

Структура системы принятия решений

Этап	Действие
Уяснение задачи	Сбор и анализ информации; оценка уровня информации; классификация ситуации (проблемы); поиск прямых аналогов; выявление возможных вариантов действий; формирование идеальной модели (стереотипа решения)
Системный анализ задачи	Структуризация проблемы; учет влияющих факторов и ограничений; формирование “субидеальной” модели (решения); построение дерева решений; определение возможных последствий на каждом уровне дерева решений; формирование набора оценочных критериев (признакового пространства); выделение наиболее существенных признаков (критериев); формирование рабочих вариантов решения; оценка последствий решений по набору критериев
Оптимизация	Выбор метода (модели) оптимизации; агрегирование оценочных критериев; нахождение подмножества оптимальных решений
Выбор и анализ решения	Выбор допустимых решений (решения); оценка качества решения и возможности его улучшения; прогноз последующих действий

Основными неформальными элементами СПР являются формирование множества альтернатив, оценивание альтернатив и выбор оптимальных (в определенном смысле) вариантов решения. Эти элементы рассмотрены в последующих параграфах.

5.2. Модели принятия решений

Под моделью принятия решений понимается процедура оценивания, помогающая делать выбор между вариантами. Основная трудность при этом возникает из-за наличия большого числа противоречивых критериев, а также их несоизмеримости. Классификация моделей может быть проведена по ряду признаков. По числу целей (способу описания объекта) различают одно- и многоцелевые модели, в зависимости от проблемной

ситуации (области применения) возможны следующие типы моделей: модели компромиссов, оптимизационные модели, диагностические модели и т.п.

К одноцелевым (однокритериальным) моделям относятся модели “прибыль – издержки” и “эффективность – затраты”. К многоцелевым (многокритериальным) моделям – многомерные функции полезности и априорные модели сравнения вариантов, основанные на обработке экспертной информации, которые различаются схемами агрегирования исходных (локальных, частных) целей и критериев.

Модели компромиссов описывают способы взвешивания и оценки замен в средствах и целях и особенно существенны для сложных систем, содержащих взаимозависимые подсистемы. Обычно выделяется два типа моделей: модели, описывающие компромиссы между взаимно замещающими системами, когда одна система может быть замещена другой с точки зрения достижения целей общей системы; модели, относящиеся к компромиссам между взаимно дополнительными системами, когда одна из них дополняет (усиливает или ослабляет) другую. *Оптимизационные модели* в зависимости от постановки задачи и степени ее формализации включают дифференциальное исчисление, метод множителей Лагранжа, методы линейного программирования, целевое программирование, динамическое программирование, квадратичное и нелинейное программирование и т.п. *Диагностические модели* устанавливают способы систематического поиска неисправностей при нарушении нормальной работы системы и базируются на использовании методов распознавания образов, таксономии и классификации.

Одноцелевые модели. В этих моделях каждая альтернатива оценивается одним критерием, поэтому их называют также однокритериальными. Из одноцелевых моделей наиболее часто используются модели двух типов: “прибыль – издержки” и “эффективность – затраты”. Применение модели “прибыль – издержки” связано с расчетом одного экономического критерия, так называемого коэффициента стоимости c , выражающего разность или отношение между прибылью и издержками, эффективностью и затратами, входом и выходом системы и т.д. В общем случае модель “прибыль – издержки” имеет вид

$$c(x) = \sum_{j=1}^n a_j(x) - \sum_{k=1}^m b_k(x), \quad (5.2.1)$$

где $c(x)$ – коэффициент стоимости альтернативы x ; первая сумма учитывает общую прибыль для данного варианта по всем элементам положительного воздействия; вторая сумма учитывает общие издержки по всем элементам отрицательного воздействия на достижение заданной цели. В (5.2.1) коэффициент стоимости равен разности прибыли и издержек; в некоторых случаях удобно определять его как отношение прибыли к

издержкам, при этом первая сумма делится на вторую. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg \max_{x \in X} c(x), \quad (5.2.2)$$

т.е. наилучшим считается решение, для которого коэффициент стоимости максимален на множестве альтернатив (читается « x^* равно аргмаксимум по x из X $c(x)$ »).

При использовании модели “эффективность – затраты” сравнение проводится между степенью достижения целей и затратами. Эта модель может быть представлена в виде

$$I(x) = (a(x) - a_0) / b(x), \quad (5.2.3)$$

где $I(x)$ – индекс эффективности затрат для альтернативы (варианта решения) x , $(a(x) - a_0)$ – разность между результатами (степенью достижения цели) после и до осуществления варианта x ; $b(x)$ – суммарные затраты на вариант x . Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg \max_{x \in X} I(x), \quad (5.2.4)$$

т.е. наилучшим считается решение, для которого индекс эффективности затрат максимален на множестве альтернатив.

Для того, чтобы расчеты по этим моделям были надежными (достоверными), нужно учитывать как можно больше составляющих прибыли и издержек для первой модели или эффекта и затрат для второй модели. Рассмотренные модели, хотя и являются упрощенными, обладают большой степенью общности и применимы к решению разнотипных задач выбора. Кроме того, они используются для нахождения компромиссов, когда решение формируется под воздействием конкурирующих факторов. Проиллюстрируем их применение на двух примерах.

Пример 1. Пусть имеется производственное предприятие (фирма, завод, фабрика и т.п.), выпускающее продукцию. Требуется определить оптимальный уровень затрат на контроль продукции. Выберем в качестве меры эффективности – точность (качество) контроля (ось абсцисс на рис. 22). По оси ординат будем откладывать затраты (издержки). Тогда, если точность контроля сделать очень высокой, то возрастут прямые издержки, связанные с затратами на контроль (кривая 1); если же точность контроля сделать чересчур низкой, то возрастут косвенные издержки, связанные с возвратом продукции, гарантийным ремонтом, потерей престижа и т.п. (кривая 2). Сложение кривых 1 и 2 дает кривую 3. Наилучшее решение по точности контроля соответствует абсциссе минимума кривой 3, а наилучшее решение по суммарным затратам – ординате минимума этой кривой.

Пример 2. Пусть имеется предприятие сферы массового обслуживания (мастерская, комбинат бытового обслуживания, магазин и т.п.). Требуется определить оптимальный уровень качества обслуживания. Отложим по оси

ординат затраты, а по оси абсцисс – критерий качества обслуживания, например, время обслуживания. Рассуждения проводятся аналогично. Если качество сделать очень высоким (малое время обслуживания), то сильно увеличатся прямые издержки, связанные с затратами на обслуживание (кривая 1), если же сделать его слишком низким (большое время обслуживания), то возрастут косвенные издержки, связанные с рекламациями, потерей времени клиентами и соответственно снижением дохода (кривая 2). Наилучшие решения по качеству обслуживания и суммарным затратам соответствуют координатам минимума кривой 3.

Таким образом, если учитывать только прямые издержки или только косвенные, то разумного решения получить не удастся, и лишь учет обоих типов издержек приводит к правильному решению. Пример использования этой модели для определения компромиссов рассмотрен в приложении.

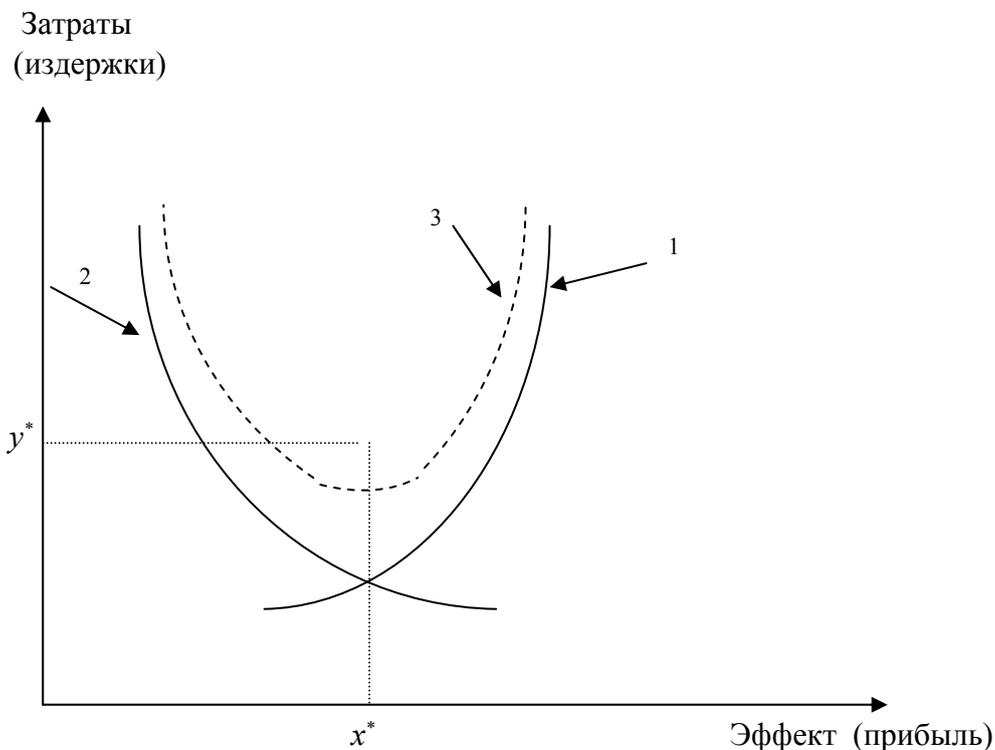


Рис. 22. Применение одноцелевых моделей.

Многоцелевые модели. В этих моделях каждая альтернатива оценивается множеством критериев, поэтому они называются также многокритериальными. К наиболее известным многокритериальным моделям относятся многомерные функции полезности, модели многомерного шкалирования, метод анализа иерархий (метод собственных значений).

Из многомерных моделей наиболее часто используются аддитивные и мультипликативные многомерные функции полезности. Функцией

полезности (ценности) называется скалярная функция U , устанавливающая отношение порядка на множестве вариантов

$$U(K_1, \dots, K_n) > U(K'_1, \dots, K'_n) \Leftrightarrow (K_1, \dots, K_n) \succ (K'_1, \dots, K'_n), \quad (5.2.5)$$

где \succ – символ “более предпочтителен, чем”; (K_1, \dots, K_n) – точка пространства последствий (критериального пространства). Обобщенная форма аддитивной модели полезности имеет вид

$$U_a(x) = \sum_{i=1}^n p_i \hat{U}_i(x), \quad (5.2.6)$$

где $U_a(x)$ – функция полезности варианта x ; p_i – вес фактора (критерия) i ; $\hat{U}_i(x)$ – оценка полезности варианта x по критерию i .

Обобщенная форма мультипликативной функции полезности имеет вид

$$U_M(x) = \prod_{i=1}^n p_i \hat{U}_i(x). \quad (5.2.7)$$

Оценки $\hat{U}_i(x)$, как правило, получают экспертным путем, но могут задаваться и аналитически, применением подходящей аппроксимирующей функции. Аддитивная функция слабо чувствительна к изменению свойств с малыми весами (малыми оценками полезности); мультипликативная, наоборот, сильно зависит от изменения свойств с малыми значениями оценок полезности. В теории принятия решений доказывается, что функция полезности имеет аддитивный вид, если факторы, входящие в модель, аддитивно независимы. Функция полезности имеет мультипликативную форму, если факторы взаимно независимы по полезности. Первое требование означает фактически уверенность эксперта в том, что модель является линейной по факторам, а второе – что модель содержит взаимодействия факторов различных порядков. На практике веса p_i нормализуют так, что обе формы представления оказываются эквивалентными (могут быть преобразованы друг в друга).

Многомерные модели сравнения вариантов различаются подходами к установлению весов факторов и подфакторов и схемами их агрегирования.

Стандартная процедура сравнения вариантов по многим факторам включает формулирование задачи, выбор факторов и подфакторов, построение дерева решений, назначение весов факторам и их нормализацию, назначение весов подфакторам и нормализацию весов, подсчет показателей (баллов) по всем факторам для каждого варианта, получение взвешенных оценок и суммарного числового выражения полезности для каждого варианта решения. Основные неформальные шаги в этом алгоритме – выбор факторов и подфакторов, построение дерева решений и назначение весов факторам и подфакторам.

Рассмотрим процедуру сравнения многомерных вариантов в формализованном виде. Пусть некоторая цель структурирована и построено дерево решений, содержащее на первом уровне анализа k_1

факторов: a_1, \dots, a_{k_1} с нормализованными относительными весами $p_{a_1}, \dots, p_{a_{k_1}}$, причем выполняется условие нормировки $\sum_i p_{a_i} = 1$. На втором уровне анализа факторы разбиваются на подфакторы. Фактор a_1 разбивается на подфакторы $b_1^{a_1}, \dots, b_{l_1}^{a_1}$, и т.д., фактор a_{k_1} разбивается на подфакторы $b_1^{a_{k_1}}, \dots, b_{l_{k_1}}^{a_{k_1}}$ с относительными весами $p(b_1^{a_1}), \dots, p(b_{l_{k_1}}^{a_{k_1}})$, причем выполняются условия нормировки $\sum_j p(b_j^{a_1}) = 1, \dots, \sum_j p(b_j^{a_{k_1}}) = 1$. Затем проводится нормализация весов подфакторов $b_{li}^{a_1} = p_{a_1} p(b_{li}^{a_1}), \dots, b_{li}^{a_{k_1}} = p_{a_{k_1}} p(b_{li}^{a_{k_1}})$, причем, как и выше, выполняются условия нормировки $\sum_j b_{ji}^{a_1} = p_{a_1}, \dots, \sum_j b_{ji}^{a_{k_1}} = p_{a_{k_1}}$.

Пусть требуется сравнить m вариантов решений. Назначаются оценочные баллы для каждого варианта по каждому из подфакторов, например, в 10-и балльной шкале. Для произвольного варианта V имеем оценки $B_1^V, \dots, B_{l_{k_1}}^V$. Взвешенные баллы определяются в виде

$$B_1^{V*} = B_1^V \cdot b_{1i}^{a_1}, \dots, B_{l_{k_1}}^{V*} = B_{l_{k_1}}^V \cdot b_{l_{k_1}i}^{a_{k_1}}. \quad (5.2.8)$$

Теперь взвешенные баллы суммируются по каждому фактору, что дает

$$\text{для } a_1: \sum_{j=1}^{l_1} B_j^{V*}(a_1), \dots, \text{для } a_{k_1}: \sum_{j=1}^{l_{k_1}} B_j^{V*}(a_{k_1}).$$

Суммарные взвешенные баллы, определяющие оценку полезности для каждого варианта решения, находятся из соотношений

$$U_V = \sum_{i=1}^{k_1} \sum_{j=1}^{l_i} B_j^{V*}(a_i). \quad (5.2.9)$$

Сравнение полученных значений для каждого варианта позволяет провести ранжирование вариантов и выбрать из них наилучший, имеющий наибольшую оценку полезности.

В методе А. Кли назначаются отношения важности r_i для факторов и определяются множители k_i и нормализованные веса w_i ; $r_i =$ важность фактора a_i / важность фактора a_{i+1} ; $i = 1, \dots, n-1$. $k_i = k_{i+1} r_i$; $i = n-1, \dots, 1$; $k_n = 1$; $w_i = k_i / S$; $S = \sum_{i=1}^n k_i$, где n – число факторов. Затем веса факторов проверяются на непротиворечивость по соотношению: $w_i < c_i$; $i = 1, \dots, n-1$, где $c_{n-1} = w_n$, $c_{n-2} = c_{n-1} + w_{n-1}$, \dots , $c_1 = c_2 + w_2$; c_i – кумулятивный вес i -го фактора.

В методе анализа иерархий сравнение экспертами факторов по важности проводится по 9-и балльной шкале для лучшего учета их предпочтений. Значения полученных весов используются в аддитивной

модели для получения относительных весов сравниваемых вариантов. Пример использования этого метода дан в приложении.

С процедурой сравнения многомерных вариантов связана задача многомерного шкалирования, которая заключается в разделении пространства для каждой категории факторов пропорционально весу подфакторов. В *многомерном шкалировании* существует два подхода: *метрический* и *неметрический*. При метрическом подходе мерой различия в факторном (критериальном) пространстве служит расстояние между точками. Используется два типа моделей: скалярные и векторные. Скалярные модели основаны на введении метрики, например, метрики Минковского, когда в качестве меры расстояния используется величина

$$d(x_j, x_k) = \left\{ \sum_{l=1}^n |K_l(x_j) - K_l(x_k)|^p \right\}^{1/p}, \quad (5.2.10)$$

где $d(x_j, x_k)$ – расстояние между альтернативами x_j, x_k ; $K_l(x_j)$ – значение l -го критерия (l -я координата) для альтернативы x_j ; $K_l(x_k)$ – значение l -го критерия для альтернативы x_k ; p – константа Минковского. Для евклидова расстояния $p=2$; для расстояния Хемминга $p=1$; для отношения доминирования $p=\infty$, что соответствует выделению признака с максимальным различием

$$d(x_j, x_k) = \max_l |K_l(x_j) - K_l(x_k)|, \quad (5.2.11)$$

при $p=-\infty$ имеем оценку по минимальному различию

$$d(x_j, x_k) = \min_l |K_l(x_j) - K_l(x_k)|. \quad (5.2.12)$$

В векторных моделях мера расстояния определяется скалярным произведением векторов, соединяющих точки, соответствующие объектам, с началом координат

$$d(x_j, x_k) = \sum_{l=1}^n (K_l(x_j) \cdot K_l(x_k)). \quad (5.2.13)$$

Для получения вариантов решения используется аппарат линейной и нелинейной оптимизации.

В противоположность метрической процедуре неметрическое многомерное шкалирование использует лишь ранговую информацию и дает решение в шкале порядка, причем вид меры ищется в процессе решения. Предложено несколько методов решения этой задачи: анализ размерностей, Черчмена – Акоффа, ранговых корреляций, попарных сравнений и другие.

В методе анализа размерностей для двух сравниваемых вариантов подсчитывается величина

$$W = \prod_{i=1}^m (n_i^{(1)} / n_i^{(2)})^{p_i}, \quad (5.2.14)$$

где $n_i^{(1)}$, $n_i^{(2)}$ – оценки одноименных факторов для 1-го и 2-го вариантов; p_i – значение относительного веса для фактора i . Если $W > 1$, то предпочтителен первый вариант; если $W < 1$ – второй.

В методе Черчмена – Акоффа ранжирование оценок проводится путем проверки условия непротиворечивости, основанного на отношении строгого предпочтения. Если оценки, соответствующие разным вариантам ранжированы по предпочтительности $n_1 > n_2 > \dots > n_k$, то должны выполняться неравенства

$$n_1 > \sum_{l=2}^k n_l; \dots; n_i > \sum_{l=i+1}^k n_l; \dots; n_{k-2} > n_{k-1} + n_k. \quad (5.2.15)$$

5.3. Методы решения многокритериальных задач выбора

Многокритериальная задача выбора формулируется в следующем виде. Дано множество допустимых альтернатив, каждая из которых оценивается множеством критериев. Требуется определить наилучшую альтернативу. При ее решении основная трудность состоит в неоднозначности выбора наилучшего решения. Для ее устранения используется две группы методов. В методах первой группы стремятся сократить число критериев, для чего вводят дополнительные предположения, относящиеся к процедуре ранжирования критериев и сравнения альтернатив. В методах второй группы стремятся сократить число альтернатив в исходном множестве, исключив заведомо плохие альтернативы.

К методам первой группы относятся метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод расстояния. Следует отметить, что строгое обоснование этих методов отсутствует, и их применение определяется условиями задачи и предпочтением ЛПР.

Метод свертки состоит в замене исходных критериев (их называют также локальными или частными) K_j одним общим критерием K . Эта операция называется сверткой или агрегированием частных критериев. Метод целесообразно применять, если по условиям задачи частные критерии можно расположить по убыванию важности так, что важность каждой пары соседних критериев различается не сильно, либо, если альтернативы имеют существенно различающиеся оценки по разным критериям. Наиболее часто используются аддитивная, мультипликативная и максимная свертки.

Аддитивная свертка (от англ. addition – сложение) имеет вид

$$K(x) = \sum_{j=1}^n a_j K_j(x), \quad (5.3.1)$$

где $K(x)$ – общий критерий для альтернативы $x \in X$, показывающий ее пригодность для достижения цели; $\{K_j(x)\}_1^n$ – набор исходных критериев; n

– число исходных критериев; a_j – относительный вес (важность) частного критерия K_j . Для весов выполняется условие нормировки $\sum_{j=1}^n a_j = 1$, которое необходимо, чтобы результаты, полученные в разных условиях, были сопоставимы. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg \max_{x \in X} K(x), \quad (5.3.2)$$

т.е. наилучшим считается решение, которому соответствует максимум общего критерия на множестве альтернатив.

Мультипликативная свертка (от англ. multiplication – умножение) применяется в двух формах

$$K(x) = \prod_{j=1}^n K_j^{a_j}(x), \quad (5.3.3)$$

или

$$K(x) = \prod_{j=1}^n a_j K_j(x), \quad (5.3.4)$$

где Π – знак произведения. Первая из этих форм используется гораздо чаще, чем вторая. Наилучшее решение определяется выражением

$$x^* = \arg \max_{x \in X} K(x). \quad (5.3.5)$$

Максимальная свертка (выбор по наилучшему критерию) имеет вид

$$K(x) = \min_j a_j K_j(x). \quad (5.3.6)$$

Эта свертка учитывает критерий, имеющий наименьшее значение. Иногда при ее применении полагают, что веса критериев близки друг к другу, либо все критерии имеют одинаковую важность, т.е. $a_j = \text{const}(j) = 1/n$. В этом случае она называется сверткой без учета веса критериев и принимает вид

$$K(x) = \min_j K_j(x), \quad (5.3.7)$$

причем множитель $1/n$ не имеет значения, так как сравнение альтернатив выполняется в шкале порядка. Наилучшее решение определяется выражением (5.3.5). Подставив в (5.3.5) выражение (5.3.6), получим

$$x^* = \arg \max_{x \in X} \min_j a_j K_j, \quad (5.3.8)$$

поэтому эту свертку называют по основным операциям максиминной.

Использование того или иного типа свертки отражает представление ЛПР о стратегии (способе достижения целей). Наряду с рассмотренными имеются и другие типы свертки, приведенные в табл. 19.

Таблица 19

Схемы агрегирования критериев и определение наилучшего решения

Разновидность схемы агрегирования	Особенности схемы
$\max_{x \in X} \min_j K_j(x)$	Решение принимается по “наихудшему” критерию. Стратегия пессимизма (наименьшего риска)
$\max_{x \in X} \max_j K_j(x)$	Решение принимается по “наилучшему” критерию. Стратегия оптимизма (наибольшего риска)
$\max_{x \in X} \left[\sum_{j=1}^n a_j K_j(x) \right]$; a_j – важность (вес критерия)	Стратегия является промежуточной между 1 и 2. Предпочтение отдается критериям, наибольшим по модулю
$\max_{x \in X} \left[p \min_j K_j(x) + (1-p) \max_j K_j(x) \right]$; p – константа, регулирующая тип стратегии, $p \in [0,1]$	Стратегия, имеющая промежуточный характер между 1 и 2
$\max_{x \in X} \left[C \sum_{j=1}^n p_j K_j(x) + (1-C) \min_j K_j(x) \right]$; C – константа, регулирующая тип стратегии, $C \in [0,1]$	Стратегия, сочетающая особенности схем 1 и 3.
$\max_{x \in X} \min_j a_j K_j(x)$	Стратегия типа 1 с учетом важности (веса) “наихудшего” критерия, позволяющая получить более реалистичное решение, но требующая большей исходной информации
$\max_{x \in X} \max_j a_j K_j(x)$	Стратегия типа 2 с учетом важности (веса) “наилучшего” критерия, позволяющая получить более реалистичное решение, но требующая большей исходной информации
$\max_{x \in X} \prod_{j=1}^n K_j^{a_j}(x)$	Стратегия относительного пессимизма. Предпочтение отдается критериям, наименьшим по модулю

Примечание: нумерация стратегий соответствует порядку их расположения в таблице.

Метод пороговых критериев часто применяется в задачах обеспечения (удовлетворения), например, при планировании и проектировании, когда ограничения задаются в виде

$$K_j(x) \geq K_{j0}; j = 1, \dots, n, \quad (5.3.9)$$

где $K_{j_0}(x)$ – пороговые значения критериев. Их совокупность обычно характеризует некоторый аналог (базовый уровень). образуем свертку

$$K(x) = \min_j (K_j(x)/K_{j_0}), \quad (5.3.10)$$

тогда наилучшее решение определяется выражением вида (5.3.5).

Метод главного критерия. Если исходной информации достаточно, чтобы из множества исходных критериев $K_j(x)$ выделить главный (основной) $K_0(x)$, т.е. такой, который значительно превосходит по важности все другие критерии (на практике в три и более раз), то наилучшее решение определяется в виде

$$x^* = \arg \max_{x \in X} K_0(x), \quad (5.3.11)$$

при дополнительных условиях $K_j(x) \geq K_{j_{порог}}$ для всех остальных критериев, т.е. их значения должны быть не меньше некоторых пороговых значений.

Метод расстояния состоит во введении метрики (расстояния) в пространстве критериев. Пусть исходной информации достаточно, чтобы определить “идеальное” (эталонное) решение, соответствующее точке абсолютного максимума в пространстве критериев. Обозначим ее, как $x_0(K_{01}, \dots, K_{0n})$. Отметим, что идеальное решение на практике не достижимо и определяется лишь теоретически. Введем для каждой альтернативы $x \in X$ расстояние до точки абсолютного максимума $d(x)$. Наилучшее решение определяется как наиболее близкое к идеальному

$$x^* = \arg \min_{x \in X} d(x). \quad (5.3.12)$$

В качестве меры расстояния используются различные функции, например, Махалобиса, Минковского. При использовании функции Минковского

$$d(x) = \left\{ \sum_{j=1}^n |K_j(x) - K_{0j}|^p \right\}^{1/p} \quad (5.3.13)$$

или с учетом веса критериев

$$d(x) = \left\{ \sum_{j=1}^n |a_j K_j(x) - a_j K_{0j}|^p \right\}^{1/p}. \quad (5.3.14)$$

При $p=1$ получаем расстояние Хемминга, при $p=2$ – евклидово расстояние, при $p=\infty$ – расстояние по максимальному различию, при $p=-\infty$ – расстояние по минимальному различию. Выбор параметра p зависит от условий задачи и предпочтений ЛПР. Отметим, что если в качестве идеального решения использовать не абсолютный максимум, а абсолютный минимум, то в выражении (5.3.12) операция \min изменится на операцию \max . Обзор методов многокритериальной оптимизации можно найти в [14, 24, 52].

Построение множества Парето. Наряду с методами первой группы, использующими свертку в пространстве критериев, применяются методы второй группы, основанные на сужении множества альтернатив, в которых пытаются уменьшить число возможных вариантов решений, исключив заведомо плохие. Один из подходов, обладающий большой общностью, был предложен итальянским экономистом В.Парето в 1904 г. и называется методом, основанным на принципе Парето или, коротко, методом Парето. (Имеется и еще один метод Парето для оценки качества, но путаницы здесь не возникнет, так как мы его касаться не будем). Он применяется, когда число альтернатив велико, и альтернативы имеют противоречивые оценки по разным критериям. В этом случае применение методов первой группы может привести к ненадежным решениям, и необходим неформальный анализ множества альтернатив. Для уменьшения числа альтернатив исходного множества строят множество Парето, являющееся подмножеством исходного. Определим множество Парето в виде

$$x_{\pi} = \{x_{\pi} \in X : \forall x \in X, \forall i K_i(x_{\pi}) \geq K_i(x), \exists j K_j(x_{\pi}) > K_j(x)\}, \quad (5.3.15)$$

т.е. альтернатива принадлежит множеству Парето, если она не хуже других по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше. Альтернативы из множества Парето называются парето-решениями, эффективными, или недоминируемыми (непревосходимыми) альтернативами. При решении многокритериальных задач используется принцип Парето, заключающийся в том, что наилучшее решение следует выбирать среди альтернатив, принадлежащих множеству Парето. Этот принцип выполняется в большинстве практических ситуаций, когда альтернативы оцениваются по противоречивым критериям. Он позволяет сузить исходное множество альтернатив, причем окончательный выбор остается за ЛПР. Альтернативы, входящие в множество Парето, попарно не сравнимы друг с другом, т.е. по одним критериям лучше одна альтернатива, по другим другая и т.д., и их невозможно улучшить одновременно по всем критериям. Поэтому анализ множества Парето позволяет найти компромисс между противоречивыми требованиями, и дает ЛПР возможность судить о том, какова “цена” увеличения одного из критериев, и как это скажется на ухудшении остальных. Построение множества Парето является необходимым при решении многокритериальных задач выбора в системах (управление, проектирование промышленных и транспортных объектов и т.п.). Отметим еще одну важную особенность альтернатив из множества Парето: каждая из них представляет целый класс (группу) решений, превосходящих остальные по одному или нескольким критериям. Поясним это примером. Пусть имеется учебная группа (множество альтернатив), требуется выбрать наилучшего студента (альтернативу) по ряду критериев, например, сообразительность, успеваемость, манера поведения, внешний вид, умение выражать свои

мысли и т.п. Предположим, что студент x_1 – самый сообразительный, а по остальным критериям не выделяется. Студенты x_2, x_3, x_4, x_5 имеют высокие значения остальных критериев, так что они в среднем превосходят x_1 , причем x_2 лучше всех по успеваемости, а по остальным критериям не хуже других студентов. Тогда x_1 обязательно попадает в множество Парето, так как он уникальный (единственный) по первому критерию, а от группы студентов $x_2 \dots x_5$ в Парето попадает один представитель – x_2 , хотя остальные студенты превосходят x_1 по нескольким критериям (число критериев здесь не имеет значения).

После того как построено множество Парето, для определения наилучшего решения из оставшихся применяются в зависимости от условий задачи методы первой группы: метод свертки, метод главного критерия и т.п. либо графические методы, например, метод диаграмм (примеры рассмотрены в приложении). Схема поиска наилучшего решения представлена на рис. 23.



Рис. 23. Схема поиска наилучшего решения.

Решение многокритериальных задач выбора еще более усложняется, если изучаемая система взаимодействует с окружающей средой. В этом случае решение зависит от так называемых неконтролируемых параметров. Например, для измерительных систем это могут быть

влияющие величины (температура, влажность, давление и т.п.), для транспортных – погода, состояние дороги и т.п. Неконтролируемые изменения состояния окружающей среды являются дополнительным источником неоднозначности выбора наилучшего решения. Рассмотрим две полярные стратегии выбора наилучшего решения, позволяющие получить обоснованные решения.

Стратегия, основанная на принципе наилучшей реакции окружающей среды (метод гарантированного результата). Метод применяется, когда среда ведет себя непредсказуемо или враждебно (природная среда, противник). В этом случае определить наилучшее решение не представляется возможным, так как неизвестно поведение среды, но можно определить так называемое гарантированное решение, которое справедливо при любом состоянии среды. Обозначим α – неконтролируемый параметр, характеризующий состояние окружающей среды (он может быть векторным), $\alpha \in G_\alpha$, где G_α – некоторое множество, например, интервал значений. Тогда, частные критерии K_j и общий критерий K будут зависеть от параметра α , т.е. $K_j = K_j(x, \alpha)$, $K = K(x, \alpha)$. Принцип наилучшей реакции среды распространяет схему выбора по наилучшему критерию (максиминную свертку) на случай влияния окружающей среды. Альтернатива выбирается из условия

$$x^* = \arg \max_{x \in X} \min_{\alpha \in G_\alpha} K(x, \alpha), \quad (5.3.16)$$

где $K(x, \alpha)$ – общий критерий, получаемый сверткой по исходным (частным) критериям. Решение, даваемое (5.3.16), называется гарантированным результатом, так как при любом значении параметра α гарантируется получение критерия не меньше, чем $\min_{\alpha \in G_\alpha} K(x, \alpha)$.

Надежность такого решения равна 1, т.е. ЛПР не рискует, принимая его. Полученный результат может быть улучшен, если исходная информация позволяет сделать предположение о значении параметра α (состоянии среды), что связано с определенным риском, так как предположение может не оправдаться.

Подход, основанный на принципе равновесия (принципе Нэша). Часто действия окружающей среды являются целенаправленными, например, это имеет место для систем, включающих субъектов, причем каждая из систем стремится достичь своей цели. Случай несогласованности целей субъектов называется конфликтом. Такая ситуация характерна для теории игр. При анализе конфликтов со многими субъектами одна из важных проблем – это проблема коллективных решений, или компромисса. Для принятия решений в таких системах сохраняет свое значение принцип Парето. Эффективные альтернативы, принадлежащие множеству Парето, обладают тем свойством, что улучшить значение целевой функции (критерия)

какого-либо субъекта можно только за счет других субъектов. Наряду с принципом Парето широко используется принцип равновесия, называемый также принципом устойчивости, или принципом Нэша. Этот принцип позволяет сузить множество альтернатив, когда речь идет о коллективном решении, принимаемом всеми взаимодействующими субъектами по договоренности, при этом каждый поступает частью своих интересов. Определим равновесное решение как такое, которое принимается всеми субъектами одновременно, по договоренности. Пусть имеется N субъектов, каждый из которых может выбирать свое решение (стратегию) $x^{(l)} \in X^{(l)}$ так, чтобы максимизировать свой критерий $K^{(l)}$. Значение критерия при этом зависит от выбора других субъектов, т.е. $K^{(l)} = K^{(l)}(x^{(1)}, \dots, x^{(l)}, \dots, x^{(N)})$. Решение $x_0 = \{x_0^{(1)}, \dots, x_0^{(l)}, \dots, x_0^{(N)}\}$ называется равновесным, если для любого l выполняется условие

$$K^{(l)}(x_0) = \max_{x^{(l)}} K^{(l)}(x_0^{(1)}, \dots, x_0^{(l-1)}, x^{(l)}, x_0^{(l+1)}, \dots, x_0^{(N)}). \quad (5.3.17)$$

Равновесное решение можно назвать устойчивым, так как если субъект l отступит от своего равновесного решения, т.е. выберет стратегию $x^{(l)} \neq x_0^{(l)}$, то при условии, что остальные субъекты сохранят свой выбор, он проиграет. Принцип Нэша как раз и состоит в том, что наилучшие решения принадлежат множеству равновесных решений. Однако следует отметить, что равновесные решения в общем случае не являются эффективными и наоборот. Например, если решение принимается всеми субъектами независимо, то их выбор вряд ли будет устойчивым. Кроме того, и при одновременном решении часть субъектов может выбрать иное решение (например, эффективное), что даст им преимущество перед остальными. Таким образом, метод равновесия эффективен при сужении множества альтернатив в закрытых системах, когда равновесные решения одновременно принадлежат множеству Парето. Это бывает весьма редко, так как большинство систем являются открытыми, и для них эффективные альтернативы являются неустойчивыми, а устойчивые – неэффективными.

Рассмотренные выше методы основаны на критериальном описании задачи выбора, при котором каждая альтернатива представлена точкой в пространстве критериев. Помимо критериального описания оптимизационной задачи используется также *теоретико-множественное описание*, оперирующее понятиями функции выбора и бинарного отношения. Функцией выбора на множестве альтернатив X называется оператор C , т.е. функция с областью определения X и областью значений 2^X , устанавливающая соответствие между множеством X и множеством всех его подмножеств 2^X , удовлетворяющий соотношению $C(X) \subseteq X$. Отсюда следует, что функция выбора не расширяет множество альтернатив.

Рассмотрим примеры функций выбора, у которых $X \subset R^n$, где R^n – n -мерное критериальное пространство. Предполагается, что множеству альтернатив соответствует эквивалентное описание в критериальном (факторном) пространстве.

Функция выбора по Парето определяется в виде

$$C^\pi(X) = \{x \in X : \forall y \in X : x \neq y \exists i K_i(x) > K_i(y)\}, \quad (5.3.18)$$

т.е. альтернатива x выбирается, если любая другая альтернатива y из множества X имеет хотя бы по одному критерию значение меньше, чем x .

Функция локально-экстремального выбора записывается в виде

$$C^{лэ}(X) = \{x \in X : \exists i \forall y \in X : K_i(x) \geq K_i(y)\}, \quad (5.3.19)$$

т.е. альтернатива x выбирается, если она имеет максимальное значение хотя бы по одному критерию. Очевидно, что $C^{лэ}(X) \subseteq C^\pi(X)$.

Функция оптимального выбора имеет вид

$$C^o(X) = \left\{x \in X : x^* = \arg \max_{x \in X} u(x)\right\}, \quad (5.3.20)$$

где $u : x \rightarrow R^1$ интерпретируется как функция полезности. Если $X \in R^n$; $u(x)$ – выпуклая функция от x , обладающая свойством $u\left(\frac{x+y}{2}\right) < \frac{u(x)+u(y)}{2}$ при любых $x \neq y$, то $C^o(X) \subseteq C^\pi(X)$.

Обычно выбор осуществляется на основании информации о попарных сравнениях объектов (альтернатив), формализуемой введением понятия бинарного отношения. Пусть X – исходное множество. Подмножество $R \in X \times X$ называется бинарным отношением и записывается в виде $(x, y) \in R$ или xRy , где $x, y \in X$ (см. также гл. 3).

При решении задачи выбора используется аппроксимация отношения на исходном множестве альтернатив другим отношением, основанным на ряде предложений о характере предпочтений. При этом аппроксимирующее отношение может быть как менее сильным (когда исходное множество недостаточно представительно), так и более сильным (когда исходное множество слишком велико). В первом случае ряд ограничений снимается, во втором случае – вводятся дополнительные ограничения. Наиболее типичный случай сильной аппроксимации, когда отношение задается изотонной функцией, т.е. сохраняющей расстояние. В этом случае задача выбора сводится к задаче поиска экстремума функции.

Существенное значение при решении многокритериальной задачи имеет обеспечение необходимых свойств аппроксимирующего отношения, что связано с выбором меры различия в факторном пространстве. Обычно используются такие свойства бинарных отношений как *транзитивность*, *рефлексивность*, *симметричность*, что позволяет ввести меру расстояния. Бинарное отношение транзитивно, если из xRy и yRz следует, что xRz . Примерами транзитивных отношений являются отношения строгого порядка (больше, меньше, хуже и т.п.); примером нетранзитивных

отношений являются отношения сходства или несходства. Отношение R рефлексивно, если для всякого $x \in X: xRx$. Если же ни для одного x это не выполняется, то отношение называется антирефлексивным. Примерами рефлексивного отношения являются отношения нестрогого порядка (не больше, чем; не меньше, чем; не лучше, чем и т.п.), подобия, сходства, а примером антирефлексивного отношения – строгий порядок. Если для $\forall x, y \in X: xRy \Rightarrow yRx$, то бинарное отношение называется симметричным. Если условие не выполняется ни для какой пары $(x, y), x \neq y$, то отношение антисимметрично. Примерами симметричного отношения являются отношения подобия, сходства, а несимметричного – строгий порядок. Отношение Парето, определенное выше, транзитивное, антирефлексивное и антисимметричное. Полезным свойством отношения является *цикличность*, облегчающая построение транзитивного замыкания отношения, которое само не является транзитивным, и введение подходящей меры расстояния. Отношение R называется k -циклическим, если $R^k = R$.

Понятие отношения обобщается на нечеткий случай, при этом нечеткое отношение характеризуется функцией принадлежности $\mu_R(x, y)$. В табл. 20 приведены свойства нечетких бинарных отношений (см. гл. 6).

Таблица 20

Свойства нечетких бинарных отношений

Отношение	Свойство					
	Рефлексивность	Антирефлексивность	(max-min)-транзитивность	Симметричность	Антисимметричность	(min-max)-транзитивность
Полупредпорядок			×			
Предпорядок	×		×			
Подобие	×		×	×		
Различие		×		×		×
Сходство	×			×		
Несходство		×		×		
Порядковое	×				×	
Нестрогий порядок	×		×		×	
Строгий порядок		×	×		×	

Примечание: для четких отношений используется обычная транзитивность.

Человеко-машинные методы принятия решений. Эти методы, называемые также интерактивными ЧМ-процедурами, не требуют изначально фиксированного определения схемы выбора наилучшего решения и применяются, когда важно сохранить всю имеющуюся информацию, например, если неизвестно явное выражение для функции полезности, имеется большое число критериев, схема агрегирования которых не ясна, и т.п. В ЧМ-процедурах ЛПР может непосредственно влиять на поиск решения в режиме диалога с ЭВМ. Они используют метод направленного перебора и различаются способом последовательной свертки информации в процессе получения удовлетворительного (субоптимального) решения. Различают процедуры, основанные на сужении множества допустимых решений, сужении множества весовых векторов, сужении множества критериев и методы одномерного поиска. Большинство ЧМ-процедур разработано для решения задач линейного программирования.

Задача оптимизации функции полезности формулируется в следующем виде. Найти вектор $x = (x_1, \dots, x_n)^T$, принадлежащий области

$$D = \{Ax = b; x_i \geq 0, i = 1, \dots, n\}, \quad (5.3.21)$$

где A – $(p \times n)$ -матрица; b – p -вектор, оптимизирующий совокупность целевых функций $C_k(x) = \sum_{i=1}^n C_{ik}x_i$; $k = 1, \dots, N$, при наиболее предпочтительном соотношении между их значениями в точке решения. Это требование означает, что в множестве X парето-решений следует отыскать альтернативу x^* , соответствующую экстремуму априори неизвестной функции полезности $U(Z)$

$$x^* = \arg \max_{x \in X} U(Z(x)), \quad (5.3.22)$$

где $Z(x) = \{C_1(x), \dots, C_N(x)\}$. Обычно удовлетворяются ε -окрестностью $U(x) \geq \max U(x) - \varepsilon$.

Задача обеспечения формулируется в виде системы неравенств. Требуется найти удовлетворительное решение

$$C_k(x) \geq l_k, \quad (5.3.23)$$

причем значения порогов l_k в общем случае заранее неизвестны и зависят от достигнутых по другим критериям значений $C_j(x)$, поэтому условия могут корректироваться по мере анализа новых альтернатив.

Задача целевого программирования. В этом случае требуется найти вектор x^* , удовлетворяющий (5.3.21) и обеспечивающий для целевых функций (5.3.23) наилучшее возможное приближение к множеству

одновременно недостижимых значений (целей) $\alpha_1, \dots, \alpha_N$. Решение определяется в виде

$$x^* = \arg \min_{x \in D} d(Z(x), \alpha), \quad (5.3.24)$$

где $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$; d – мера расстояния. Обычно d выбирается в виде

$$d = \sum_{k=1}^N \lambda_k |\Delta_k(x)|^p, \quad (5.3.25)$$

где $\Delta_k = (C_k(x) - \alpha_k)$ – отклонения от целей, $\lambda_k \geq 0$ – коэффициенты, характеризующие важность (значимость) соответствующих отклонений.

Существует значительное число модификаций ЧМ-процедур. Основными условиями при выборе той или иной процедуры являются имеющаяся у ЛПР информация о задаче и требования к точности решения. Подробный обзор этих методов можно найти в [18].

5.4. Методы поиска решения

Если решение задачи неизвестно или неоднозначно, например, отсутствуют аналоги или его трудно определить в явном виде, то применяются методы поиска (вывода) решения. Большинство этих методов основано на стратегиях полного перебора, имплицитного (неявного, неполного) перебора или сокращенного (направленного) перебора на основе эвристик (эвристический поиск). Стратегия *полного перебора* используется при отсутствии достаточной априорной информации о задаче и сравнительно небольшой мощности множества альтернатив (до 10^3 элементов при ручном счете и до 10^9 – на ЭВМ). *Имплицитный перебор* включает большую группу градиентных методов, например, симплекс-метод, метод минимальной стоимости (“жадный” алгоритм), динамическое программирование, $(\alpha - \beta)$ -метод, метод ветвей и границ и т.п. Все они основаны на рассмотрении на каждом шаге поиска не всего пространства задачи, а некоторого его фрагмента, определяемого симметрией задачи. *Эвристические методы* основаны на моделировании эвристик – качественно-ситуационных способов решения задач. Эвристики – это пошаговые процедуры, которые за конечное число шагов обеспечивают удовлетворительное решение задачи путем сокращения возможных вариантов при поиске решения и использования направленного перебора. Эвристические методы применяются для решения слабо структурированных, плохо формализуемых задач, которые не могут быть описаны числовой моделью и характеризуются неточностью, неполнотой, неоднозначностью, неясностью информации. Их применение также целесообразно при жестких ресурсных ограничениях (действия в

экстремальных или неизвестных ситуациях). Эвристический поиск включает системный анализ задачи; выявление ограничений, влияющих на результат (как внешних, так и внутренних); анализ возможности получения результата простыми средствами; определение особенностей, ограничений и “узких мест”, требующих использования дополнительных средств, и путей их уменьшения; моделирование задачи и возможных ситуаций для получения наилучшего решения. Эвристический поиск базируется на использовании ряда общих подходов, применяемых человеком в процессе решения задач при генерировании вариантов решений, их сравнении и выборе оптимального решения. *Метод аналогии* (прецедента) является наиболее общим и может предусматривать аналогию в целях и критериях, структуре и функциях, условиях функционирования, в результатах и их оценке, способах описания и моделях. *Метод упрощения* применяется, когда прямая аналогия затруднена из-за сложности проблемы, и заключается в снятии ряда условий и ограничений, повышении “симметрии” задачи. *Метод агрегирования* (ассоциации, погружения) дополняет предыдущий и предусматривает применение концептуального аппарата более высокого уровня, что позволяет рассматривать решаемую задачу как часть более общей (такой подход характерен для решения так называемых некорректных задач).

Основные методы поиска решения можно разделить на три группы. Первую группу составляют *стратегии поиска по состояниям*. Исходная информация представляется в виде пространства ситуаций, описываемого как состояние системы и окружающей среды. Алгоритм поиска состоит в поиске пути $\{l\}$, ведущего из начального состояния в одно из конечных (целевых состояний) $S_0 \xrightarrow{\{l\}} \{S_k\}$. К этой группе относятся методы поиска “в ширину”, поиска “в глубину”, $(\alpha - \beta)$ -метод, метод ветвей и границ, метод кратчайшего пути, методы прямого и обратного поиска, а также градиентные методы, например, метод минимальной стоимости, метод динамического программирования, метод векторной оптимизации, интерактивные ЧМ-методы.

Вторую группу составляют *стратегии поиска по задачам*. Исходная информация представляется как задача σ и множество элементов решения (подзадач) σ_{ij} , где j – число уровней решения; i – число элементов на j -м уровне. Алгоритм поиска состоит в сведении исходной задачи к более простым задачам, пока не будут получены элементарные задачи $\sigma \rightarrow \bigcup_i \bigcap_j \sigma_{ij}$. К этой группе относятся метод ключевых операторов, метод общего решателя задач и другие.

Третью группу составляют методы, использующие логический вывод. Исходная информация представляется в виде описания состояний в рамках

некоторой формальной системы, включающей алфавит, аксиомы и правила вывода. Путем логического вывода проверяется можно ли получить конечное состояние σ_k из начального состояния σ_0 . К этой группе относятся дедуктивный метод, метод продукций и ряд других.

Разработаны различные модификации методов поиска с целью повышения их эффективности, а также комплексные целевые стратегии поиска общего характера, моделирующие процесс рассуждения человека. Рассмотренные схемы допускают обобщение на нечеткий случай путем объединения стратегий поиска по состояниям и по задачам, что повышает гибкость стратегии поиска в различной информационной среде. Обзор этих методов можно найти, например, в [19, 39].

В заключение рассмотрим применение некоторых из перечисленных методов поиска решения. Методы перебора не требуют особого комментария. Из множества допустимых альтернатив выбирается произвольная альтернатива. Если она удовлетворяет критериям, то решение получено, если же нет, то берется следующая альтернатива и т.д. Решением считается альтернатива, которая удовлетворяет критериям задачи. Если же таких альтернатив несколько, то выбирается та из них, которая имеет наилучшие значения критериев.

Среди градиентных методов широкое распространение получил, так называемый, «жадный» алгоритм, в котором решения выбираются в соответствии со значением оценочной функции (функции стоимости). Он приводит к решению в тех случаях, когда задачу можно свести к определению пересечения двух семейств подмножеств, принадлежащих к независимым друг от друга частям одного и того же множества.

Рассмотрим пример. Имеется схема автотранспортных перевозок между пунктами, представленная в виде графа, где пункты пронумерованы цифрами от 1 до 10 (рис.24). Требуется найти дерево, имеющее минимальную сумму расстояний. В качестве оценочной функции использована стоимость перевозки, пропорциональная расстоянию (на графе указаны расстояния в километрах).

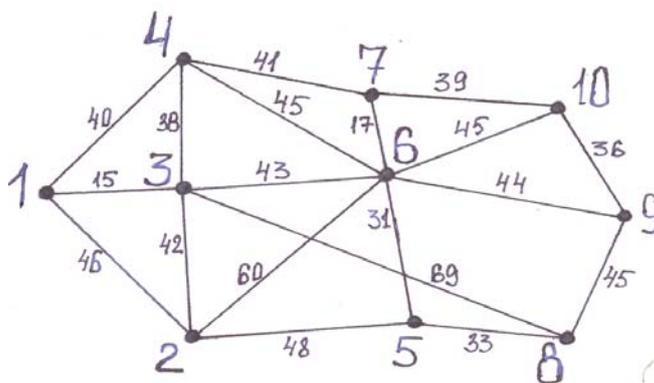


Рис.24. Граф системы автотранспортных перевозок

Для решения задачи расположим ребра-пути в порядке возрастания стоимости. Имеем 1-3, 6-7, 5-6, 5-8, 9-10, 3-4, 7-10, 1-4, 4-7, 2-3, 3-6, 6-9, 8-9, 1-2, 2-5, 2-6, 3-8. Алгоритм работает следующим образом. Начиная с наименьшего пути, включаем последовательно ребра, имеющие меньшую стоимость из оставшихся и не образующие цикла с уже включенными ребрами. Получаем решение 1-3, 6-7, 5-6, 5-8, 9-10, 3-4 и 7-10. Следующее по стоимости ребро 1-4 исключается, так как оно образует цикл с уже включенными ребрами 1-3 и 3-4. Далее добавляются ребра 4-7 и 2-3. Видно, что все вершины достигнуты, и дерево минимальной стоимости построено. Этот же метод применим и при другой интерпретации величин и отношений между ними, например, аналогично можно рассмотреть схему телефонных соединений, каналов связи и т.п.

Из эвристических методов рассмотрим генетический алгоритм, который моделируют законы развития живых систем: отбор наиболее приспособленного, наследование полезных признаков и изменчивость. Этот алгоритм был предложен Дж. Холландом в его теории адаптации и состоит из следующих шагов:

- случайным образом создать начальную популяцию из N объектов (структур, вариантов решения и т.п.);

- вычислить для каждого объекта показатель его работы. Если их среднее значение достаточно высокое, то прервать вычисления и считать эти объекты итоговым результатом;

- для каждого объекта подсчитать вероятность его выбора

$$\text{вероятность} = \frac{\text{показатель работы}}{\text{сумму показателей}};$$

- применяя генетические операторы, создать следующую популяцию объектов в соответствии с вычисленной вероятностью выбора;

- повторить процедуру, начиная со второго шага.

В качестве генетических операторов используются кроссинговер (перекрест, переход), изменение (мутация) и перестановка (инверсия). Оператор кроссинговера (перекреста) является основным для создания новых структур. Он берет две структуры, случайным образом выбирает точку разрыва (место разделения компонент) на этих структурах и меняет местами последовательности компонент, находящиеся справа от точки разрыва. Например, если две структуры a_1, a_2, a_3, a_4 и a'_1, a'_2, a'_3, a'_4 перекрещиваются между второй и третьей позициями, то новыми структурами будут a_1, a_2, a'_3, a'_4 и a'_1, a'_2, a_3, a_4 . Оператор кроссинговера работает с имеющимися в текущий момент структурными популяциями. Для учета и внесения новой информации в имеющуюся популяцию используется оператор мутации, который произвольным образом изменяет

одну или несколько компонент выбранной структуры. Вероятность его применения очень мала, и его наличие обеспечивает достижимость всех точек в пространстве поиска. Оператор инверсии изменяет характер связи между компонентами структуры. Он берет одну структуру, случайным образом выбирает на ней две точки разрыва и располагает в обратном порядке элементы, находящиеся между этими точками. Например, инверсия структуры a_1, a_2, a_3, a_4 с точками разрыва между первым и вторым и между третьим и четвертым элементами дает новую структуру a_1, a_3, a_2, a_4 . Оператор мутации не влияет на выбор структур и применяется, когда не удается построить хорошую популяцию. Оператор кроссинговера эффективно влияет на структуры, содержащие большое число элементов, оператор мутации наоборот более эффективен для малых структур.

Перед рассмотрением конкретного примера сделаем несколько предварительных замечаний. Прежде всего, не стоит без необходимости злоупотреблять биологической терминологией, относящейся к происхождению видов. Такие закономерности и понятия, как естественный отбор, популяция, скрещивание, мутация, селекция, доместикация, дивергенция признаков и т.п., характеризуют эволюцию живой природы и проявляются для систем, созданных человеком, в течение многих поколений, наглядно демонстрируя процесс накопления человеческого опыта. Следует учитывать несколько аспектов при перенесении этих понятий на искусственные (технические) системы применительно к решению задач проектирования и управления. Прямые аналогии здесь не проходят. Искусственные системы являются лишь слабыми подобиями систем, созданных природой. Основные различия между ними состоят в размерности, уровне сложности, а также временном масштабе процессов эволюции. Процессы в живой природе насчитывают миллионы лет, и механизмы, проявившиеся при эволюции, приспособлены для крайне медленных изменений, происходящих естественным путем при поддержании разумной гармонии, синхронно с окружающей средой. Скрещивание, мутация, дивергенция, вымирание служат для сохранения рода, поддержания видового многообразия и развития жизни на Земле. Задачи на искусственных системах, напротив, требуют быстрого решения, и ресурс, которым мы располагаем, ограничен. Цели, выдвигаемые человеком, часто неразумны, так как не сбалансированы с окружающей средой. Поэтому копирование механизмов, предназначенных для других целей, безотносительно к условиям их применения, является не более как искусственным приемом, не дающим новых возможностей. Сказанное выше, однако, не означает, что закономерности живой природы не должны изучаться и использоваться. Исследование последствий действия этих закономерностей на гигантском временном (и пространственном) протяжении позволяет прогнозировать пути развития, как популяции

людей, так и создаваемых ими систем, указывая точки ветвления и пределы, которые могут быть достигнуты.

Рассмотрим в качестве примера, иллюстрирующего действие генетического алгоритма, задачу синтеза. Пусть требуется разработать новую перспективную модель, например, автомобиль повышенной проходимости. Модель конструируется из, примерно, $N = 1000$ элементов, т.е. множество разнотипных элементов конструктора состоит из 1000 единиц. Каждый вариант оценивается по n критериям, например, $n \cong 100$. Общая база знаний о предметной области насчитывает около 10000 вариантов, которые могут отличаться числом и составом элементов. Будем считать, что критерии предварительно ранжированы по важности, причем самыми важными являются функциональные критерии (группа 1), затем идут технико-экономические критерии (группа 2), эргономические (группа 3) и специальные (группа 4). Внутри групп предварительное ранжирование не проводится. Эти же группы критериев применяются и для оценки отдельных элементов конструктора. Таким образом, каждый вариант (и элемент) представлен упорядоченным набором критериев (показателей) $\langle K_1, K_2, \dots, K_n \rangle$, где $n \cong 100$. В этом наборе могут быть пропуски (нулевые позиции), т.е. не обязательно все критерии используются для оценки всех вариантов (элементов). Примем, что вес каждого варианта (элемента) определяется отношением числа критериев с максимальным значением к общему числу критериев. Элементы конструктора могут варьироваться (добавляться и удаляться). Нужно определить наилучшее решение. Конечно, такая задача может быть решена методом перебора, однако это потребует больших затрат времени. Кроме того, если учесть, что множество элементов конструктора может пополняться, то трудоемкость задачи еще более возрастает. Выбор решения зависит также от соответствия (адекватности) условий задачи применяемому методу выбора. Влияет на результат соотношение весов критериев и пополнение множества альтернатив (элементов).

Применим для поиска решения генетический алгоритм. Необходимо определить конкретный механизм отбора наилучшего, а также способы накопления полезных признаков применительно к решаемой задаче. Правила игры здесь задает ЛПР, устанавливая приоритеты, определяющие необходимость применения генетических операций кроссинговера, изменения и перестановки. Сделаем пояснения относительно этих операций.

Операция кроссинговера, в основном, будет применяться при отборе вариантов. Наряду с традиционным перекрещиванием дополним ее операциями пересечения и объединения множеств-популяций, как предельными случаями операции кроссинговера.

Операция пересечения применяется к двум вариантам неодинаковой размерности, когда у одного из них отсутствует часть элементов (неполная

размерность), причем заполненные позиции совпадают. Операция объединения применяется, когда оба варианта имеют неполную размерность (часть позиций – нулевые позиции), причем заполненные позиции дополняют друг друга.

Операция изменения, в основном, будет применяться для отбора методов получения решения. Ее использование связано с непригодностью рассматриваемого метода и необходимостью его модификации. Операция перестановки (инверсии) будет применяться при изменении предпочтений ЛПР в оценке вариантов (элементов), например, если критерий (элемент), стоящий на первой позиции, перестал играть доминирующую роль, и его нужно заменить.

В данной задаче, говоря языком биологии, популяция состоит из 10000 вариантов решений, каждый из которых оценивается по n критериям, например, $n = 100$. В действительности на элементном уровне приходится решать несколько задач разной размерности: на уровне подсистем $N \cong 10$, на уровне составляющих подсистем – модулей $N \cong 100$ и на уровне элементов $N \cong 1000$, но в нашем случае это не имеет значения.

Для отбора вариантов используем метод Парето. Определяются варианты, имеющие максимальные оценки хотя бы по одному критерию. Затем они сравниваются между собой. Варианты, которые не сравнимы друг с другом, остаются, остальные отбрасываются. Образуется новая популяция с оставшимися вариантами (множество 1). Это множество пополняется за счет операций кроссинговера и изменения, применяемых к элементам структуры вариантов. Пополненное множество принимается за исходное, и из его вариантов выделяется множество Парето (множество 2). После этого сравниваются варианты множеств 1 и 2. Если возможно сокращение, то оно выполняется, и оставшиеся варианты образуют новое множество 3. Оно опять пополняется, и процедура повторяется до тех пор, пока не перестанет улучшаться (расширяться) множество Парето. Для выбора наилучшего решения необходимо к полученному множеству Парето применить методы первой группы, например, метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод расстояния и т.п.

Для отбора методов к популяции, элементами которой являются разновидности методов, применяется генетический алгоритм. Метод считается применимым, если его информационные запросы I_M соответствуют условиям задачи I_0 , т.е. $I_M \subseteq I_0$. Выделяются элементы метода и элементы условий задачи. У каждого метода имеются особые запросы (условия применимости), которые должны содержаться в условиях задачи. Операция кроссинговера при отборе методов мало пригодна, хотя и может использоваться для получения комбинаций методов. Так как «популяция» методов малочисленна (несколько десятков методов), то основной для их трансформации и выбора является операция изменения (мутации), которая применяется, если не выполнены

информационные запросы метода. Тогда этот метод отбрасывается (трансформируется) и заменяется другим, пока условия применимости какого-то метода не совпадут с условиями задачи. При этом метод представляется в виде совокупности элементов, составляющих информационный запрос метода (условия применимости). Если имеется много методов, для которых выполнены условия применимости, то исследуется структура методов, и они трансформируются с помощью операций изменения и кроссинговера. Определяется пересечение методов по элементам информационного запроса. Те условия, которые являются общими для методов, образуют типовые элементы (ядро) запроса. Ядро запроса проверяется на соответствие условиям задачи. Если соответствие отсутствует, то применяется операция изменения, и происходит их замена другими. Методы ранжируются по их соответствию условиям задачи, точнее, по числу особых условий их применения (по типовым элементам запроса). Например, для метода аддитивной свертки важность критериев должна плавно убывать, для применения метода главного критерия, один из критериев должен быть значительно важнее остальных, для метода пороговых критериев должны быть заданы пороговые значения критериев, для метода расстояния должно быть известно «идеальное» решение и т.п. Предварительное ранжирование методов осуществляет ЛПР по ряду критериев, которые учитывают предпочтения ЛПР, степень соответствия условиям задачи (информационный запрос), точность, сложность, надежность, время и т.п. (общее число критериев $n \cong 10$). Вес метода определяется отношением числа критериев с максимальным (наилучшим) значением к общему числу критериев, при прочих равных условиях, т.е. при соответствии информационного запроса метода условиям задачи (этот критерий является основным). Остальная процедура выбора предпочтительного метода осуществляется аналогично отбору вариантов, изложенному выше. Для повышения достоверности расчетов часто целесообразно применять несколько методов с близкими оценками, поэтому наряду с кроссинговером, изменением и перестановкой следует использовать операцию объединения, которая позволяет получать комбинированные методы выбора вариантов. Об использовании операции пересечения было сказано выше.

Проведенное рассмотрение позволяет определить принципиальные условия применения генетического алгоритма к решению задачи синтеза, конкретные расчеты, хотя и трудоемки, не представляют особых затруднений.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [1, 2, 3, 8, 9, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 34, 36, 37, 38, 39, 42, 44, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53].

6. Математические методы анализа систем

Напрасно обучение без мысли,
опасна мысль без обучения.

Конфуций

6.1. Математическое описание систем и их свойств

Существенными свойствами систем являются наличие связей между элементами и процесс преобразования, происходящий в системе. Система считается полностью определенной, если известны элементы, связи между ними и наблюдаемые величины, используемые для описания системы. Определение системы должно учитывать ее существенные свойства. В качестве элементов могут выбираться объекты, их свойства, величины и значения величин. Следует различать элементы исходного множества, на котором строится система, и элементы системы, которые сами могут быть множествами. При формальном описании системы в качестве ее элементов обычно используются свойства и величины. Необходимо иметь в виду, что любая формализация основана на упрощениях и учитывает лишь некоторые аспекты понятия. В символьном виде система определяется, как множество элементов с отношениями

$$S = \{X, Y, Z, \dots, R, P, Q, \dots\}, \quad (6.1.1)$$

где $X, Y, Z \dots$ – множества элементов, а $R, P, Q \dots$ – отношения, определяющие связи элементов одного или нескольких множеств, причем элементами здесь являются объекты. Вводя обозначения элементов, имеем

$$S = \{x \in X, y \in Y, z \in Z, \dots, x_i R_1 x_j, \dots, x_k R_l y_l, \dots, z_m Q_n z_n, i, j, k, l, m, n \in I\}, \quad (6.1.2)$$

где индексы i, j, k, l, m, n независимо пробегают некоторое множество I .

Приведем два определения, оперирующие величинами. В первом из них система рассматривается, как подмножество, задаваемое в пространстве величин, при этом отношение не определяется в явном виде. Второе определение рассматривает систему, как преобразователь входных величин в выходные, т.е. с точки зрения процессов, происходящих в системе. Это определение характерно для класса автоматов.

Определение 1. Системой называется отношение на непустых множествах

$$S \subset \times \{V_i : i \in I\}, \quad (6.1.3)$$

где \times – символ декартова произведения; I – множество индексов; V_i – элементы системы. Если I конечно, то (6.1.3) принимает вид

$$S \subset V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n. \quad (6.1.4)$$

Пусть множества $I_X \subset I$, $I_Y \subset I$ образуют разбиение множества элементов V , при этом выполняются соотношения $I_X \cap I_Y = \emptyset$ и $I_X \cup I_Y = I$. Множество $X \subset \times\{V_i : i \in I_X\}$ называется входным элементом (входом), а $Y \subset \times\{V_i : i \in I_Y\}$ – выходным элементом (выходом) системы. Тогда система $S \subset X \times Y$ называется системой “вход – выход”. Если S является функцией, то соответствующая система называется функциональной. Связь между входом и выходом системы может задаваться в виде обычной функции, оператора или матрицы.

Определение 2 (для системы с конечным числом состояний). Система определяется в виде кортежа (упорядоченного набора элементов)

$$S = \langle X, Y, \varphi, f, g \rangle, \quad (6.1.5)$$

где X – множество допустимых входов; Y – множество допустимых выходов; φ – множество допустимых состояний, $f : \varphi \times X \rightarrow \varphi$ – функция перехода из одного состояния в другое, $g : \varphi \times X \rightarrow Y$ – функция выхода.

Таким образом, система формально определяется в терминах ее наблюдаемых величин и взаимосвязей между ними, при этом их конкретная интерпретация может быть различной. Это отражает суть системного подхода, направленного на выяснение организации и взаимосвязей элементов систем вне зависимости от их природы.

Приведенные определения допускают обобщение на нечеткий случай. Нечеткая система \tilde{S} определяется выражениями вида (6.1.1) – (6.1.5), в которых X, Y, Z, V – нечеткие множества, R, P, Q – нечеткие отношения, f, g – нечеткие функции. Нечеткое множество определяется в виде $\tilde{X} = X \times [0, 1]$, аналогично задаются нечеткое отношение $\tilde{R} = R \times [0, 1]$ и нечеткая функция $\tilde{f} = f \times [0, 1]$.

Аксиоматический подход к понятию сложности. Понятие сложности является многоаспектным. В главе 2 рассматривалась вычислительная сложность. В общем случае сложность системы не может быть измерена в абсолютной мере, а только в шкале порядка, т.е. с точностью до монотонного преобразования. Однако для класса систем, относящихся к автоматам, можно определить понятие сложности с помощью аксиом таким образом, что оказывается возможным ее измерение в шкале отношений. Для структурной сложности имеют место следующие аксиомы:

1. Иерархия.

Если $S_i \subset S$, то $C(S_i) \leq C(S)$, т.е. сложность подсистемы не может быть больше, чем сложность всей системы.

2. Параллельное соединение.

Если $S = S_1 \oplus \dots \oplus S_k$, то $C(S) = \max_{1 \leq i \leq k} C(S_i)$, т.е. при параллельном соединении подсистем, сложность суммарной системы определяется наиболее сложной ее частью.

3. Последовательное соединение.

Если $S = S_1 \otimes \dots \otimes S_k$, то $C(S) \leq C(S_1) + \dots + C(S_k)$, т.е. сложность системы не больше суммарной сложности подсистем.

4. Соединение с обратной связью.

$$C(S_i \bar{\otimes} S_j) \leq C(S_i) + C(S_j) + C(S_{j,i}),$$

где $C(S_{j,i})$ – сложность обратной связи из S_j в S_i .

5. Нормализация.

$C(S) = 0$ для всех $S \in \Sigma$, т.е. в множестве систем S существует подмножество “элементарных” систем Σ , сложность которых равна нулю.

Здесь предполагается, что измерение сложности проводится в шкале отношений с одной степенью свободы и фиксированным нулем, т.е. результат измерения выражается числом. В качестве меры сложности в этом случае можно выбрать, например, число элементов в системе или число отношений между элементами.

Приведенных аксиом оказывается достаточно для определения мер структурной сложности систем, задаваемых различными способами. Для систем с конечным числом состояний эти аксиомы однозначно определяют меру сложности, причем их количество является минимальным. Эти аксиомы также удобны при алгебраическом подходе к анализу и оценке сложности.

Рассмотрим применение аксиом для оценки сложности систем с различной структурой. Для последовательно-параллельной структуры, состоящей из n последовательных уровней, на каждом из которых имеется соответственно k_1, k_2, \dots, k_n параллельных элементов, сложность определяется выражением

$$C(S) \leq \max_{1 \leq i_1 \leq k_1} C(S_{i_1}) + \dots + \max_{1 \leq i_n \leq k_n} C(S_{i_n}), \quad (6.1.6)$$

где $C(S_{i_1})$ – сложность элемента i_1 первого уровня и т.д.

Для сетевых структур сложность оценивается с помощью второй и четвертой аксиом. Например, сложность сетевой структуры, состоящей из n элементов, в которой каждый элемент связан со всеми другими (многоугольник с диагоналями), определяется выражением

$$C(S) \leq \sum_{i=1}^n C(S_i) + \sum_{i=n}^3 \sum_{j=1}^{n-2} C(S_{i,j}), \quad (6.1.7)$$

где $C(S_i)$ – сложность элемента i , $C(S_{i,j})$ – сложность связи элементов i и j .

Сложность поведения, вообще говоря, не определяется приведенными выше аксиомами. Аксиома иерархичности может нарушаться, если при

переходе от системы к подсистеме или наоборот меняется тип поведения. Аксиома нормализации не может быть установлена, так как измерение сложности поведения осуществляется в шкале порядка. Имеет место аксиома типовой сложности

$$C^{(1)}(S) \leq C^{(2)}(S) \leq C^{(3)}(S), \quad (6.1.8)$$

где индекс (1) относится к детерминированному поведению, индекс (2) – к случайному, индекс (3) – к нечеткому.

Можно подойти к определению сложности поведения формально, т.е. считать, что чем сложнее структура системы, тем сложнее ее поведение. Тогда в пределах типа могут быть сохранены аксиомы, сформулированные для сложности структуры, однако они не являются вполне адекватными. Если тип поведения меняется при переходе от системы к подсистемам или наоборот, то происходит скачкообразное изменение сложности.

Аксиоматический подход может быть реализован для класса автоматов в пределах детерминированного типа поведения. В качестве систем с «элементарным» поведением в этом случае можно выбрать одношаговую детерминированную машину Тьюринга, а в качестве меры сложности поведения системы – функцию преобразования. Распространение аксиом на другие типы поведения (случайное и нечеткое) довольно проблематично. Роль элементарных систем здесь могут играть, с некоторыми оговорками, недетерминированные машины Тьюринга. В общем случае поведение сложных систем не поддается полной аксиоматизации, хотя разумные предположения почти всегда могут быть сделаны.

6.2. Методы изучения структуры систем

Методы ранжирования были рассмотрены в главе 3, в этом параграфе обсуждаются более сложные методы.

Топологический анализ. Для изучения структуры взаимосвязей элементов системы используется так называемый топологический анализ, или анализ связности, оперирующий понятиями комплекса, симплекса, q -связности и эксцентрисета. Этот анализ определяет структуру связей (связность) подсистем в системе.

Симплициальный комплекс – обобщение понятия планарного графа, отражающее многомерную природу рассматриваемого бинарного отношения между элементами системы. Рассмотрим систему, представленную в виде множества пар элементов, связанных некоторым отношением R . Тип отношения может быть различным: соответствие, подобие, сходство, различие и т.п., что не играет роли. Имеем

$$S = \{(x, y) : x \in X, y \in Y, xRy\}. \quad (6.2.1)$$

Отношение R порождает множество многомерных связей между элементами. Анализировать можно как связи элементов множества X , так и

связи элементов множества Y . Любой элемент множества X (или Y) со связями называется симплексом. Объединение симплексов образует комплекс. Обозначение симплекса $\sigma_X(Y, R)$ или $\sigma_Y(X, R)$. Обозначение комплекса $K_X(Y, R)$ или $K_Y(X, R)$. Задача изучения структуры связности комплекса K сводится к построению, так называемых, классов q -эквивалентности. Для каждого значения размерности $q = 0, 1, \dots, \dim K$ (где $\dim K$ – максимальная размерность комплекса) можно определить число различных классов эквивалентности θ_q . Эта операция называется q -анализом комплекса K , а вектор $\theta = (\theta_{\dim K}, \dots, \theta_1, \theta_0)$ – первым структурным вектором комплекса.

Симплекс $\sigma_Y(X, R)$ называется q -мерным (q -связным), если он содержит не менее $q+1$ элементов, удовлетворяющих отношению R (число единиц в соответствующей симплексу строке матрицы инцидентий). Если два симплекса q -связны, то, очевидно, что они также $q-1, q-2, \dots, 0$ -связны в комплексе K .

Рассмотрим сущность топологического анализа на двух примерах. Первый пример касается системы, описывающей сферу обслуживания. Пусть множество $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ представляет интересующие нас товары и услуги, а множество $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ – предприятия сферы обслуживания. Зададим отношение $R \subset X \times Y$, связывающее эти два множества, в виде «товар x_j можно получить на предприятии y_i ». Определим систему $S = \{(y_1, x_1), (y_1, x_2), (y_2, x_4), (y_4, x_3)\}$, в которой для каждой пары элементов выполняется отношение R . Конкретная интерпретация товаров и предприятий в данном случае не имеет значения, например, x_1 – сыр, y_1 – гастроном и т.д. Матрица инцидентий отношения R дана в табл. 21.

Таблица 21

Матрица инцидентий

R	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	1	1	0	0
y_2	0	0	0	1
y_3	0	0	0	0
y_4	0	0	1	0

Геометрически комплекс изображается в виде множества вершин X и множества симплексов Y , представляющих собой вершины со связями. Из табл. 21 следует, что комплекс $K_Y(X, R)$ состоит из 1-симплекса y_1 и двух 0-симплексов y_2 и y_4 , пустой симплекс y_3 не принадлежит комплексу $K_Y(X, R)$, поэтому данная система имеет низкий уровень связности. При рассмотрении комплекса K_Y можно видеть, что $\theta_1=1$ (симплекс y_1); $\theta_0=3$

(несвязные, или дизъюнктные симплексы y_1, y_2, y_4). Следовательно, первый структурный вектор комплекса $\theta = (1, 3)$.

В качестве второго примера рассмотрим q -анализ системы «приборы – величины». Пусть множество X состоит из измерительных приборов $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{15}\}$, а множество Y из измеряемых величин $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_{15}\}$. Интерпретация приборов и величин в данном случае не имеет значения. Определим отношение R такое, что $(x_i, y_j) \in R$, если «прибором x_i можно измерить величину y_j ». Матрица инцидентий этого отношения приведена в табл. 22. Она составлена произвольно, но так, чтобы показать особенности анализа связности.

Таблица 22

Матрица инцидентий

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}
x_1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
x_2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_4	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_9	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{11}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{12}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{13}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{14}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{15}	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0

Результаты q -анализа имеют вид

$q=5$; $\theta_5=1$, одна компонента, состоящая из симплекса $\{x_4\}$;

$q=4$; $\theta_4=1$, одна компонента, состоящая из симплекса $\{x_4\}$;

$q=3$; $\theta_3=2$, две компоненты, состоящие из симплексов $\{x_4\}$, $\{x_{15}\}$;

$q=2$; $\theta_2=3$, три компоненты, состоящие из симплексов $\{x_4\}$, $\{x_{15}\}$, $\{x_1\}$;

$q=1$; $\theta_1=2$, две компоненты $\{x_1, x_4, x_9, x_{12}, x_{14}, x_{15}\}$, $\{x_5\}$;

$q=0$; $\theta_0=1$, одна компонента $\{\text{все } x, \text{ за исключением } x_7, x_{10}\}$.

Здесь q – степень (уровень) связности; θ_q – число компонентов связности q ; $\{\cdot\}$ – множество симплексов, имеющих связность q .

Как видно из результатов анализа, с уменьшением степени связности некоторые симплексы объединяются в один компонент. Для объединения двух симплексов необходимо, чтобы для степени связности q они имели не

менее $q+1$ общих связей (число единиц в одних и тех же столбцах матрицы инцидентий). Структурный вектор комплекса равен: $\theta = (1, 1, 2, 3, 2, 1)$. Таким образом, комплекс связан для больших и малых q , а для промежуточных значений связности распадается на несколько несвязных компонентов. Существование на уровне $q=n$ более чем одного компонента означает, что существует два n -мерных симплекса (прибора), которые не являются n -связными.

Введем вектор препятствия $D = \theta - I$, где I – единичный вектор. Компоненты вектора D являются мерой препятствия свободному обмену информацией в комплексе на каждом уровне размерности (связности). Если на каком-то уровне компонент вектора D равен 0, то препятствие отсутствует. В рассматриваемом примере имеется препятствие на уровне $q=3$ (соответствующий компонент вектора D не равен 0). Это означает, что симплексы (приборы) x_4 и x_{15} , хотя каждый из них может измерить, по крайней мере, четыре величины, не связаны (прямо или косвенно) никакими четырьмя величинами, и, следовательно, свободный обмен величинами между приборами x_4 и x_{15} на уровне $q=3$ невозможен. Таким образом, вектор препятствий является индикатором возможных вариантов выбора измеряемых величин для приборов на каждом уровне связности.

Рассмотренный q -анализ дает возможность изучения связности структуры, но не несет информации о том, как каждый отдельный симплекс входит в комплекс. Для оценки степени интегрированности каждого симплекса в структуре всего комплекса используют понятие эксцентриситета. Эксцентриситет определяется выражением

$$\varepsilon(\sigma) = (q_0 - q_{\max}) / (q_{\max} + 1), \quad (6.2.2)$$

где q_0 – максимальная размерность (степень связности) симплекса σ ; q_{\max} – наибольшее значение q , при котором σ становится связанным с каким-либо другим симплексом. Если симплексу соответствует строка из нулей в матрице инцидентий, то формально полагают для него $q_0 = q_{\max} = -1$. Результаты расчетов для рассматриваемого примера приведены в табл.23.

Таблица 23

Значения эксцентриситета

Симплекс	x_1	$x_2, x_3, x_6,$ $x_8, x_9, x_{11},$ x_{12}, x_{13}, x_{14}	x_4	x_5, x_{15}	x_7, x_{10}
Эксцентриситет	1/2	0	2	1	∞

Из данных табл. 23 следует, что наиболее интегрированным в комплексе (многофункциональным) является прибор x_4 . Таким образом, эксцентриситет является мерой гибкости симплексов (приборов) к

изменениям в системе. Аналогично может быть проведен топологический анализ множества Y по отношению R .

Дальнейший анализ направлен на изучение структуры, образуемой q -связями. Он основан на теории гомологий и использует понятия цепи, границы и группы гомологий. Примеры такого анализа можно найти в [12, 39, 51].

Покрытия, разбиения и иерархии. Для того чтобы расширить понятие топологической связности и отразить в нем иерархический аспект, используют понятия покрытия, разбиения и иерархии. Семейство множеств $A = \{A_i\}_1^n$ называется покрытием множества X , если $A_i \in 2^X$ и $X = \bigcup_i A_i$, где 2^X – множество всех подмножеств множества X . Если, кроме того $A_i \cap A_j = \emptyset$ ($i \neq j$), то A называют разбиением множества X . Элементы множества A являются подмножествами X , т.е. можно считать A_i как бы расположенными на уровне $N+1$, полагая, что элементы X расположены на уровне N . Теперь можно определить иерархию H при помощи отношения R , задаваемого условием: $\{A_i, X_j\} \in R$ тогда и только тогда, когда $X_j \in A_i$, где X_j – множество, расположенное на уровне N , а A_i – множество, расположенное на уровне $N+1$. Отношение R , определяющее связи между иерархическими уровнями, представляется матрицей инцидентий из нулей и единиц так же как отношения между элементами одного уровня, например, уровня N . Это справедливо для любых уровней иерархии и связей между ними. Для $\forall A_j, A_k \in H$, выполняется условие $A_j \cap A_k = \emptyset$ ($j \neq k$), где A_j, A_k – уровни иерархии. Например, для множества, элементами которого являются студенты вуза, разбиением будет их распределение по курсам, учебным группам или специальностям, а покрытием – их распределение по интересу или склонности к различным дисциплинам. Понятия покрытия, разбиения и иерархии можно обобщить на нечеткий случай, при этом множества X, R, A, H рассматриваются как нечеткие [39]. Использование этих понятий дает дополнительные возможности анализа структуры и представления сложных систем, состоящих из подсистем и иерархических уровней.

Построение разрешающих форм. Введение отношения на множестве элементов приводит к упрощениям и появлению классов эквивалентности состояний, что можно описать с помощью функции $f_i: V_i \rightarrow V'_i$, где V_i – заданное множество состояний некоторой переменной, а V'_i – упрощенное множество состояний той же переменной. Выбираемая функция должна быть гомоморфна (взаимно-однозначна) относительно свойств исходного множества, существенных с точки зрения рассматриваемой задачи. Такая функция называется упрощающей. Разбиение исходного множества на неразличимые классы называется разрешающей формой. Разрешающие

формы могут быть упорядочены по отношению уточнения, определенного на разбиениях данного множества. Такое отношение является отношением частичного порядка и образует решетку. Для двух разбиений X и Y , определенных на одном и том же множестве, будем говорить, что X является уточненным разбиением Y , если для любой группы $x \in X$ существует группа $y \in Y$ такая, что $x \subseteq y$. Тогда Y – укрупненное разбиение X . Решетка разрешающих форм на множестве состояний называется разрешающей решеткой. Рассмотрим несколько примеров. Пусть переменная, описывающая образование имеет следующие состояния: e – неполное среднее образование, h – среднее, c – высшее, g – ученая степень. Состояния переменной «образование» здесь упорядочены, и это накладывает ограничения на число разрешающих форм. Отношение порядка является очевидным $e < h < c < g$, и всего имеется 8 разрешающих форм. Группам в отдельных разрешающих формах можно дать отдельные названия, например, « cg » – высшее образование или ученая степень, « hc » – среднее или высшее и т.д. Решетка разрешающих форм изображена на рис.25 в виде диаграммы Хассе. На рис. 25 стрелки указывают направление уточнения разбиения. Для упрощения исходной системы надо двигаться в обратном направлении.

Для сравнения рассмотрим переменную, состояния которой не упорядочены, например, переменную, состояниями которой являются цвета светофора (красный, желтый, зеленый) или вкусовые ощущения (сладкий, горький, соленый). В этом случае все разбиения множества приемлемы, так как нет ограничений. Соответствующая диаграмма Хассе для переменной «вкус» дана на рис. 26.

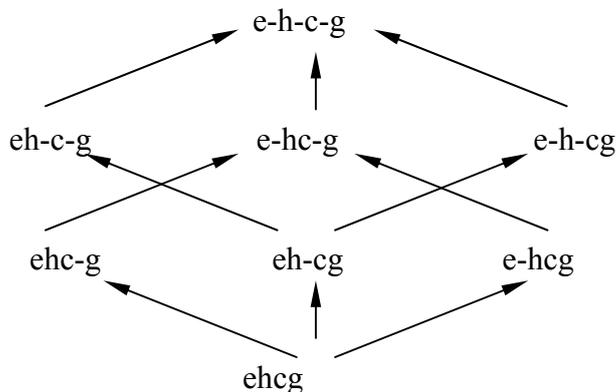


Рис.25. Решетка разрешающих форм для полностью упорядоченного множества

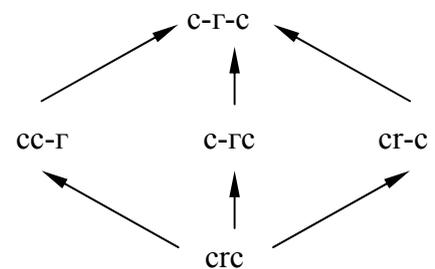


Рис.26. Решетка для неупорядоченного множества

Следует отметить, что упорядочение определяется внешней целью и связанным с ней отношением. В первом примере значения переменной «образование» упорядочены порядковым отношением «лучше, чем», но для каких-то целей упорядочение может и не вводиться. Во втором примере состояния переменной «цвет» или переменной «вкус» также могут быть упорядочены, но мы такое упорядочение не вводим. Например, для переменной «цвет» – по положению в спектре, по воздействию на сетчатку глаза или по оценке участников дорожного движения. Для переменной «вкус» – по действию на вкусовые рецепторы и т.д.

Если множество состояний состоит из m состояний, то число разрешающих форм в решетке $N_m = \sum_{i=0}^{m-1} C_{m-1}^i N_i$, $N_0 = 1$. Расчеты дают $N_m = 2$ при $m=2$; $N_m = 5$ при $m=3$; $N_m = 15$ при $m=4$; $N_m = 52$ при $m=5$; $N_m = 203$ при $m=6$; $N_m = 877$ при $m=7$ и т.д. Без учета наименьшей и наибольшей уточненной формы число осмысленных упрощений равно $N_m - 2$.

Если имеется несколько переменных, то любая разрешающая форма для одной переменной может быть объединена с любой другой, если нет дополнительных целевых ограничений. Все эти комбинации можно включить в одну решетку, характеризующую выбор набора переменных. Она называется объединенной разрешающей формой.

Пусть X_1, \dots, X_n – множества элементов отдельных решеток выбранных переменных, а X – множество элементов общей решетки, т.е. $X = X_1 \times \dots \times X_n$. Для двух заданных решеток (n -ок): $(x_1, \dots, x_n), (y_1, \dots, y_n) \in X$ мы определим, что $(x_1, \dots, x_n) \leq (y_1, \dots, y_n)$ тогда, когда $x_j \leq y_j$ для всех разрешающих решеток ($j=1, \dots, n$). Общее число элементов объединенной разрешающей решетки равно произведению числа элементов отдельных разрешающих решеток

$$|X| = \prod_{j=1}^n |X_j|. \quad (6.2.3)$$

Общее число элементов, представляющих содержательные упрощения

$$|X_s| = \prod_{j=1}^n (|X_j| - 1) - 1. \quad (6.2.4)$$

Если все решетки одинаковы и каждая состоит из N_m разрешающих форм, то $|X_s| = (N_m - 1)^n - 1$.

Если все решетки построены на полностью упорядоченном множестве с m состояниями, то имеем

$$|X_s| = (2^{m-1} - 1)^n - 1. \quad (6.2.6)$$

Общее число осмысленных упрощений составляет

$$N(X_1, \dots, X_n) = \prod_{j=1}^n |X_j| - 2. \quad (6.2.7)$$

Если все переменные имеют одно и то же число разрешающих форм, например, множество X_0 , то имеем

$$N(X_1, \dots, X_n) = |X_0|^n - 2. \quad (6.2.8)$$

Если же множества состояний еще и полностью упорядочены, и каждое состоит из m состояний, то получаем

$$N(X_1, \dots, X_n) = 2^{n(m-1)} - 2. \quad (6.2.9)$$

Построение разрешающих форм для величин, характеризующих систему, дает возможность упростить модель за счет агрегирования исходных данных, и повышения симметрии задачи.

6.3. Применение теории нечетких множеств для решения задачи оптимального выбора

В работе Беллмана и Заде впервые было предложено использовать теорию нечетких множеств для решения задачи оптимального выбора. Обычно при ее решении делаются следующие упрощения: независимость выбора от состояний среды (закрытые системы), одинаковая важность критериев, каждая целевая функция определяет отношение полного порядка на множестве объектов.

Пусть E – множество объектов, оцениваемых по множеству критериев K ; X_i – область, в которой оцениваются объекты по критерию $K_i \in K$. Целевая функция, связанная с критерием K_i , описывается нечетким множеством \tilde{G}_i , определенным на X_i с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{G}_i}(x)$. Значение $\mu_{\tilde{G}_i}(x) = 1$ (ядро множества) соответствует полной совместимости объекта x с множеством целей \tilde{G}_i , а $\mu_{\tilde{G}_i}(x) = 0$ – полной несовместимости. Значения $\mu_{\tilde{G}_i}(x) > 0$ (носитель нечеткого множества \tilde{G}_i) соответствует частичной совместимости объекта и целей, задаваемых предпочтениями ЛПР.

Определение величин $\mu_{\tilde{G}_i}$ может осуществляться различными методами, например, использование градаций уровня совместимости (при этом осуществляется дискретизация множества X), их сопоставление с оценками ЛПР по лингвистической шкале с последующим сглаживанием дискретных значений, представление нечеткой цели в виде нечеткого числа, причем ЛПР непосредственно задает параметры модели, исходя из имеющейся информации и своих предпочтений. После того, как функции $\mu_{\tilde{G}_i}$ построены для всех целей, решается задача их свертки, которая формулируется в следующем виде: имеется m частных целей, связываемых с m критериями K_i , по которым оцениваются объекты из множества E .

Нечеткое множество объектов, совместимых с общей целью, получается свертыванием нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{\tilde{G}_i}$.

Иными словами ищется отображение f из $[0, 1]^m$ в $[0, 1]$ такое, что

$$\mu_z = f(\mu_1, \dots, \mu_m). \quad (6.3.1)$$

Обычно требуют, чтобы операция свертки удовлетворяла ряду аксиом, например, граничные условия, монотонность, симметричность и непрерывность. Свойство непрерывности не является обязательным. Эти условия записываются в виде

– граничные условия: $f \in [0, 1]$, причем $f(0, 0, \dots, 0) = 0$, $f(1, 1, \dots, 1) = 1$;

– монотонность: если для $\forall i \mu_i \geq \mu'_i$, то $f(\mu_1, \dots, \mu_m) \geq f(\mu'_1, \dots, \mu'_m)$;

– симметричность: $f(\mu_1, \dots, \mu_m) = f(P(\mu_1, \dots, \mu_m))$, где P – перестановка. Это условие предполагает, что цели имеют одинаковую важность.

Перечисленные аксиомы определяют широкий класс операций пересечения i и объединения u нечетких множеств, так называемых треугольных норм и конорм. Выделяют несколько групп операций свертки, характеризующихся сохранением некоторых полезных свойств операций пересечения (конъюнкция целей) и объединения (дизъюнкция целей) для обычных множеств, например, законы исключенного третьего и непротиворечивости или идемпотентность и взаимная дистрибутивность.

Идемпотентные операции, наиболее характерными представителями которых являются операция \min и операция \max

$$i = \min(\mu, \mu'), \quad u = \max(\mu, \mu'). \quad (6.3.2)$$

Следует отметить, что операция \min – самая большая из операций пересечения, а операция \max – самая малая из операций объединения.

Архимедовы операции, обладающие строгой монотонностью, например, операции умножения и суммирования sum

$$i = \mu \cdot \mu', \quad u = \mu + \mu' - \mu \cdot \mu'. \quad (6.3.3)$$

Нильпотентные операции, например, операции усеченного пересечения и усеченного объединения

$$i = \max(0, \mu + \mu' - 1), \quad u = \min(1, \mu + \mu'). \quad (6.3.4)$$

Для случая двух аргументов промежуточные стратегии между конъюнкцией и дизъюнкцией могут быть описаны в виде параметрического семейства, предложенного Р.Ягером

$$f(\mu, \mu') = i(\mu, \mu')^\gamma \cdot u(\mu, \mu')^{\gamma-1}, \quad (6.3.5)$$

где γ – степень компенсации целей; i , u – выбранные операции пересечения и объединения.

Кроме операций пересечения и объединения исследовались также операции осреднения и симметрического суммирования. Операции осреднения включают медианную оценку, а также различные типы средних. Симметрические операторы свертки определяются равенством $1 - f(\mu, \mu') = f(1 - \mu, 1 - \mu')$. Их применение требует в каждом случае

обоснования. Примером симметрического оператора является среднее арифметическое.

При обобщении задачи на случай многих критериев в качестве операции свертки используются симметрические суммы вида

$$f(\mu_1, \dots, \mu_m) = g(\mu_1, \dots, \mu_m) / \{g(\mu_1, \dots, \mu_m) + g(1 - \mu_1, \dots, 1 - \mu_m)\}, \quad (6.3.6)$$

где g – произвольная неубывающая, неотрицательная, непрерывная функция.

Учет важности критериев может быть проведен обобщением подходов, используемых в классическом случае, например, заданием нечетких порогов удовлетворения целей, взвешиванием критериев и подцелей и т.п.

Рассмотренные группы операций свертки не исчерпывают всего возможного спектра стратегий; особенно наглядно это проявляется, когда цели взаимозависимы. Наряду с ними могут применяться другие операции, например, получаемые комбинированием перечисленных выше. Следует отметить, что выбор подходящей операции свертки зависит от характера предпочтений ЛПР, имеющих ограничения (наличие эталона, пороговой системы, аналогов и т.п.), а также характеристик точности информации о целях и критериях. Обзор нечетких операций свертки можно найти, например в [9, 39].

При решении многокритериальной задачи выбора в нечеткой среде можно выделить три подхода: функциональный подход, нечеткая классификация и нечеткая логика.

Функциональный подход. Этот подход подробно рассмотрен автором в [37, 40] и приводится ниже в сокращенном виде, необходимом для понимания последующего изложения. Обозначим \tilde{X} – нечеткое множество альтернатив, совместимых с заданными целями, x – произвольная альтернатива из \tilde{X} . Каждая альтернатива оценивается по n критериям, так что ей соответствует представление в критериальном пространстве. Предполагается, что свертка по критериям выполнена тем или иным способом. Пусть \tilde{X}_0 – нечеткое множество эталонов (идеальных систем, пороговых систем, аналогов и т.п.), y – элемент из этого множества. Каждый элемент y также оценивается по n критериям, свертка которых выполнена. Сравнение альтернативы с эталоном осуществляется по расстоянию альтернативы до эталона $d(x, y)$, которое определяется на основе нечеткого отношения согласования – различия $\tilde{R} \subset \tilde{X} \times \tilde{Y}$. Если эталонное множество отсутствует, то отношение задается на элементах множества \tilde{X} т.е. $\tilde{R} \subset \tilde{X} \times \tilde{X}$. Тип отношения зависит от условий задачи, например, тождество, подобие, сходство, различие, несходство и т.п. Наилучшее решение может определяться двойко. Если эталонное множество недостижимо на практике, то имеем

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) = \min_x \min_{y \neq x} d(x, y), \quad (6.3.7)$$

что соответствует выбору по наименьшему различию (по наименее специфичному элементу). Если эталонное множество определяется в процессе решения задачи, то имеем

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) = \max_x \min_{y \neq x} d(x, y), \quad (6.3.8)$$

что соответствует выбору по наибольшему различию (по наиболее специфичному элементу). Конкретный вид меры расстояния зависит от условий задачи, типа отношения и стратегии ЛПР. Например, она может определяться через функцию принадлежности отношения $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$, через интервал значений аргументов, соответствующих модальным значениям нечетких множеств, представляющих альтернативу и эталон и т.п.

Рассмотрим случай, когда мера расстояния задается функцией принадлежности отношения и сравнение происходит по наибольшему различию, как представляющий наибольший практический интерес. Для транзитивного отношения (например, подобие, тождество, различие) это можно сделать непосредственно, для нетранзитивного (например, сходство, несходство) мера расстояния вводится через транзитивное замыкание исходного отношения (см. ниже). Формально оба случая записываются одинаково. Для пересечения множеств \tilde{X} и \tilde{X}_0 имеем

$$\mu_{\tilde{X} \cap \tilde{X}_0}(x) = d_{\min}(x, y) = \min_{y \neq x} \mu_{\tilde{R}}(x, y), \quad (6.3.9)$$

где \tilde{R} – исходное отношение или его транзитивное замыкание. Значения $\mu_{\tilde{X} \cap \tilde{X}_0}(x)$ упорядочивают альтернативы по степени выполнения отношения \tilde{R} . Наилучшие решения определяются выражением

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) = \max_x \min_{y \neq x} \mu_{\tilde{R}}(x, y). \quad (6.3.10)$$

или как решения, удовлетворяющие пороговым условиям

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) \geq \varepsilon, \quad (6.3.11)$$

где ε – пороговое значение.

Достоверность решения проверяется сравнением $\mu_{\tilde{X}}(x^*)$ с индексом нечеткости множества альтернатив. Мера (степень) достоверности определяется как неотрицательная действительная функция, изменяющаяся в интервале $[0,1]$. Выражение для степени достоверности имеет вид

$$c(x) = \mu_{\tilde{X}}(x) - \nu > 0 \quad (6.3.12)$$

или в более мягкой форме

$$c(x) = \mu_{\tilde{X}}(x) - \nu / 2 > 0. \quad (6.3.13)$$

Определим индекс нечеткости в виде

$$\nu = 2 \min_{\alpha} (\tilde{X}_{\alpha} \tilde{R}_{\alpha} \tilde{X}_{\alpha} = \emptyset), \quad (6.3.14)$$

где \tilde{R} – отношение согласования – различения, \tilde{X}_α – α -срез множества \tilde{X} ; $\bar{\tilde{X}}_\alpha$ – α -срез множества $\bar{\tilde{X}}$. Если отношение задано операцией пересечения со сверткой \min , то из (6.3.14) получаем

$$\nu = 2 \max_x \min_y (\min_x \mu_R(x, y), 1 - \min_y \mu_R(x, y)). \quad (6.3.15)$$

В выражениях (6.3.7) – (6.3.15) мы используем дискретное представление нечетких множеств. Для непрерывных множеств операции \min и \max заменяются соответственно на \inf и \sup .

Проведем количественные оценки. Очевидно, что должно быть $\mu_R > 1 - \mu_R$, тогда имеем для индекса нечеткости

$$\nu = 2 \max_x (1 - \min_y \mu_R(x, y)). \quad (6.3.16)$$

Комбинируя (6.3.10), (6.3.12) и (6.3.16), находим

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) > 2/3, \quad (6.3.17)$$

т.е. достоверными считаются решения, для которых $\mu_{\tilde{X}}(x^*) > 2/3$. При использовании более мягкой границы достоверности $\nu/2$ соотношение (6.3.17) принимает вид

$$\mu_{\tilde{X}}(x^*) > 0,5. \quad (6.3.18)$$

Если $\mu_{\tilde{R}} \leq 1 - \mu_{\tilde{R}}$, то полученные соотношения не применимы. В этом случае следует рассматривать противоположное отношение $\bar{\tilde{R}}$, для которого приведенные выше соотношения будут верны. Можно показать, что мера (степень) достоверности решения определяется с точностью до монотонного преобразования, и ее выбор обусловлен соображениями целесообразности [37]. В общем случае степень достоверности определим выражением

$$c(x) = a(b\mu_{\tilde{X}}(x) - h\nu) > 0, \quad (6.3.19)$$

где a, b, h – целые или рациональные числа, выбор которых зависит от условий задачи и предпочтений ЛПР, ν – индекс нечеткости.

Если значения функции принадлежности для альтернатив близки к единице, то имеем практически четкий случай, и все выводы по (6.3.10) достоверны. Если же значения малы, например, $\mu_{\tilde{R}} \leq 1 - \mu_{\tilde{R}}$, имеем ситуацию неясности. Обычные методы здесь не применимы, нечеткий подход позволяет получить обоснованные решения. Можно перейти к противоположному (дополнительному) отношению $\bar{\tilde{R}}$ или изменить порог достоверности в (6.3.19), выбирая соответствующие значения параметров, например, положив $a = b = 1$, $h = 1/4$. При этом выводы остаются достоверными, но имеют не абсолютное, а относительное значение. Альтернативы оцениваются в порядковой шкале, и мы можем рассчитывать только на относительные (сравнительные) выводы. Рассмотрим оба способа более подробно. При переходе к $\bar{\tilde{R}}$, ранжировка на множестве альтернатив по этому отношению становится достоверной,

так как $\mu_{\bar{R}} = 1 - \mu_{\tilde{R}} > 1 - \mu_{\bar{R}}$. Пусть, например, ранжировка имеет вид $x_1 > \dots > x_k$.

При возвращении к исходному отношению $\bar{\bar{R}} = \tilde{R}$ достоверность ранжировки по отношению \tilde{R} сохраняется, при этом порядок следования альтернатив изменяется на обратный, и мы имеем $x_k > \dots > x_1$. Поясним это примером. Пусть задано нечеткое множество «высокий» или отношение несходства на множестве альтернатив, причем функции принадлежности малы ($\mu(x) < 0,5$). В этом случае среди альтернатив нет «высоких», но мы вполне достоверно можем сделать сравнительные оценки альтернатив, выделив среди «невысоких» самого «высокого». Точно так же, если для отношения несходства $\mu_{\tilde{R}} < 0,5$, то отношение слабое. Фактически мы имеем отношение $\bar{\bar{R}}$, т.е. отношение сходства, однако опять возможны достоверные сравнительные оценки по степени несходства среди в абсолютной мере «сходных» альтернатив. Здесь проявляется относительный характер общих знаний и интерпретации фактов на их основе. Сказанное справедливо для любой задачи, так как при формировании множества допустимых альтернатив мы стремимся обеспечить замыкание.

Одним из важных вопросов является определение допустимых преобразований, не ухудшающих достоверности; он подробно рассмотрен в [37]. Для введенных выше трех классов операций объединения и пересечения, наиболее часто применяемых к функции принадлежности, справедливы следующие выводы: при операциях \max , sum и операции усеченного объединения достоверность не убывает по сравнению с исходными множествами и при переходе от операций первого класса к третьему, а при операциях \min , произведение и усеченное пересечение не возрастает, причем для операции \min достоверность заключена между значениями достоверности исходных множеств либо совпадает с наименьшим из них, а для двух других операций пересечения достоверность не превосходит наименьшую из достоверностей исходных множеств.

Рассмотрим в качестве примера задачу диагностирования. Дано множество из m объектов $X = \{x_1, \dots, x_m\}$, каждый из которых оценивается по n критериям $\{K_1, \dots, K_n\}$. Тип объектов не имеет значения, например, техническая конструкция, человек, фирма и т.п. Известна также информация о допустимых состояниях объектов, например, в виде задания «эталонных» множеств $X_0^{(1)}$ – нормальное состояние объекта, $X_0^{(2)}$ – группа риска (нужна профилактика или наблюдение), $X_0^{(3)}$ – аномальная группа (аварийное состояние, больные и т.п.). Каждому эталонному множеству соответствует допустимый набор критериев, которые определяются в нечеткой форме, например, в виде значений лингвистической переменной (очень низкое значение, низкое, среднее,

довольно высокое, высокое, очень высокое и т.п.). Будем считать, что оценки значений критериев для каждого объекта заданы в виде нечетких множеств, например, в виде нечеткого числа, интервала или значения лингвистической переменной. Соответствующие данные представлены в табл. 24, где $m=5$, $n=8$. Предполагается, что значения лингвистических переменных, данные в таблице, представлены нечеткими множествами. Требуется определить, какие из объектов находятся в нормальном состоянии, какие попадают в группу риска и какие – в аномальную группу, а также определить, какой объект является наилучшим. Для простоты будем считать, что все критерии имеют одинаковую важность, что не имеет принципиального значения. Таким образом, каждый объект и эталон представлены набором нечетких критериев, и нужно сравнить нечеткие объекты с нечеткими эталонами.

Таблица 24

Значения критериев для объектов и эталонов

Объекты	Значения критериев							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
x_1	ОН	С	В	ОВ	В	Н	С	С
x_2	С	СВ	С	СВ	СН	ОН	В	В
x_3	ДВ	ДВ	СС	СВ	СС	СВ	СВ	ОВ
x_4	С	В	ДВ	С	Н-С	ОН	СВ	ДН
x_5	В	В	ОВ	ДВ	СС	В	ДВ	В
Эталоны	K_{01}	K_{02}	K_{03}	K_{04}	K_{05}	K_{06}	K_{07}	K_{08}
$x_0^{(1)}$	Н	С	В	В	В	Н	Н-С	С-В
$x_0^{(2)}$	С	В	С	С	Н	ОН \vee В	В	Н \vee В
$x_0^{(3)}$	В	В	Н	В \vee ОВ	С	ОВ	В	ОН \vee ОВ

Примечание: ОН – очень низкое, Н – низкое, С – среднее, В – высокое, ОВ – очень высокое, ДВ – довольно высокое, СС – скорее среднее, СВ – скорее высокое, СН \tilde{K}_j – скорее низкое, ДН – довольно низкое, Н-С – между низким и средним; \vee – связь «или».

Определим нечеткую меру расстояния между объектом и эталоном на нечетких множествах \tilde{K}_j и \tilde{K}_{0j} соответственно в виде

$$\tilde{d}(x_p, x_0^{(l)}) = \max_j \frac{|u(jp) - u(0jl)|}{|b'_j - a'_j|}, \quad (6.3.20)$$

где индекс j относится к критерию j ; p – нумерует объекты, а l – эталоны; $u(jp)$, $u(0jl)$ – значения или центры областей, для которых $\mu_{\tilde{K}_j}(u) = \mu_{\tilde{K}_{0j}}(u) = 1$, что зависит от вида функций принадлежности множеств \tilde{K}_j и \tilde{K}_{0j} ; $|b'_j - a'_j|$ – значение интервала на оси абсцисс, соответствующего области пересечения множеств \tilde{K}_j и \tilde{K}_{0j} , т.е. $|b'_j - a'_j| = |b_j - a_j| \cap |b_{0j} - a_{0j}|$. Введенная мера расстояния является довольно сильной, так как она равна 0 только при совпадении объекта и эталона и равна ∞ , если объект и эталон не имеют области пересечения. Можно ввести и менее сильную меру на основе отношения согласования вида (6.3.9), но для наших целей эта удобнее. При соответствующей нормировке мера (6.3.20) трансформируется в функцию принадлежности $\mu_{x_0^{(l)} \cap x_p}(u) \leq 1$. Наилучший объект, находящийся в нормальном состоянии, определяется, как наиболее близкий к эталону $x_0^{(1)}$, с помощью индекса согласования

$$\alpha(x_{p^*}, x_0^{(1)}) = \min_p \tilde{d}(x_p, x_0^{(1)}). \quad (6.3.21)$$

Достоверность выбора определяется условием $\alpha(x_{p^*}, x_0^{(1)}) > \nu$, т.е. $\alpha > 2/3$ или в более мягком варианте $\alpha > 0,5$. Для других объектов достоверность их принадлежности к нормальной группе определяется неравенством $\alpha(x_p, x_0^{(1)}) > 2/3$ или $\alpha(x_p, x_0^{(1)}) > 0,5$. Аналогично определяется принадлежность объектов к другим группам (группе риска и аномальной группе), при этом индекс (1) в $x_0^{(1)}$ заменяется соответственно на (2) или (3). Для объекта p имеем ($p = 1, \dots, 5$)

$$\alpha(x_p, x_0^{(l^*)}) = \min_l \tilde{d}(x_p, x_0^{(l)}). \quad (6.3.22)$$

Мера близости объекта и эталона может быть введена через отношение согласования, определяемое операцией пересечения. Эта мера менее сильная, чем предыдущая. В этом случае индекс согласования наилучшего объекта с эталоном $x_0^{(1)}$ имеет вид

$$\alpha(x_{p^*}, x_0^{(1)}) = \max_p \max_x \min_j \min(\mu_{\tilde{K}_j^p}(x), \mu_{\tilde{K}_{0j}^{(1)}}(x)). \quad (6.3.23)$$

Для других объектов их принадлежность к группе l определяется в виде

$$\alpha(x_p, x_0^{(l^*)}) = \max_l \max_x \min_j \min(\mu_{\tilde{K}_j^p}(x), \mu_{\tilde{K}_{0j}^{(l)}}(x)). \quad (6.3.24)$$

Достоверность выбора наилучшего решения и принадлежности к группе определяется, как и выше, условием $\alpha > 2/3$ или в более мягкой форме $\alpha > 0,5$. Второй подход является более мягким и позволяет получить решение при несовпадении объекта с эталоном, когда информация об объекте и эталоне менее точная и достоверная.

Расчеты на основе данных таблицы показывают, что наилучшим является объект x_1 ; объекты x_2 , x_4 в наибольшей степени относятся к

группе риска, объект x_5 – к аномальной группе, объект x_3 можно отнести как к группе риска, так и к аномальной группе. Подробные расчеты не приводятся, так как они довольно громоздки, хотя и не представляют трудности. Выводы являются достоверными для x_1, x_2, x_4 и x_5 , для x_3 вывод ненадежен на выбранном уровне достоверности.

Предположим, что информация об эталонных множествах отсутствует. В этом случае мы не можем решить задачу оптимального выбора и соотнесения к группам без дополнительных предположений. В качестве предположения примем, что группа риска – самая большая, а нормальная группа – самая маленькая, соответственно, аномальная группа занимает промежуточное положение. Для решения задачи введем отношение несходства между объектами. Матрица отношения несходства для нашей задачи представлена в табл. 25.

Таблица 25

Матрица отношения несходства между объектами

$R_{нс}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	0,4	0,5	0,4	0,6
x_2	0,4	0	0,5	0,3	0,6
x_3	0,5	0,5	0	0,5	0,3
x_4	0,4	0,3	0,5	0	0,6
x_5	0,6	0,6	0,3	0,6	0

Матрица получена на основе выражения вида (6.3.20), в котором индекс $0jl$ заменяется на jq , причем $q \neq p$, $x_0^{(l)}$ заменяется на x_q . Нечеткие значения, данные в табл. 24, переведены в балльные оценки с помощью порядковой 5-и балльной шкалы. Например, значению «ОН» в табл. 24 соответствует оценка 1 балл и значение функции принадлежности $1/5=0,2$ и т.д. Отношение несходства не является транзитивным, поэтому для обеспечения транзитивности образуем матрицу (min-max) – транзитивного замыкания

$$\hat{R} = R_{i\bar{n}} \cap R_{i\bar{n}}^2 \cap R_{i\bar{n}}^3 \cap \dots; (R_{i\bar{n}}^2)_{kl} = \min_i \max(R_{i\bar{n}ki}, R_{i\bar{n}il}). \quad (6.3.25)$$

Процедура замыкания, задаваемая выражением (6.3.25), быстро сходится, так что уже $R_{нс}^2 \equiv R_{нс}^3$. Матрица (min-max)–транзитивного замыкания представлена в табл. 26.

Матрица (min-max) – транзитивного замыкания

\widehat{R}	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	0	0,4	0,5	0,4	0,5
x_2	0,4	0	0,5	0,3	0,5
x_3	0,5	0,5	0	0,5	0,3
x_4	0,4	0,3	0,5	0	0,5
x_5	0,5	0,5	0,3	0,5	0

Из табл. 26 следует декомпозиция множества объектов по уровням порядка:

$\delta_0(x_p, x_q) = 0$ – объекты не агрегированы;

$\delta_1(x_p, x_q) = 0,3$ – агрегируются x_2 и x_4 , x_3 и x_5 ;

$\delta_2(x_p, x_q) = 0,4$ – агрегируются x_1 , x_2 и x_4 ;

$\delta_3(x_p, x_q) = 0,5$ – агрегируются все объекты.

Полученное представление позволяет выделить наиболее специфичные элементы, но не дает возможности соотнести их эталонным группам. Учитывая дополнительное условие, что нормальная группа самая малочисленная и примыкает к группе риска, можно утверждать, что наилучший объект x_1 , x_2 и x_4 образуют группу риска, а x_3 и x_5 относятся к аномальной группе. Чтобы повысить достоверность заключения введем (min-sum) – расстояние, матрица которого совпадает с матрицей несходства объектов (см. табл. 25). В ней имеется четыре уровня $\delta_0(x_p, x_q) = 0$, $\delta_1(x_p, x_q) = 0,3$, $\delta_2(x_p, x_q) = 0,4$, $\delta_3(x_p, x_q) = 0,5$, $\delta_4(x_p, x_q) = 0,6$. На уровне δ_0 объекты не агрегированы, на уровне δ_1 агрегируются x_2 и x_4 , x_3 и x_5 ; на уровне δ_2 – x_1 , x_2 и x_4 ; на уровне δ_3 – x_1 , x_2 , x_4 и x_3 , на уровне δ_4 – все объекты.

Таким образом, можно утверждать, что x_1 – наилучший объект, x_2 и x_4 относятся к группе риска; x_5 – к аномальной группе, x_3 занимает промежуточное положение между группой риска и аномальной группой, но скорее всего его следует отнести к аномальной группе. Как видно, результаты совпадают с результатами при наличии информации об эталонах.

В заключение отметим, что даже при наличии слабой, недостаточно согласованной информации (см. табл. 24) удастся получить вполне обоснованные результаты. Условия достоверности выбора для матриц несходства могут быть обеспечены способами, обсуждавшимися выше, в

частности, при снижении порога достоверности до $\nu < 0,3$, т.е. ранжирование по отношению несходства является относительным.

Нечеткая классификация. Задача нечеткой классификации формулируется в следующем виде. Пусть X – множество объектов, Y – множество представительств, Z – множество классов. Нужно разбить множество X на классы по совокупности признаков. В силу неполноты и противоречивости информации в реальных задачах множества X , Y , Z и их элементы могут быть заданы в нечеткой форме. Алгоритм решения задачи нечеткой классификации рассмотрен автором в [37, 40] и излагается ниже в сокращении.

Вводится отношение согласования R_1 множеств X и Y с функцией принадлежности $\mu_{R_1}(x, y), \forall x \in X, y \in Y$. Степень согласования X и Y имеет вид

$$\gamma_{XY} = F(\alpha((X_\alpha R_1 Y_\alpha) \neq \emptyset)). \quad (6.3.26)$$

(Здесь и далее знак \sim над нечеткими множествами для простоты опущен).

Вводится отношение согласования R_2 множеств Y и Z с функцией принадлежности $\mu_{R_2}(y, z), \forall y \in Y, z \in Z$. Степень согласования множеств Y и Z имеет вид

$$\gamma_{YZ} = F(\alpha((Y_\alpha R_2 Z_\alpha) \neq \emptyset)). \quad (6.3.27)$$

Таким образом, в этом подходе исходная информация представляется в виде матриц нечетких отношений R_1, R_2 , которые задаются непосредственно с помощью экспертных оценок или преобразованием информации, аналогичной табл. 24.

Строится отношение R_3 , являющееся суперпозицией отношений R_1 и R_2 , с функцией принадлежности $\mu_{R_3}(x, z), \forall x \in X, z \in Z$. Степень согласования X и Z имеет вид

$$\gamma_{XZ} = F(\alpha((X_\alpha R_3 Z_\alpha) \neq \emptyset)). \quad (6.3.28)$$

Свертка F выбирается в зависимости от вида отношений R_1, R_2 и стратегии принятия решения. В частности, если отношения задаются операцией пересечения, то $F = \max \alpha$. Этот вариант означает, что степень согласования определяется максимальным значением функции принадлежности элементов, принадлежащих общей части множеств. Для непересекающихся множеств можно положить $F = 1 - \min \alpha$. Операция суперпозиции также определяется контекстом задачи и стратегией принятия решения. В общем случае выбор операции суперпозиции проводится из условия максимального различения классов. Мы используем свертку, обеспечивающую наибольшую надежность результатов, вида

$$\mu_{R_3}(x, z) = \max_y \min(\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(y, z)), \quad (6.3.29)$$

Пороговая степень различения классов находится из следующих соображений. Рассматриваются попарные согласования всех классов множества, содержащих произвольный элемент x , определяется

максимальная степень его согласования с некоторой парой и находится ее минимум на множестве классов. В формализованной записи для пороговой степени различения имеем

$$\gamma = \min_{i,j} F(\alpha(((X_{\alpha} R_3 Z_{i\alpha}) R(X_{\alpha} R_3 Z_{j\alpha})) \neq \emptyset)), \quad (6.3.30)$$

где R – отношение различения–согласования. В частности, для операции пересечения при использовании свертки $\max \alpha$ и операции \min для отношения R (6.3.30) преобразуется к виду

$$\gamma_S = \min_{i,j} \max_x \min(\mu_{R_3}(x, z_i), \mu_{R_3}(x, z_j)). \quad (6.3.31)$$

При использовании свертки $1 - \min \alpha$ получаем

$$\gamma_I = \min_{i,j} (1 - \max_x \min(\mu_{R_3}(x, z_i), \mu_{R_3}(x, z_j))). \quad (6.3.32)$$

В ряде случаев, когда информация является слабо согласованной, пороговая степень различения определяется как среднее между γ_S и γ_I

$$\gamma_M = (\gamma_S + \gamma_I) / 2. \quad (6.3.33)$$

Класс Z_i описывается множеством

$$P_i = \{x : \mu_{Z_i}(x) \geq \gamma\}. \quad (6.3.34)$$

При более жестких требованиях можно использовать строгое неравенство. Достоверность соотнесения классу проверяется сравнением с индексом нечеткости

$$\mu_{Z_i}(x) > v_{Z_i} \vee \mu_{Z_i}(x) > v_{Z_i} / 2, \quad (6.3.35)$$

где v_{Z_i} – индекс нечеткости множества Z_i , определяемый в данном случае соотношением

$$v_{Z_i} = 2 \max_x \min(\mu_{Z_i}(x), \mu_{\bar{Z}_i}(x)), \quad (6.3.36)$$

где $\mu(x)$ – функция принадлежности элемента x соответствующему нечеткому множеству.

Так как нечеткие классы Z_i пересекаются, то некоторые элементы могут принадлежать одновременно нескольким классам. В этом случае элемент относят к тому классу, для которого выполняется условие достоверности, а при выполнении последнего для нескольких классов элемент относят к классу, принадлежность к которому максимальна.

Рассмотрим пример. Чтобы расширить область приложений, решим экономическую задачу, которая отличается от задачи диагностирования только исходными данными и интерпретацией величин. Пусть требуется определить стратегический статус ряда фирм, производящих продукцию одного типа. Известны фирмы $X = \{x_1, \dots, x_5\}$, набор представительств $Y = \{y_1, \dots, y_{12}\}$ и число классов $Z = \{z_1, z_2, z_3\}$. Можно было бы не приводить интерпретацию представительств и классов, но мы это сделаем для наглядности. Роль представительств выполняют допустимые наборы критериев, в частности, y_1 – инвестиции в исследования и разработки, y_2 – позиция фирмы в конкуренции, y_3 – динамика жизненного цикла

продукции, y_4 – динамика технологии, y_5 – динамика конкурентоспособности, y_6 – покупательная способность потребителя, y_7 – потребности, y_8 – спрос на продукцию, y_9 – приемлемость цены, y_{10} – интенсивность конкуренции, y_{11} – отношение спроса к производственным мощностям, y_{12} – ресурсы. Приведенные критерии характеризуют статус фирмы с позиций технологии, потребителей, конкуренции и возможностей самой фирмы. Оценки критериев являются нечеткими, т.е. представлены в виде нечетких множеств. Классы z_1 – высокий статус, z_2 – средний, z_3 – низкий. Составим матрицу отношения R_1 . Она приведена в табл. 27. Матрица может быть получена несколькими способами. В нашем случае используется следующий способ. Сначала экспертами составляется таблица нечетких оценок объектов по критериям, аналогичная табл. 24. Затем нечеткие оценки преобразуются с помощью порядковой шкалы (в задаче использована 5-и балльная шкала), и значение оценки по шкале делится на размер шкалы, т.е. на 5. Например, значению «высокое» будет соответствовать оценка 4 и функция принадлежности $4/5=0,8$ и т.п. Очевидно, что значения функции принадлежности не зависят от размера шкалы. Мы не останавливаемся детально на способах получения матриц, так как нам важно показать алгоритм расчетов. Предполагается, что исходные матрицы заданы.

Таблица 27

Матрица нечеткого отношения R_1

R_1	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}
x_1	0,4	0,3	1,0	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,6	0,8
x_2	0,8	0,5	0,7	0,5	0,5	0,3	0,2	0,2	0,4	0,5	0,2	0,5
x_3	0,1	0,2	0,3	1,0	1,0	0,9	0,8	0,2	0,5	0,5	0,1	1,0
x_4	0,2	0,1	1,0	0,1	0,9	0,5	0,4	0,8	0,8	0,5	1,0	0,3
x_5	0,3	0,6	0,5	0,6	0,3	0,5	0,4	0,5	0,7	0,2	0,5	0,6

Значение функции принадлежности отношения $\mu_{R_1}(x_i, y_j)$ дает оценку совместимости признака y_j , с объектом x_i . Матрица отношения R_2 приведена в табл. 28.

Таблица 28

Матрица нечеткого отношения R_2

R_2	z_1	z_2	z_3
y_1	0,2	0,6	0,8
y_2	0,5	0,5	0,5

y_3	0,9	0,1	0,3
y_4	0,4	0,7	0,6
y_5	0,1	0,3	0,4
y_6	0,2	0,4	0,5
y_7	0,3	0,5	0,4
y_8	0,4	0,1	0,2
y_9	0,5	0,7	0,8
y_{10}	0,6	0,8	0,9
y_{11}	0,5	0,5	0,5
y_{12}	0,7	0,9	1,0

Значение функции принадлежности $\mu_{R_2}(y_i, z_j)$ дает оценку совместимости класса z_j с признаком y_i . Определим отношение R_3 , являющееся суперпозицией отношений R_1 и R_2 , используя свертку (6.3.29). Матрица отношения R_3 представлена в табл. 29.

Пороговая степень различения по (6.3.31) $\gamma = 0,8$, и для распределения по классам получаем

$$P_1 = \{x_1, x_4\}; P_2 = \{x_1, x_3\}; P_3 = \{x_1, x_2, x_4\}; \quad (6.3.37)$$

так как $\nu_{z_1} = 0,8; \nu_{z_2} = 0,8; \nu_{z_3} = 0,6$, то все выводы достоверны.

Таблица 29

Матрица нечеткого отношения R_3

R_3	z_1	z_2	z_3
x_1	0,9	0,8	0,8
x_2	0,7	0,6	0,8
x_3	0,7	0,9	1,0
x_4	0,9	0,7	0,8
x_5	0,6	0,7	0,7

Учитывая максимальные функции принадлежности объектов, окончательно имеем $P_1 = \{x_1, x_4\}; P_2 = \emptyset; P_3 = \{x_2, x_3\}$. Относительно объекта x_5 можно утверждать, что его статус не высокий. Для уточнения результатов, относящихся к x_5 , используем свертку (6.3.33). Определим γ_l по (6.3.32), что дает $\gamma_l = 0,4$, тогда $\gamma_M = 0,6$. Отсюда получаем, что объект x_5 может быть отнесен как к классу P_2 , так и к классу P_3 . Достоверность соотнесения к классу P_2 определяется значением $\nu_{z_2} = 0,8$, а к классу P_3 значением $\nu_{z_3} = 0,6$, т.е. выше. Следовательно, x_5 следует отнести к классу P_3 с низким статусом. Неопределенность соотнесения объектов классам обусловлена противоречивостью исходной информации, представленной в

виде матриц, а также довольно грубым заданием множества классов. Множество классов можно расширить, уточнив градации, например, полагая z_1 – очень высокий статус, z_2 – высокий, z_3 – довольно высокий, z_4 – средний, z_5 – довольно низкий, z_6 – низкий, z_7 – очень низкий.

Нечеткая логика. При этом подходе следует задать сигнатуру (область определения аргументов) и модуль правил. Сигнатура в нашем случае состоит из нечетких операций пересечения, объединения, импликации и отрицания. Модуль правил связывает область значений или изменения критериев (признаков, факторов) y_i с областью значений статуса объекта x и может быть записан в виде

$$*_i y_i(x) \rightarrow S_l(x), \quad (6.3.38)$$

где y_i – значение или область изменений признака i для объекта x ; $S_l(x)$ – область значений статуса объекта (эталона) x , определяющая его принадлежность к классу l ; $*$ – оператор «И» («ИЛИ»). Модуль правил играет роль общих знаний о предметной области. При поступлении фактической информации о значениях признаков, относящейся к некоторому объекту x_j , например, в виде $*_i y'_i(x_j)$, вывод о принадлежности x_j к определенному классу (классам) делается на основе правила «модус-поненс». Имеем

$$*_i y'_i(x_j) R (*_i y_i(x) \rightarrow S_l(x)) \rightarrow S'_l(x_j) R S_l(x), \quad (6.3.39)$$

где R – отношение согласования фактов с условной частью модуля правил и объекта x_j с объектом (эталонном) x . Для решения обратной задачи, т.е. тестирования классов по имеющейся информации, применяется правило «модус-толленс»

$$(*_i y_i(x) \rightarrow S_l(x)) R' S'_l(x_j) \rightarrow *_i y''_i(x_j) R' *_i y_i(x), \quad (6.3.40)$$

где $S'_l(x_j)$ – отрицательное заключение о статусе объекта x_j ; $*_i y''_i(x_j)$ – отрицательное заключение о фактах; R' – отношение различения.

Для задачи диагностирования, рассмотренной выше, модуль правил имеет вид

$$k = \tilde{K}_0^{(l)} \rightarrow x = x_0^{(l)}, \quad (6.3.41)$$

где $l=1,2,3$; k, x – векторные переменные, которые могут быть четкими или нечеткими.

Правило модус-поненс имеет вид

$$K^p R (k = \tilde{K}_0^{(l)} \rightarrow x = x_0^{(l)}) \rightarrow x_p R x_0^{(l)}, \quad (6.3.42)$$

где сохранены все обозначения задачи диагностирования. Аналогично представляется и правило модус-толленс.

Запишем вывод через функцию принадлежности. Сначала определяется область пересечения нечеткого факта с условной частью модуля правил

$$\mu_{\tilde{K}^p \cap \tilde{K}_0^{(l)}}(k) = \min(\mu_{\tilde{K}^p}(k), \mu_{\tilde{K}_0^{(l)}}(k)), \quad (6.3.43)$$

где p пробегает значения $1, \dots, 5$. Затем с помощью модуля правил определяется область пересечения объекта \tilde{x}_p с эталоном $\tilde{x}_0^{(l)}$

$$\mu_{\tilde{x}_p \cap \tilde{x}_0^{(l)}}(x) = \max_k \min(\mu_{\tilde{K}^p \cap \tilde{K}_0^{(l)}}(k), \mu_{R \rightarrow}(k, x)), \quad (6.3.44)$$

где $\mu_{R \rightarrow}(k, x)$ – функция принадлежности отношения $R \rightarrow$, соответствующего операции импликации. Наконец, степень согласования объекта \tilde{x}_p с эталоном $\tilde{x}_0^{(l)}$ определяется в виде

$$\alpha(\tilde{x}_p, \tilde{x}_0^{(l)}) = \max_x \mu_{\tilde{x}_p \cap \tilde{x}_0^{(l)}}(x). \quad (6.3.45)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\mu_{\tilde{K}^p}(k) = \min(\mu_{\tilde{K}_1^p}(k), \dots, \mu_{\tilde{K}_n^p}(k)); \quad (6.3.46)$$

$$\mu_{\tilde{K}_0^{(l)}}(k) = \min(\mu_{\tilde{K}_{01}^{(l)}}(k), \dots, \mu_{\tilde{K}_{0n}^{(l)}}(k)). \quad (6.3.47)$$

$$\mu_{R \rightarrow}(k, x) = \min(\mu_{\tilde{K}_0^{(l)}}(k), \mu_{\tilde{x}_0^{(l)}}(x)), \quad (6.3.48)$$

где $n = 8$ – число нечетких критериев, по которым оцениваются объекты и эталоны (см. табл. 24). Достоверность вывода определяется сравнением $\alpha(\tilde{x}_p, \tilde{x}_0^{(l)})$ с индексом нечеткости с учетом сделанных выше замечаний о выборе порога достоверности.

Изложенный подход может быть обобщен на случай, когда антецедент и консеквент снабжены оценками доверия (точечными или интервальными). Преимущество нечеткого вывода состоит в возможности использовать для правил независимые оценки достоверности, что повышает надежность результатов. Кроме того, этот подход позволяет более гибко учитывать всю исходную информацию о значениях критериев, которая может иметь иной вид, чем в табл. 24, и базироваться на прямых экспертных оценках сравнения объектов и эталонов.

В качестве второго примера рассмотрим задачу из § 4.4, в которой нужно было принять решение (брать или не брать плащ) при нечеткой информации о состоянии среды. Полное решение включает четыре оценки, относящиеся к возможности не брать плащ, возможности брать плащ, необходимости не брать плащ и необходимости брать плащ, из которых наибольший интерес представляют первая и четвертая оценки. Покажем, как получается первая оценка. Для выводов используем нечеткое правило "модус поненс"

$$\tilde{X}_1 R (x = \tilde{X} \rightarrow y = \tilde{Y}) \rightarrow \tilde{Y}_1 R \tilde{Y}, \quad (6.3.49)$$

где \tilde{X}_1 – нечеткое множество, описывающее фактические знания о состоянии среды, \tilde{Y}_1 – нечеткое множество, относящееся к заключению о возможности не брать плащ, $\tilde{X} \rightarrow \tilde{Y}$, или $\tilde{R} \rightarrow$ – нечеткий условный оператор, устанавливающий связь состояния среды с заключением. В этом случае оценка возможности не брать плащ даётся выражением

$$\mu_{\tilde{Y}_1}(y) = \max_x \min(\mu_{\tilde{X}_1}(x) \mu_{\tilde{R} \rightarrow}(x, y)). \quad (6.3.50)$$

Пусть для определенности состояние среды характеризуется двумя параметрами: сила дождя и его продолжительность, которые описываются нечеткими множествами \tilde{A} и \tilde{B} соответственно. Нечеткое условие имеет вид

$u = \tilde{A} \wedge v = \tilde{B} \rightarrow y = \tilde{Y}$ (где \wedge – операция «и»), а окончательный результат, представляющий оценку возможности не брать плащ, имеет вид

$$\mu_{\tilde{Y}}(y) = \min(\mu_{\tilde{Y}(\tilde{A})}(y), \mu_{\tilde{Y}(\tilde{B})}(y)), \quad (6.3.51)$$

$$\mu_{\tilde{Y}(\tilde{A})}(y) = \max_u \min(\mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{R} \rightarrow}(u, y)), \quad (6.3.52)$$

$$\mu_{\tilde{Y}(\tilde{B})}(y) = \max_v \min(\mu_{\tilde{B}}(v), \mu_{\tilde{R} \rightarrow}(v, y)), \quad (6.3.53)$$

где нечеткие множества \tilde{A}_1 и \tilde{B}_1 описывают фактические знания о параметрах состояния среды, например, "довольно сильный дождь", "кратковременный дождь" и т.п. Для функции принадлежности отношения $\mu_{\tilde{R} \rightarrow}$ могут использоваться различные свертки, определяемые характером зависимости и стратегией ЛПР. Например, хорошее совпадение с реальностью дает свертка вида $\mu_{\tilde{R} \rightarrow}(u, y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(u), \mu_{\tilde{Y}}(y))$. Оценка необходимости брать плащ может быть построена независимо аналогичным образом, либо определена как дополнительная к полученной, т.е. как $1 - \mu_{\tilde{Y}}(y)$. Достоверность вывода определяется соотношением $\mu_{\tilde{Y}}(y) > 2/3$.

Изложенные подходы к задаче нечеткого выбора позволяют повысить гибкость (адаптивность) и расширить функциональные возможности системы принятия решений при использовании ненадежных, неполных, противоречивых данных.

6.4. Определение надежности и качества систем

Во многих случаях целью анализа является оценка характеристических свойств систем. К таким свойствам относятся, в частности, надежность и качество системы.

Оценка надежности функционирования систем использует понятие структурной функции. Определение структурной функции системы, принятое в теории надежности, опирается на соотношения теории вероятностей. Мы применим для представления структурных функций теорию нечетких множеств, что значительно облегчит выполнение расчетов и делает их более наглядными. Введем бинарные переменные x, y, z, \dots , каждая из которых принимает лишь два значения $\{0;1\}$, и определим для них две операции: умножение (\bullet) и кооперативное суммирование ($\hat{+}$)

$$x \bullet y = xy \quad (6.4.1)$$

$$x \hat{+} y = sum(x, y) = x + y - xy. \quad (6.4.2)$$

Структурная функция системы определяется применением к переменным x, y, z, \dots операций \bullet и $\hat{+}$. Она имеет вид

$$f(x, y, \dots; \bullet, \hat{+}). \quad (6.4.3)$$

Например,

$$f(x, y, z) = x \hat{+} xy \hat{+} yz. \quad (6.4.4)$$

Каждой структурной функции соответствует графическое представление системы, в котором параллельному соединению компонентов (элементов) соответствует операция $\hat{+}$, а последовательному – операция \bullet . Так, функции (6.4.4) соответствует схема, состоящая из трех параллельных компонентов. Первый компонент состоит из элемента X , второй компонент – из последовательно соединенных X и Y ; третий – из последовательно соединенных элементов Y и Z . Мы не будем использовать графическое представление, ввиду его громоздкости, и ограничимся словесным описанием, которое вполне понятно.

Обычно для представления структурной функции используется каноническая (приведённая) форма, которая имеет наиболее простой вид и не содержит степеней и подобных членов (аналогично многочленам в алгебре). Для упрощения структурных функций используются свойства поглощения

$$x(x \hat{+} y) = x, \quad (6.4.5a)$$

$$x \hat{+} xy = x. \quad (6.4.5b)$$

Соотношения (6.4.5a), (6.4.5b) эквивалентны. Поясним их действие примером. Каноническая форма функции (6.4.4) имеет вид

$$f_0(x, y, z) = x \hat{+} yz, \quad (6.4.4a)$$

так как по (6.4.5b) имеем $x \hat{+} xy = x$. Рассмотрим в качестве примера систему, структурная функция которой имеет вид

$$f_1(x, y, z) = xy \hat{+} xz \hat{+} y \hat{+} xyz. \quad (6.4.6)$$

Из (6.4.6) следует, что система состоит из четырех параллельных компонентов XY , XZ , Y , и XYZ , причем первый компонент содержит два последовательных элемента X и Y , второй – X и Z , третий – один элемент Y , четвертый – три последовательных элемента X , Y и Z . Применяя свойство (6.4.5b), получаем каноническую форму в виде

$$f_{10}(x, y, z) = y \hat{+} xz, \quad (6.4.6a)$$

так как $y \hat{+} xyz = y$ и $xy \hat{+} y = y$.

Чтобы оценить надёжность системы по структурной функции, сопоставим каждому аргументу этой функции состояние компонента

(элемента) системы. Будем считать, что, например, компонент X функциональный, если соответствующая ему бинарная переменная (аргумент) $x=1$, и не функциональный, если $x=0$. В этом случае, очевидно, что структурная функция $f(x, y, \dots; \bullet, \hat{+})$ также является бинарной и принимает значения $\{0;1\}$. Система S функциональная (т.е. безотказно работает), если её структурная функция $f=1$, и нефункциональная (т.е. не работает), если $f=0$. Так как надежность системы определяется через вероятности безотказной работы ее компонентов, то нужно перейти от переменных x, y, z, \dots к вероятностям p_x, p_y, p_z и т.д., где p_x – вероятность того, что компонент X функциональный и т.д.

Обозначим вероятность, что система S функциональная, т.е. надежность системы, как p_S . Между структурной функцией f и вероятностью p_S имеется взаимнооднозначное соответствие (изоморфизм). Удобство использования функции f в том, что для операций \bullet и $\hat{+}$ выполняется свойство идемпотентности, которое имеет вид

$$x \bullet x \equiv x^2 = x, \quad (6.4.7)$$

$$x \hat{+} x \equiv x + x - x^2 = x. \quad (6.4.8)$$

Для обычного сложения $x+x=2x$, и сумма выходит за пределы $\{0;1\}$, поэтому ее нельзя сопоставить вероятности. Для того чтобы перейти от f к p_S нужно в f заменить операцию $\hat{+}$ на обычное сложение согласно (6.4.2), затем, применяя для упрощения свойства идемпотентности (6.4.7), (6.4.8), избавиться от степеней, и, наконец, перейти к вероятностям, заменяя x на p_x , y на p_y и т.д. Таким образом, надежность системы определяется структурной функцией, в которой аргументами являются вероятности функциональности отдельных компонентов системы, связанные обычными операциями сложения и умножения. Мы можем записать

$$p_S = f_S(p_x, p_y, p_z, \dots; +, \bullet), \quad (6.4.9)$$

где f_S – приведенная структурная функция системы. Проиллюстрируем это на примере системы, представленной (6.4.6а). Переходим к обычной операции сложения, что дает

$$f_{10}(x, y, z) = y + xz - xyz. \quad (6.4.10)$$

Поскольку все переменные входят в первой степени, то сразу получаем, заменяя x на p_x и т.д.

$$p_S = f_S(p_x, p_y, p_z) = p_y + p_x p_z - p_x p_y p_z. \quad (6.4.11)$$

Выражение (6.4.11) можно преобразовать, вводя вероятность отказа

$\bar{p}_y = 1 - p_y$, но мы не будем этим заниматься, ввиду очевидности преобразований. Изложенный подход применяется к техническим системам. Однако для сложных интеллектуальных систем, а также при теоретическом анализе технических систем удобно использовать нечеткий подход. Действительно, в первом случае числовая оценка надежности часто не может быть выполнена. Например, оценка надежности человека или предприятия величиной 90% мало о чем говорит. Во втором случае, т.е. при теоретическом анализе, часто бывает необходимо оперировать оценками, не зависящими от контекста. При нечетком подходе представим надежность системы в виде нечеткой переменной. Тогда выражение (6.4.9) преобразуется к виду

$$\tilde{p}_S = \tilde{f}_S(\tilde{p}_x, \tilde{p}_y, \tilde{p}_z, \dots; \tilde{+}, \tilde{\bullet}), \quad (6.4.12)$$

где все величины являются нечеткими, и операции выполняются с нечеткими величинами. Результат получается в виде функции принадлежности $\mu_{\tilde{p}_S}$, описывающей нечеткую величину \tilde{p}_S . Для представления \tilde{p}_S удобно использовать нечеткие градации, например, ОВ, В, С, Н, ОН (см. ниже). В этом случае вычисления упрощаются. Для этого достаточно заметить, что при выполнении операции умножения значение произведения $\tilde{p}_x \tilde{p}_y$ сдвигается в меньшую сторону на одну градацию относительно наименьшей градации сомножителей, так как операция \min является наибольшей операцией пересечения ($\min(x, y) > xy$). При перемножении трех величин происходит сдвиг в меньшую сторону на две градации и т.д. Очевидно, что если достигнута наименьшая градация (в нашем случае ОН или ООН), то дальнейшее умножение ничего не дает. Например, если $\tilde{p}_x = C$ и $\tilde{p}_y = B$, то $\tilde{p}_x \tilde{p}_y = H$. При выполнении операции суммирования, наоборот, происходит сдвиг суммы двух нечетких величин в большую сторону на одну градацию относительно наибольшей градации слагаемых, так как операция $\hat{+}$ больше операции \max . При суммировании трех величин происходит сдвиг в большую сторону на две градации и т.д. Очевидно, что если достигнута наибольшая градация (в нашем случае ОВ или ООВ), то дальнейшее сложение ничего не дает. Например, если $\tilde{p}_x = B$, $\tilde{p}_y = C$, то $\tilde{p}_x \hat{+} \tilde{p}_y = OB$. В первом приближении для произведения нечетких величин, представленных нечеткими градациями, можно записать

$$\tilde{p}_S = \min(\tilde{p}_x, \tilde{p}_y, \dots) - k \quad (6.4.13a)$$

где k – число градаций, на которое уменьшается минимум, равное числу нечетких сомножителей без единицы. При этом левая часть должна оставаться в пределах допустимых градаций. Аналогично для суммы нечетких величин в первом приближении запишем

$$\tilde{p}_S = \max(\tilde{p}_x, \tilde{p}_y, \dots) + l, \quad (6.4.13б)$$

где l – число градаций, на которое увеличивается максимум, равное числу нечетких слагаемых без единицы. При этом левая часть должна оставаться в пределах допустимых градаций. Более точные оценки могут быть получены сопоставлением нечетких градаций соответствующим числовым интервалам [40], причем результат не зависит от числового контекста.

Оценка качества функционирования системы может быть проведена на основе нечетких переменных. Будем описывать качество функционирования системы в виде нечетких градаций, например: очень-очень высокое значение (ООВ), очень высокое значение (ОВ), высокое (В), среднее (С), низкое (Н), очень низкое (ОН), очень-очень низкое, или не работает (ООН). Каждому компоненту X системы S соответствует то или иное значение нечеткой переменной \tilde{x} , представленной нечеткими градациями. Для последовательного соединения компонентов функция, характеризующая качество функционирования системы, определяется свёрткой (операцией) \min

$$\tilde{g}_{\rightarrow}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \min(\tilde{x}, \tilde{y}) \equiv \tilde{x} \wedge \tilde{y}. \quad (6.4.14)$$

Для параллельного соединения используется свёртка (операция) \max

$$\tilde{g}_{\uparrow}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \max(\tilde{x}, \tilde{y}) \equiv \tilde{x} \vee \tilde{y}. \quad (6.4.15)$$

Для упрощения функций используются свойства поглощения

$$\tilde{x} \vee (\tilde{x} \wedge \tilde{y}) = \tilde{x}, \quad (6.4.15а)$$

$$\tilde{x} \wedge (\tilde{x} \vee \tilde{y}) = \tilde{x}. \quad (6.4.15б)$$

Кроме того операции \min , \max обладают свойствами идемпотентности и взаимной дистрибутивности

$$\tilde{x} \vee \tilde{x} = \tilde{x}, \quad (6.4.16а)$$

$$\tilde{x} \wedge \tilde{x} = \tilde{x}, \quad (6.4.16б)$$

$$\tilde{x} \vee (\tilde{y} \wedge \tilde{z}) = (\tilde{x} \vee \tilde{y}) \wedge (\tilde{x} \vee \tilde{z}), \quad (6.4.17а)$$

$$\tilde{x} \wedge (\tilde{y} \vee \tilde{z}) = (\tilde{x} \wedge \tilde{y}) \vee (\tilde{x} \wedge \tilde{z}), \quad (6.4.17б)$$

где \tilde{x} , \tilde{y} , \tilde{z} – нечетные переменные. Выражения (6.4.15а) – (6.4.17б) позволяют представить функцию \tilde{g} в каноническом виде. Функция \tilde{g} является показателем качества функционирования системы. Рассмотрим в виде примера систему S , состоящую из двух последовательных компонентов X и Y , причем компонент Y состоит из трех параллельных ветвей: первая ветвь содержит три последовательных элемента x , y и z ; вторая – два последовательных элемента x и z ; третья состоит из одного элемента x . Компонент X состоит из одного элемента x . Показатель качества функционирования системы имеет вид

$$g_S(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = ((\tilde{x} \wedge \tilde{y} \wedge \tilde{z}) \vee (\tilde{x} \wedge \tilde{z}) \vee \tilde{y}) \wedge \tilde{x}, \quad (6.4.18)$$

где \tilde{x} , \tilde{y} , \tilde{z} – нечеткие переменные, связанные с элементами x , y , z соответственно. Применяя правила поглощения и свойства дистрибутивности и идемпотентности, получаем

$$g_s(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = (\tilde{x} \wedge \tilde{y}) \vee (\tilde{x} \wedge \tilde{z}). \quad (6.4.18a)$$

Чтобы провести расчет, предположим, что $\tilde{x} = OB$, $\tilde{y} = B$, $\tilde{z} = C$. Тогда из (6.4.18a) имеем

$$g_s(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = B, \quad (6.4.19)$$

т.е. качество функционирования системы – высокое.

Отметим, что система не работает (нефункциональная), если x не работает, или одновременно y и z не работают, или x , y и z одновременно не работают. Следовательно, качество функционирования системы и её функциональность не тождественны друг другу. Чтобы это пояснить, рассмотрим систему S , состоящую из двух последовательных компонентов. Для структурной функции имеем

$$f_s = xy. \quad (6.4.20)$$

Для показателя качества функционирования получаем

$$g_s = \tilde{x} \wedge \tilde{y}. \quad (6.4.21)$$

Надёжность системы S равна $p_s = p_x p_y$, а качество функционирования $g_s = \min(\tilde{x}, \tilde{y})$. Если $p_x \cong p_y$, то $p_s = p_x^2$, т.е. надёжность системы при $p_x \neq 0;1$, $p_y \neq 0;1$ может сильно уменьшиться по сравнению с надёжностью отдельного компонента. В то же время качество функционирования остается в этом случае примерно на том же уровне. Если два компонента системы S соединены параллельно, то имеем

$$f_s = x \hat{+} y. \quad (6.4.22)$$

В этом случае для надёжности получаем $p_s = p_x + p_y - p_x p_y$. Для показателя качества функционирования имеем $g_s = \max(\tilde{x}, \tilde{y})$. Если $p_x \cong p_y$, то $p_s = 2p_x - p_x^2 = p_x + p_x(1 - p_x)$, т.е. надёжность системы увеличивается при $p_x \neq 0;1$ по сравнению с отдельным компонентом, хотя и не слишком сильно. Для показателя качества при $p_x \cong p_y$ имеем $g_s = \tilde{x}$, т.е. качество функционирования остается на том же уровне, что и для отдельного компонента.

Таким образом, при параллельном соединении двух систем или их частей (подсистем, компонентов, элементов) ни надёжность, ни качество функционирования не ухудшаются. При последовательном соединении систем ни надёжность, ни качество функционирования общей системы не улучшаются. При соединении близких по надёжности и качеству систем, тип соединения (последовательный или параллельный) гораздо сильнее

сказывается на надежности, особенно, если надёжность соединяемых систем мала. В то же время качество функционирования практически остается на том же уровне.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [6, 11, 12, 16, 17, 19, 22, 23, 24, 28, 37, 38, 39, 40, 52].

Приложение 1

Контрольные вопросы

1. Что является предметом системного анализа?
2. Каковы основные идеи системного подхода?
3. Какие задачи решает системный анализ?
4. Что означает термин «системный анализ»?
5. Из каких научных направлений сложился системный анализ?
6. Чем отличаются термины «системный подход», «системный анализ», «системология»?
7. Каковы основные причины распространения системного подхода?
8. Объясните, почему сложные системы организованы иерархически?
9. Какие ученые внесли наибольший вклад в развитие системного анализа?
10. В чем основное преимущество методологии системного проектирования по сравнению с методом улучшения систем?
11. Что такое системная парадигма?
12. На чем основан метод улучшения систем?
13. Чем отличается метод улучшения систем от системного проектирования?
14. Какие принципы обеспечивают плодотворность применения системного подхода в различных областях?
15. Что называется системой?
16. От чего зависит считать объект системой или нет?
17. Какие признаки наиболее часто используют для определения системы?
18. Как различаются системы по числу элементов?
19. По каким признакам классифицируют системы?
20. В чем отличие абстрактных и физических систем?
21. Какие системы называются техническими?
22. Какие системы называются социальными?
23. Каковы особенности больших технических систем?
24. Чем различаются дискретные, непрерывные и импульсные системы?
25. Какие признаки положены в основу классификации систем по С. Биру?
26. Как построена классификация систем по К. Боулдингу?
27. Каковы особенности классификации Дж. Миллера?
28. Что такое элемент системы?
29. Что называется подсистемой?
30. В чем состоит процесс преобразования, происходящий в системе?
31. Что называется входным и выходным элементом системы?
32. Что является входным и выходным элементом банка, магазина, производственного предприятия, страховой компании, автотранспортного предприятия, холодильника, стиральной машины, учебного института?

33. Входами какой другой системы могут быть выходы автомобиля, банка, магазина, холодильника, производственного предприятия, учебного института? Выходы каких систем оказывают влияние на данные системы?
34. В чем состоит основное отличие входных элементов от ресурсов?
35. Что относится к ресурсам банка, учебного института, стиральной машины, магазина, автотранспортного предприятия, страховой компании, производственного предприятия, холодильника?
36. Как определяются результаты функционирования системы?
37. Что является результатом функционирования учебного института, банка, автомобиля, производственного предприятия, страховой компании, холодильника, стиральной машины, автотранспортного предприятия?
38. Как оцениваются затраты, результаты и прибыль системы?
39. Какие системы относятся к окружающей среде?
40. Объясните, что такое назначение и функция системы?
41. Какими признаками обладают системы и их элементы?
42. Как устанавливаются цели системы?
43. Объясните, для чего нужно формулировать конкретную цель при проектировании системы?
44. Какие критерии (меры эффективности) используются для оценки степени достижения цели системы?
45. Для чего в системе используются работы, задания, программы и компоненты?
46. Как определяются структура, организация, деятельность и поведение системы?
47. В чем отличие структуры системы от программы?
48. Какие системы относятся к классу автоматов?
49. Какие типы поведения характерны для автоматов?
50. Относятся ли к классу автоматов автомобиль, станок, стиральная машина, предприятие, банк, человек, институт?
51. Что такое система в целом?
52. Как и для чего определяются границы системы и окружающей среды?
53. Какие проблемы являются наиболее важными при использовании системного подхода для управления системой?
54. Как влияет установление целей на определение границ системы?
55. Как строится матрица «программы-элементы»?
56. Объясните на примере, как осуществляется управление системой?
57. В чем состоят роли планировщика и лица, принимающего решения?
58. Какие свойства систем относятся к структурным и какие к динамическим?
59. Какие факторы влияют на свойства системы?
60. Какие свойства характерны для организационно-технических систем?
61. Как можно оценить свойства системы?
62. Для чего используется схема системного анализа, из каких шагов она состоит?
63. Как определяется сложность системы?
64. Какие типы сложности имеет система?
65. Что такое предел Бреммерманна?

66. Как классифицируются системные задачи по сложности?
67. Как работает машина Тьюринга?
68. Как определяется временная функция сложности?
69. Какие классы задач можно выделить по их функции сложности?
70. Что такое проблема анализа?
71. Как решается проблема синтеза?
72. В чем состоит особенность проблемы оценки внешней среды?
73. Как решается проблема «черного ящика»?
74. Как строится порядковая функция системы без циклов?
75. Что такое ранжирование систем и их элементов?
76. Как построить порядковую функцию для системы с циклами?
77. Какие принципы используются при моделировании систем на разных уровнях: неживые, биологические, социальные системы?
78. Какие системы относятся к классу управляемых рефлексивных систем?
79. Какие механизмы поддержания равновесия характерны для систем разного уровня: неживые, биологические, социальные системы?
80. Как проявляют себя физические и критериальные ограничения при моделировании поведения систем?
81. Какова область применения моделей без управления, оптимизационных моделей и моделей для анализа конфликтных ситуаций?
82. Как связаны модели структуры, модели поведения и модели программы системы?
83. Объясните, что такое изоморфизм между системами?
84. Какие типы моделей используются для описания поведения систем?
85. Как строятся модели системной динамики?
86. Что такое декомпозиция систем и для чего она используется?
87. Как строится дерево целей?
88. Какие критерии используются при определении размеров дерева?
89. Из каких шагов состоит алгоритм декомпозиции?
90. Какие уровни выделяют при декомпозиции?
91. Объясните на примере, как строится дерево решений?
92. Из каких шагов состоит процесс проектирования систем?
93. Какие проблемы относятся к нравственным проблемам проектирования?
94. Чем обусловлены побочные эффекты при проектировании?
95. Какие модели выбора используются в различной информационной среде?
96. Какие количественные и качественные характеристики информации важны для системы?
97. Какую пользу дает информация при функционировании системы?
98. Что такое живучесть системы?
99. Какие механизмы использует система, чтобы остаться в области устойчивости с окружающей средой?
100. Какие факторы нужно учитывать при управлении системой и определении управляющих воздействий?

101. Объясните, как используется в управлении системой закон необходимого разнообразия Эшби?
102. Что понимается под принятием решений?
103. От каких факторов зависит принятие решений?
104. Что такое альтернатива, множество альтернатив, система предпочтений?
105. Из каких этапов состоит процесс принятия решений?
106. Какие признаки используются при классификации задач принятия решений?
107. В чем отличие одноцелевых и многоцелевых моделей?
108. Как строится модель «прибыль-издержки»?
109. Как строится модель «эффективность-затраты»?
110. Объясните на примере, как используются одноцелевые модели для получения наилучшего решения?
111. Чем отличаются аддитивные и мультипликативные функции полезности?
112. Как определяется вес факторов в методе А.Кли?
113. Какие методы многомерного шкалирования используются при принятии решений?
114. Чем обусловлена неоднозначность при решении многокритериальной задачи выбора?
115. Какие группы методов используются при решении задачи выбора?
116. В чем состоит метод свертки?
117. Какие типы сверток наиболее часто используются на практике?
118. В чем состоит метод пороговых критериев?
119. При каких условиях используется метод «расстояния»?
120. В чем состоит метод главного критерия?
121. Для чего используется метод Парето?
122. Какие альтернативы называются эффективными?
123. Как формулируется принцип Парето?
124. Как строится множество Парето?
125. Какие стратегии принятия решений используются при взаимодействии системы с окружающей средой?
126. Объясните, как действует метод гарантированного результата?
127. В каких системах используется принцип равновесия?
128. Как действует метод Нэша?
129. Какие типы функций выбора используются при принятии решений?
130. Какими свойствами характеризуются бинарные отношения?
131. В чем состоят особенности применения человеко-машинных (ЧМ) процедур принятия решений?
132. Какие методы поиска решения используются при решении задач выбора?
133. Объясните на примере, как действует метод стоимости?
134. Приведите пример использования эвристических методов
135. Чем отличаются полный перебор и имплицитный перебор?
136. Как можно формально описать систему?

137. Что такое топологический анализ?
138. Объясните на примере, как используется топологический анализ для изучения структуры системы?
139. Как определяются симплекс и комплекс?
140. Что такое анализ связности системы?
141. Какую информацию о системе дает структурный вектор?
142. Что показывает эксцентриситет симплекса?
143. Как определяются покрытие, разбиение и иерархия множества элементов системы?
144. Объясните на примере, как можно упростить систему с помощью построения разрешающих форм?
145. Какие аксиомы используются для определения сложности системы?
146. Что такое нечеткое множество и чем оно отличается от обычного множества?
147. Какие преимущества дает нечеткий подход в задаче выбора?
148. Как определяется наилучшее решение в нечеткой информационной среде?
149. Из каких шагов состоит алгоритм нечеткой классификации?
150. При каких условиях нечеткая логика может применяться для выбора наилучшего решения?
151. Как можно определить нечеткую меру расстояния?
152. Как определяется структурная функция системы?
153. Как можно оценить качество функционирования системы, используя нечеткую переменную?
154. Какие свойства используются при упрощении структурной функции и функции, характеризующей качество функционирования системы?
155. Как оценивается структурная функция системы с последовательным и параллельным соединением элементов?
156. Как оценивается показатель качества функционирования системы с последовательным и параллельным соединением элементов?

Приложение 2

Примеры решения задач

Задача 1.

Выберите хорошо известный Вам объект и проведите его системный анализ (например, это может быть измерительный или бытовой прибор, транспортное средство и т.п.) При анализе определите применительно к выбранной системе систему в целом, полную систему и подсистемы; окружающую среду; цели и назначение системы и подсистем; входы, ресурсы и затраты; выходы, результаты и прибыль; программы, подпрограммы и работы; исполнителей, лиц, принимающих решения (ЛПР) и руководителей; варианты системы, при использовании которых могут быть достигнуты поставленные цели; критерии (меры эффективности), по которым можно оценить достижение целей; модели принятия решения, с помощью которых можно оценить процесс преобразования входов в выходы или осуществить выбор вариантов; тип системы; обладает ли анализируемая система свойствами иерархической упорядоченности, централизации, инерционности, адаптивности, в чем они состоят?

Предположим, что фирма хочет повысить качество выпускаемой продукции (анализируемого объекта). Какие внешние системы необходимо при этом учитывать? Объясните, почему на решение этой проблемы влияет то, как устанавливаются границы системы и окружающей среды?

Методические указания

Цель задачи состоит в освоении основных понятий и схемы системного анализа. Строго говоря, схему системного анализа целесообразно применять к открытым системам (транспортным, экономическим, технологическим, социальным и т.п.), ее применение к техническим системам носит скорее иллюстративный характер. Однако в дидактических (обучающих) целях рекомендуется выбрать для анализа именно техническую систему, например, измерительный прибор, телевизор, магнитофон, холодильник, стиральная машина, транспортное средство, компьютер и т.п.

Наибольшую сложность представляет определение системы в целом и функциональных подсистем. Состав системы в целом зависит от задачи (цели) анализа. Например, для обеспечения нормального функционирования изучаемого объекта нужно учитывать одни системы, а при решении задачи его диагностирования или проектирования — другие.

Для цели обеспечения нормального функционирования изучаемого объекта применительно к технической системе типовой набор внешних систем, составляющих систему в целом, включает систему исполнителя (оператор, пользователь), систему объектов, связанных с назначением данной системы (система заказчика), например, для автомобиля это — система грузов, для компьютера — система задач и т.п., систему питания, систему обеспечения и обслуживания т.п.

При определении функциональных подсистем следует учитывать назначение системы и ее преобразовательные возможности, а также входные элементы системы. По преобразовательным возможностям целесообразно различать три типа систем: а) системы, в которых отсутствует преобразование входного элемента; б) системы, в которых изменяются отдельные характеристики входного элемента (точность, форма,

размеры, физические или технико-экономические параметры и т.п.); в) системы, в которых изменяется назначение входного элемента.

К первому типу относятся распределительные системы, причем распределение может быть пространственным, временным и (или) на элементах некоторого множества. Например, транспортная система распределяют в пространстве, система распределения энергетических или водных ресурсов распределяет во времени и пространстве, система социального обеспечения распределяет на элементах множества (людях) и т.п. Ко второму типу относится большинство технических систем. К третьему типу относятся так называемые большие системы, например, промышленные, технологические, экономические (на входе – сырье и комплектующие, на выходе – продукт, имеющий новое назначение).

Состав функциональных подсистем зависит также от вида входного элемента. Например, для систем, связанных с обработкой информации (измерительных, вычислительных), состав подсистем практически однотипен. Они включают систему ввода информации, систему преобразования информации, систему управления, систему вывода, резервную систему, систему обеспечения условий функционирования и т.п. Для технических систем, связанных с материальными объектами, состав подсистем несколько иной, например, система загрузки, приводная система, система управления, исполнительная система, вспомогательные и обеспечивающие системы и т.п.

Рассмотрим конкретные примеры.

Пример 1. Объект анализа – измерительное устройство. Цель анализа – обеспечение его нормального функционирования.

Решение.

1. Система в целом, полная система и подсистемы. Системный анализ характеризуется рассмотрением взаимосвязей изучаемого объекта на трех уровнях: внешнем по отношению к объекту, собственно объектном и на уровне подсистем. Схема взаимосвязей представлена на рис. 1. Внешний уровень включает те внешние системы, которые учитываются при решении задачи (для достижения цели анализа). Внешние системы определяют условия и ограничения на достижение цели. В данном случае в него входят:

S1 – система исполнителя (измеритель, экспериментатор);

S2 – система объектов измерения (измеряемые величины, источники входного воздействия);

S3 – система питания (аккумулятор, батарея, электрическая сеть);

S4 – система обеспечения условий эксперимента (заземление, термостаты, защитные экраны, климатическая камера и т.п.);

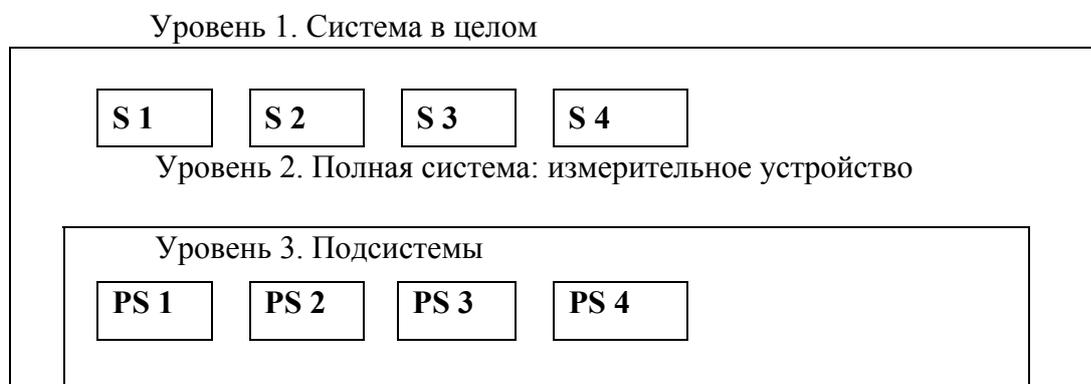


Рис.1. Представление уровней системы: измерительное устройство.

На втором уровне объект анализа рассматривается как совокупность функциональных подсистем, предназначенная для достижения определенной цели (целей), задаваемых внешними системами. Всегда имеется иерархия целей разного уровня, в которой изучаемый объект занимает определенное место. Объект на этом уровне рассматривается в конкретных условиях функционирования (см. п. 3 данной схемы).

На третьем уровне выделяются подсистемы объекта, необходимые для его функционирования с учетом условий и ограничений со стороны внешних систем. В данном случае уровень включает:

- PS1 – воспринимающая система (датчик);
- PS2 – система преобразования (преобразователь, усилитель);
- PS3 – система передачи (передаточный элемент): световод, электрическая линия);
- PS4 – система вывода (шкала, экран, цифровое табло, процессор и т.п.).

2.Окружающая среда. К ней относятся кроме перечисленных внешних систем S1...S4 также другие внешние системы, например S5 – природная среда, S6 – службы ремонта и поверки приборов, S7 – система обучения (техникумы, вузы) и т.п., которые не учитываются при решении нашей задачи (достижении цели).

3.Цели и назначение системы и подсистем. Назначение системы – измерение (решение определенного класса измерительных задач). Датчик предназначен для восприятия и предварительного преобразования входного воздействия (измеряемой величины). Усилитель (преобразователь) – для усиления выходного сигнала датчика и при необходимости его преобразования в удобную форму (например, в электрический сигнал). Передаточный элемент служит для передачи сигнала на расстояние. Устройство вывода – для обработки и хранения полученного сигнала, а также его индикации.

Цель задается экспериментатором, исходя из решаемой задачи, определяемой целями, условиями и ограничениями внешних систем. Например, целью может быть научный эксперимент, выполнение лабораторных работ, обеспечение технологического процесса и т.д. В зависимости от цели требования к измерительному устройству варьируются, например, они могут включать следующие показатели:

- вид измеряемой величины (например, электрическое напряжение постоянного тока);
- диапазон измерений (например, 1...10V);
- точность измерений (например, погрешность не более 1 %);
- время на одно измерение (например, не более 1 мин);
- условия измерений: температура, влажность, давление и т.п.

4.Входы, ресурсы и затраты. Входом является входное воздействие (измеряемая величина). К ресурсам относятся априорная (исходная) информация об измерительной задаче, электроэнергия, деньги, время и усилия на измерение. Затраты – это количественная оценка расхода ресурсов, например, количество информации – 10^6 бит, суточный расход электроэнергии – 1 кВт·час; расход денег (запчасти, обслуживание, заработная плата) – 10 у.е.; расход усилий – 1000 Ккал.

5.Выходы, результаты и прибыль. Выходом является результат измерения, например, $(6,56 \pm 0,06V)$. К результатам относятся апостериорная (полученная измерением) информация об измеряемой величине (значение величины и погрешность измерения), а также экономия денег, времени и усилий за счет получения измерительной информации, необходимой для достижения целей внешних систем. Прибыль – это количественная оценка экономии, например, экономия денег – 20 у.е., времени – 0,5 час, усилий – 3000 Ккал. Результаты и прибыль оцениваются по отношению к системе более высокого уровня (система управления, технологический процесс, производство, научные исследования, экологическая система и т.п.),

например, в виде влияния на уменьшение брака продукции, снижение трудозатрат, повышение эффективности управления, повышение точности научных результатов, снижение экологического риска и т.п.

6. Программы, подпрограммы и работы. Для технических систем выделяется уровень работ, связанных с различными режимами функционирования устройства. Например, если это цифровой вольтметр постоянного и переменного тока, то возможны следующие виды работ:

- измерение электрического напряжения постоянного тока;
- измерение электрического напряжения переменного тока;
- измерение электрического напряжения с максимальной точностью;
- проведение некоторого заданного числа измерений за ограниченное время;
- длительные периодические (например, в течение суток) измерения электрического напряжения на объекте и т.п.

7. Исполнители, ЛПП и руководители. Исполнитель – непосредственный измеритель (измерители); ЛПП – экспериментатор, постановщик измерительной задачи; руководитель – научный руководитель проекта, научно-исследовательской работы, в рамках которой выполняются измерения (такая работа может включать несколько экспериментов, выполняемых на разных приборах).

8. Варианты системы. Системы, при использовании которых могут быть достигнуты поставленные цели, определяются целью (целями), сформулированной в п.3 данной схемы. В данном случае это марки (типы) вольтметров, пригодные для достижения цели, например, вольтметры ВЧ-7, ВК2-17, ВК7-9, ВК7-15 и т.п.

9. Критерии или меры эффективности. Для измерительного устройства критериями степени достижения цели являются функциональные, технико-экономические, эргономические специальные показатели, а именно, характеристики его точности, быстродействия, универсальность и т.п., например, класс точности (не хуже 0,5), динамический диапазон измерений (не менее 10^6), затраты времени на одно измерение (не более 1 сек), виды измеряемых величин (напряжение, ток, сопротивление), а также надежность, расходы на эксплуатацию, экономичность, простота и удобство работы, габариты и т.п. Эти критерии определяются требованиями внешних систем.

10. Модели принятия решений. Различают модели двух типов: а) модели преобразования, связывающие вход и выход системы; б) модели выбора, позволяющие выбрать наилучший вариант системы для достижения цели, из некоторого исходного множества вариантов.

Модели 1-го типа используются в следующих формах:

$y = f(x)$, где x – вход, y – выход системы, f – функция (функционал);

$y = \hat{A}x$, где \hat{A} – матрица;

$y = Fx$, где F – оператор (отношение).

Эти модели применимы к ограниченному числу систем. Например, для линейного измерительного устройства входы и выходы связаны соотношением $y = k_0x$, где k_0 – статический коэффициент передачи. В нелинейном случае зависимость имеет вид функционала $y = \int S(x, y)dx$, где S – чувствительность устройства. Для сложного измерительного устройства имеем $y = k_3 \circ k_2 \circ k_1x$, где k_1 – оператор аналогового преобразования, k_2 – аналого - цифрового, k_3 – цифрового.

Если связь между входом и выходом не определяется в явном виде, то используются модели выбора, которые имеют более широкую область применимости. Например, можно использовать различные типы сверток (см. главу 5). Чтобы сделать

количественные оценки, нужно, используя цель из п. 3 и критерии из п. 9, провести ранжирование критериев по важности или считать их одинаково важными. Затем для каждого варианта из п. 8 оценить его пригодность для достижения цели по каждому критерию, например, в 10-балльной шкале и рассчитать значение общего критерия. Выбрать наилучший вариант для достижения цели. Предоставляем читателям сделать расчеты самостоятельно. Следует иметь в виду, что вид модели выбора зависит от цели.

11. *Тип системы.* Измерительное устройство – это техническая, относительно закрытая, статическая система; по преобразовательным возможностям относится ко второму типу (изменяются отдельные характеристики входного элемента).

12. *Свойства системы.* Система является иерархически упорядоченной, так как состоит из подсистем (см. п.1 данной схемы). Система централизована, так как центром является датчик. Система является инерционной, так как имеет конечное ($\neq 0$) время установления показаний и измерения. Система адаптивна, так как сохраняет свои функции при изменении квалификации измерителя, условий измерений (температуры, влажности, давления), при колебаниях электропитания и других возмущающих воздействиях.

13. *Принятие решения.* При принятии решения о повышении качества анализируемой системы (измерительного устройства) фирме необходимо учитывать следующие внешние системы: потребителей, которые определяют требования к качеству продукции; поставщиков, от которых зависит качество сырья и комплектующих; технологическую систему, которая влияет на возможность улучшения методов измерения и элементной базы; экономическую систему, от которой зависят финансовые условия деятельности фирмы и выбор стратегии (конкуренция, прибыль, ценообразование, налоги и т.п.). Учитывать или не учитывать ту или иную из перечисленных систем, зависит от того, какие ограничения она накладывает на принимаемое решение, а также от ресурсных возможностей фирмы (финансовых, временных, информационных и т.п.). Дополнить и конкретизировать ответ на этот вопрос предоставляем читателю.

Пример 2. Объект анализа – автомобиль. Цель анализа – обеспечение нормального функционирования автомобиля.

Решение.

1. *Система в целом, полная система и подсистемы* (см. рис.1 из первого примера):

S1 – система исполнителя (водитель, водительский состав);

S2 – система объектов перевозки (грузы, пассажиры);

S3 – система питания (автозаправочные станции);

S4 – система обеспечения и обслуживания (станции технического обслуживания);

S5 – система дорог.

Полная система – автомобиль, как совокупность функциональных подсистем. При определении подсистем типичная ошибка состоит в том, что набор подсистем оказывается неполным и слабо связанным с назначением автомобиля (например, кузов, кабина, колеса, карбюратор), либо, наоборот, избыточным, включающим большое число разнородных (структурных) частей. При выделении подсистем нужно учитывать назначение (функцию) автомобиля – перевозка (доставка) грузов (пассажиров). Рассуждать можно так: перевозимый объект нужно где-то разместить, значит должна быть PS_1 – система загрузки (например, кузов и приспособления); нужно перевезти объект на некоторое расстояние, значит должна быть PS_2 – приводная система (например, двигатель и трансмиссия); движение должно быть упорядоченным, значит должна быть PS_3 – система управления (например, рулевое управление и тормозы);

управляющее воздействие нужно передать, значит должна быть PS₄ – исполнительная система (ходовая часть). В скобках указаны структурные части, хотя они могут иметь и другой вид.

2. Окружающая среда включает наряду с перечисленными выше внешними системами S₁ ... S₅ также ряд других систем, которые могут в первом приближении не учитываться при решении нашей задачи, например, S₆ – природная среда, S₇ – система обучения водителей, S₈ – экономическая система (заводы изготовители, торгующие организации), S₉ – технологическая система и т.п.

3. Цели и назначение системы и подсистем. Назначение автомобиля – перевозка (доставка) грузов, пассажиров. Назначение подсистем вытекает из их названий и обсуждения в п.1 схемы. Цель формулируется, исходя из решаемой задачи, определяемой целями, условиями и ограничениями внешних систем. Например, грузовой автомобиль может использоваться для перевозки мебели, для перевозки крупногабаритных грузов, для обеспечения строительных площадок материалами и т.п. В зависимости от цели требования к автомобилю изменяются. Например, они могут включать следующие показатели:

- тип груза (например, твердые строительные материалы);
- масса груза (например, 3...5 тонн);
- расстояние (например, 60...80 км);
- время доставки (например, не более 1...1,5 час);
- характеристика местности (например, город и ближайшие окрестности);
- сохранность груза (например, потери не более 0,1%) и т.п.

4. Входы, ресурсы и затраты. Входом является объект перевозки (груз, пассажир). К ресурсам относятся: горюче-смазочные материалы, а также деньги, время и усилия на перевозку. Затраты определяются как расход ресурсов на перевозку при достижении цели, например, расход бензина – 20 л, расход денег 20 у.е., расход времени (трудозатраты) – 3 часа, расход усилий – 4000 Ккал (приведены для простоты точные оценки, хотя на практике они должны быть интервальными).

5. Выходы, результаты и прибыль. Выходом является объект перевозки (груз, пассажир), доставленный к месту назначения. К результатам относятся перевезенный груз, а также экономия денег, времени и усилий за счет перевозки при достижении целей внешних систем. Прибыль – это количественная оценка результатов в принятых единицах, например, экономия денег – 30 у.е., экономия времени – 1 час, экономия усилий – 4000 Ккал. Результаты и прибыль оцениваются по отношению к целям системы более высокого уровня (технологический процесс, выполнение проекта, выполнение заказа и т.п.) в виде влияния на уменьшение простоев, обеспечения непрерывности технологического цикла, уменьшения рекламаций и штрафных санкций и т.п.

6. Программы, подпрограммы и работы. Для технической системы выделяется уровень работ. Например, если это грузовой автомобиль, то возможны следующие виды работ:

- перевозка грузов различного назначения (твердых, сыпучих и т.п.);
- работа по графику;
- срочная доставка груза;
- перевозка груза на дальнее расстояние и т.п.

7. Исполнители, ЛПП и руководители. Исполнитель – водитель (водительский состав); ЛПП – прораб, диспетчер, начальник участка работ; руководитель – начальник работ, проекта, для которых выполняются перевозки.

8. Варианты системы для достижения цели определяются условиями и ограничениями п.3 схемы. Для приведенного примера это марки автомобилей,

пригодные для достижения цели, например, ГАЗ 53А, ГАЗ 5203, ЗИЛ 130, КАМАЗ 5410 и т.п.

9. Критерии для оценки достижения целей включают функциональные, технико-экономические, эргономические, а также специальные показатели, например, грузоподъемность, максимальная скорость, мощность двигателя, проходимость, а также надежность, экономичность, эксплуатационные расходы, комфорт, удобство управления, простота ухода и обслуживания и т.п., необходимые для достижения целей внешних систем.

10. Модели принятия решений. Для автомобиля следует использовать модель 2-го типа (модель выбора), так как модель 1-го типа не применима. При этом выполняются расчеты, позволяющие выбрать вариант системы, наиболее пригодный для достижения целей внешних систем (см. пример 1).

11. Тип системы. Автомобиль – это техническая, относительно закрытая, статическая система; по преобразовательным возможностям относится к первому типу (отсутствует преобразование входного элемента).

12. Свойства системы. Автомобиль обладает свойством иерархической упорядоченности, так как может быть разложен на подсистемы (см. п.1 схемы); автомобиль обладает свойством централизации, так как центром является двигатель; свойством инерционности, так как имеет конечное время разгона и торможения; автомобиль является адаптивной системой, так как сохраняет свою функцию при возмущающих воздействиях среды, например, при изменении квалификации водителя, качества топлива, качества ухода и обслуживания, качества дороги, изменении погодных условий и т.п.

13. Принятие решения. Ответ на этот вопрос составляется аналогично примеру 1. При определении внешних систем, влияющих на принятие решения, следует дополнительно учесть природную среду.

Задача 2.

Имеется система, заданная как множество элементов с отношением. Требуется разбить множество элементов на группы по степени проявления отношения.

Методические указания

Цель задачи состоит в освоении методов формализованного описания систем и анализа их структуры с использованием методов ранжирования. В этой задаче система представлена простым графом без контуров (циклов).

Рассмотрим конкретные примеры.

Пример 1. В лаборатории имеется парк измерительных приборов. Требуется оценить пригодность приборов для решения измерительной задачи, например, для измерения постоянного электрического напряжения в диапазоне (1...10) В с погрешностью не более 1%, затраты времени на измерение – не более 30 сек; условия измерения – нормальные. Число приборов (вольтметров) равно 5.

Решение.

Определим систему в виде $S = \{X, R\}$, где X – множество элементов (приборов); R – отношение порядка “Прибор $ИП_i$ лучше прибора $ИП_j$ для решения задачи” где $ИП_i, ИП_j \in X$. В нашем примере для простоты будем учитывать три показателя: точность, диапазон, быстродействие. Прибор $ИП_i$ считается лучше, чем прибор $ИП_j$, если он хотя бы по одной характеристике лучше, а по остальным не хуже. Определим для

отношения R матрицу инцидентий, которая устроена так: если прибор ИП_i лучше прибора ИП_j, т.е. отношение R выполняется, то в клетку (i,j) записывается 1; если же ИП_i не лучше ИП_j (хуже или равен), т.е. отношение R не выполняется, то в клетку (i,j) записывается 0. Матрица инцидентий состоит, следовательно, из нулей и единиц (см.табл.1). Матрица в табл.1 построена на основе информации о приборах, имеющих в лаборатории. Алгоритм решения строится так же как в § 3.3.

Шаг 1. Составляем вектор-строку A₀, равную сумме строк исходной матрицы A₀ = (3 2 0 4 0). Нули в строке A₀ дают элементы, которые лучше всех остальных по данному отношению. Эти элементы образуют порядковый уровень N₀. В нашем примере это ИП₃, ИП₅. Делается формальная запись {ИП₃, ИП₅} – N₀.

Шаг 2. Преобразуем строку A₀, а именно а) нули заменим знаком креста ×; б) исключим из строки A₀ значения, соответствующие “нулевым” элементам, т.е. ИП₃ и ИП₅ (рекомендуется в матрице зачеркнуть их волнистой линией). В итоге получим строку A₁ = (1 0 × 2 ×). Новые нули в строке A₁ дают элементы, которые лучше остальных по заданному отношению (кроме уже выделенных элементов ИП₃, ИП₅). В нашем случае это элемент ИП₂. Он образует порядковый уровень N₁, т.е. {ИП₂} – N₁.

Шаг 3. Преобразуем строку A₁ аналогично шагу 2 (пунктирная линия), в итоге получим строку A₂ = (0 × × 1 ×). Появившийся новый нуль соответствует элементу ИП₁, образующему порядковый уровень N₂: {ИП₁} – N₂.

Шаг 4. Преобразуем строку A₂, исключая значения, соответствующие “нулевому” элементу (две параллельные), и заменяя предыдущие нули крестом. В итоге получим строку A₃ = (× × × 0 ×). Новый нуль соответствует элементу ИП₄. Делает запись {ИП₄} – N₃.

Таблица 1

Матрица инцидентий для примера 1 задачи 2

Приборы	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅
O ₁	0	0	0	1	0
O ₂	1	0	0	1	0
O ₃	1	1	0	1	0
O ₄	0	0	0	0	0
O ₅	1	1	0	1	0

Результаты показывают, что элементы множества располагаются по уровням порядка следующим образом: {ИП₃, ИП₅} – N₀, {ИП₂} – N₁, {ИП₁} – N₂, {ИП₄} – N₃. Представим итоговый результат в виде порядкового графа, в котором на уровни порядка накладываются внутренние связи элементов (см. рис. 2)

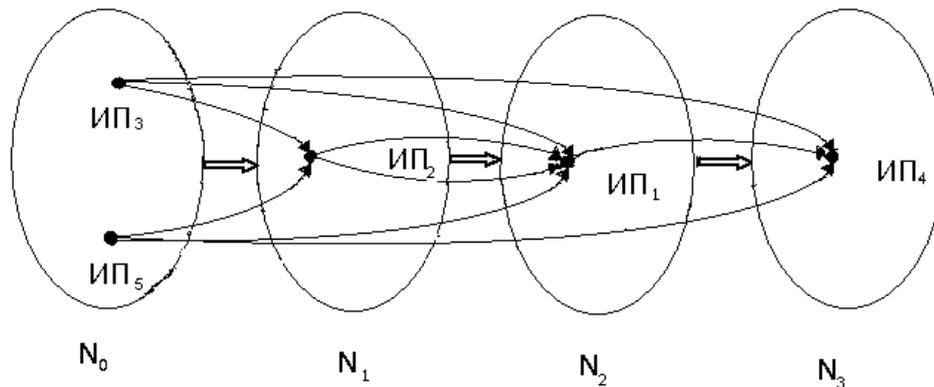


Рис. 2. Порядковый граф системы без циклов.

Таким образом, система разбивается на 4 порядковых уровня. Элементы (приборы) уровня N_0 {ИП₃, ИП₅} лучше всех других по отношению R , т.е. лучше всех подходят для решения измерительной задачи; элементы уровня N_3 хуже всех для решения задачи.

Пример 2. Процесс сборки изделия (автомобиля, прибора и т.п.) можно рассматривать как систему, элементами которой являются отдельные операции. Их взаимосвязь представлена матрицей инцидентий, приведенной в табл. 2. По данным таблицы постройте уровни порядка следования операций по очередности. Итоговый результат представьте в виде порядкового графа.

Решение.

Определим систему $S = \{X, R\}$, X – множество технологических операций, состоящее, например, из 5 операций: $X = (O_1, O_2, O_3, O_4, O_5)$; R – отношение порядка «операция O_i предшествует операции O_j ». Матрица инцидентий, представленная в табл.2, получена на основе анализа технологического процесса (она намеренно взята такой же, как в примере 1, чтобы показать, что метод решения не зависит от интерпретации множества элементов и отношения R).

Таблица 2

Матрица инцидентий для примера 2 задачи 2

Операции	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
O_1	0	0	0	1	0
O_2	1	0	0	1	0
O_3	1	1	0	1	0
O_4	0	0	0	0	0
O_5	1	1	0	1	0

Этот пример решается так же как пример 1. На первом шаге выделяются операции O_3, O_5 , образующие порядковый уровень $N_0: \{O_3, O_5\} - N_0$. Эти операции выполняются раньше всех других (им не предшествует никакая другая операция). На втором шаге после преобразования строки A_0 выделяется операция $O_2: \{O_2\} - N_1$, которая выполняется раньше всех других, кроме уже выделенных. На третьем шаге – операция $O_1: \{O_1\} - N_2$ и на четвертом – операция $O_4: \{O_4\} - N_3$. Элементы множества операций располагаются по уровням порядка следующим образом: $\{O_3, O_5\} - N_0, \{O_2\} - N_1, \{O_1\} - N_2, \{O_4\} - N_3$. Итоговый граф имеет такой же вид как в примере 1, только элементами в нем являются не приборы, а операции.

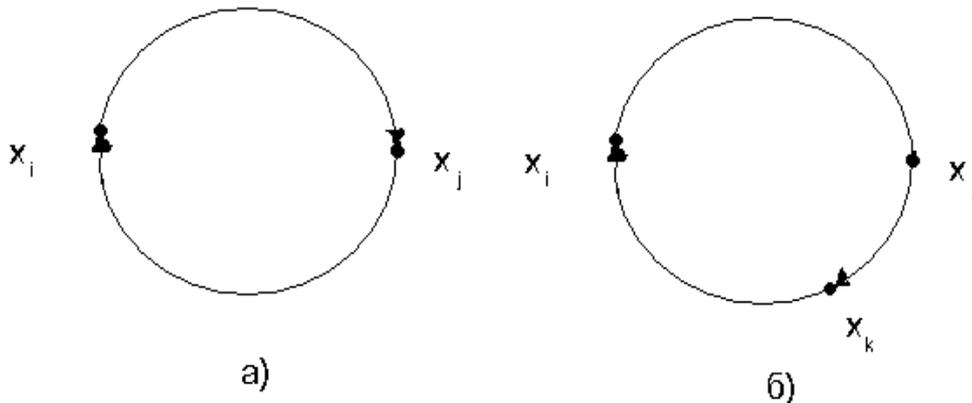
Таким образом, система разбивается на 4 порядковых уровня. Первыми выполняются операции уровня N_0 (O_3, O_5), а последними – операции уровня N_3 (O_4).

Задача 3.

Любая сложная система содержит обратные связи, т.е. циклы. Дана система с циклами, отношения между элементами которой представлены матрицей инцидентий. Требуется определить порядковую структуру системы.

Методические указания

Цель этой задачи аналогична задаче 2, но ее особенность состоит в том, что анализируемая система является более сложной и представлена графом с циклами. Алгоритм предыдущей задачи здесь не применим, так как в системе с циклами вектор-строка A_0 , либо одна из последующих строк не содержит нулей. Поэтому для ее решения сначала нужно объединить элементы, связанные циклом, в группы (в классы эквивалентности). Элементы x_i и x_j связаны циклом, если существует путь из элемента x_i в элемент x_j и обратно. Путь может быть прямым (рис.3а) или опосредованным, т.е. через другие элементы (рис.3б). В частности, при $i=j$ элемент x_i может замыкаться на себя, т.е. является циклическим элементом (рис.3в).



Примечание к табл.3. Часть единиц на главной диагонали для простоты опущена, что не влияет на конечный результат.

Решение.

Из табл.3 видно, что вектор-строка A_0 , равная сумме строк исходной матрицы, не содержит нулей, т.е. алгоритм задачи 2 применить невозможно. Решение строится по алгоритму, рассмотренному в § 3.3. Он представлен ниже более подробно.

Шаг 1. Проводим анализ исходной матрицы с целью выявления циклов. Анализ проводится последовательно сверху вниз, начиная с первой строки. Каждый элемент должен входить в один и только в один класс эквивалентности. Если какой-то элемент, например, x_1 уже проанализирован и включен в класс эквивалентности, то к нему уже не возвращаются при дальнейшем анализе. Класс эквивалентности может содержать цикл, а может состоять из отдельных изолированных элементов.

1-ая строка: исходный элемент x_1 . Выявляем его связи с другими элементами: x_1 связан с x_3 и x_5 . Смотрим строку x_3 . Наша цель – установить, есть ли обратный путь из x_3 в x_1 . Элемент x_3 связан с x_5 и x_7 ; x_5 связан с x_4 (возврат), т.е. пути к x_1 нет. Смотрим строку x_7 : x_7 связан с x_1 (получаем цикл). Отмечаем также, что элемент x_7 – циклический. Возвращаемся к строке x_1 и рассматриваем вторую ветвь: x_1 – x_5 . Элемент x_5 связан с x_4 , т.е. этот путь к x_1 не ведет. Наш анализ графически можно представить в виде рис. 4 (знаком \times отмечены пустые ветви).

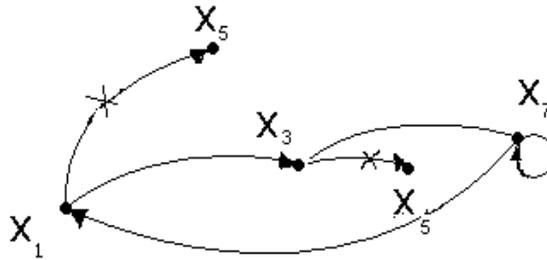


Рис. 4. Анализ связей элемента x_1 .

Окончательно имеем класс эквивалентности C_1 , представленный на рис. 5.

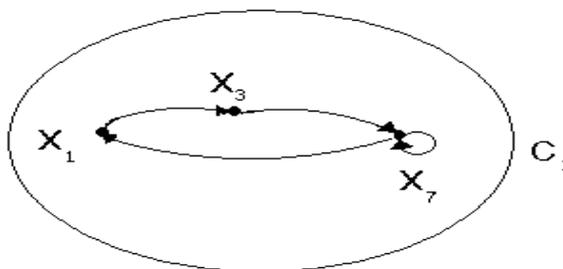


Рис. 5. Класс эквивалентности C_1 .

2-ая строка: исходный элемент x_2 . x_2 связан с самим собой, т.е. он циклический; x_2 связан с x_6 . Смотрим строку x_6 : x_6 связан с x_3 (возврат), т.е. к x_2 пути нет и это пустая ветвь. Окончательно класс эквивалентности C_2 представлен на рис. 6.

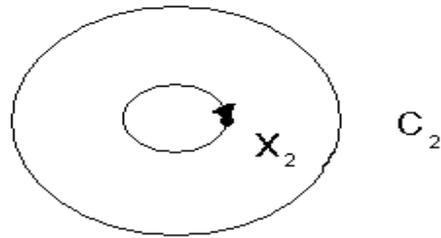


Рис. 6. Класс эквивалентности C_2 .

3-я строка: исходный элемент x_3 . Он уже вошел в класс C_1 , т.е. анализировать его связи не нужно.

4-я строка: исходный элемент x_4 . Он связан с самим собой, т.е. он циклический, а также с x_5 . Смотрим строку x_5 : элемент x_5 связан с x_4 , т.е. имеем цикл. Окончательно получаем класс C_3 , представленный на рис. 7.

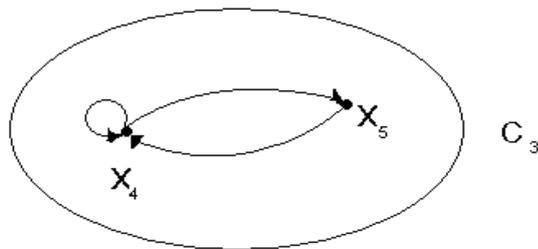


Рис. 7. Класс эквивалентности C_3 .

5-ая строка: исходный элемент x_5 . Он уже вошел в класс C_3 , т.е. анализировать не нужно.

6-я строка: исходный элемент x_6 . Он связан с x_3 (возврат), т.е. цикла нет. Элемент x_6 – изолированный и образует отдельный класс эквивалентности C_4 (см. рис. 8).

7-я строка: исходный элемент x_7 . Он уже включен в класс C_1 , т.е. анализировать не нужно.

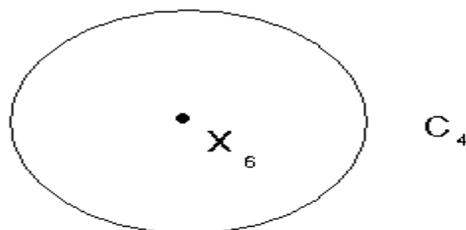


Рис. 8. Класс эквивалентности C_4 .

8-я строка: исходный элемент x_8 . Он не связан ни с каким другим элементом, поэтому является изолированным и образует отдельный класс эквивалентности C_5 (см. рис. 9).

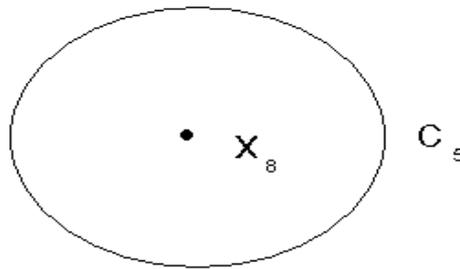


Рис. 9. Класс эквивалентности C_5 .

Таким образом, система содержит 5 классов эквивалентности.

Шаг 2. Проводится преобразование (зануление) исходной матрицы, состоящее в том, что для элементов, входящих в один класс (связанных одним циклом), единицы, соответствующие связи между ними, заменяются нулями.

1-ая строка: x_1 и x_3 связаны циклом, поэтому в ячейке (1, 3) 1 заменяется на 0; x_1 и x_5 циклом не связаны, поэтому в ячейке (1, 5) остается 1.

2-ая строка: x_2 –циклический элемент, поэтому в ячейке (2, 2) 1 заменяется на 0; x_2 и x_6 ; x_2 и x_8 циклом не связаны, поэтому в ячейках (2, 6) и (2, 8) остаётся 1.

3-я строка: x_3 и x_5 циклом не связаны – остается 1; x_3 и x_7 связаны циклом, поэтому 1 заменяется на 0.

4-я строка: x_4 – циклический элемент – в ячейке (4, 4) 1 заменяется на 0; x_4 и x_5 связаны циклом – в ячейке (4, 5) 1 заменяется на 0.

5-я строка: x_5 связан циклом с x_4 – в ячейке (5, 4) 1 заменяется на 0.

6-я строка: x_6 и x_3 циклом не связаны – в ячейке (6, 3) остается 1.

7-я строка: x_7 связан циклом с x_1 – в ячейке (7, 1) 1 заменяется на 0. x_7 – циклический элемент – в ячейке (7, 7) 1 заменяется на 0.

8-я строка пустая.

Отметим, что занулением мы нивелировали (устранили) различие между элементами, связанными циклом, т.е. они стали неразличимы между собой (в пределах класса эквивалентности), и матрица теперь циклов не содержит. Преобразованная матрица представлена в табл.4.

Таблица 4

Преобразованная матрица инциденций

неисправности	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1			0		1			
x_2		0				1		1
x_3					1		0	
x_4				0	0			
x_5								
x_6			1					
x_7	0						0	
x_8								

Шаг 3. К преобразованной матрице применим алгоритм задачи 2. Образует вектор-строку A_0 , равную сумме строк исходной матрицы $A_0 = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1)$. “Нулевые” элементы (x_1, x_2, x_4, x_7). Порядковый уровень образуют классы эквивалентности, а не отдельные элементы, т.е. пока не соберутся все элементы, входящие в один класс, они на данном уровне не показываются. В нашем случае элементы x_1 и x_7 не составляют класса (не хватает x_3); аналогично x_4 не образует класса (не хватает x_5); а вот элемент x_2 образует класс эквивалентности C_2 , поэтому он составляет порядковый уровень N_0 : $\{\{C_2\}\} - N_0$. Преобразуем строку A_0 аналогично задаче 2, получим строку $A_1 = (\times \times 1 \times 0 \times 0)$. “Нулевые” элементы: (x_6, x_8). Каждый из них образует отдельный класс, поэтому они выделяются на этом порядковом уровне N_1 : $\{\{C_4\}, \{C_5\}\} - N_1$. Преобразуем строку A_1 , получим строку $A_2 = (\times \times 0 \times 1 \times \times)$. “Нулевой” элемент x_3 . Он вместе с ранее выделенными элементами x_1, x_7 образует класс эквивалентности C_1 , который и составляет порядковый уровень N_2 : $\{\{C_1\}\} - N_2$. Преобразуем строку A_2 , получим строку $A_3 = (\times \times \times \times 0 \times \times \times)$. “Нулевой” элемент x_5 . Он вместе с ранее выделенным элементом x_4 образует класс C_3 , который и составляет порядковый уровень N_3 : $\{\{C_3\}\} - N_3$.

Окончательный результат имеет вид: $\{\{C_2\}\} - N_0, \{\{C_4\}, \{C_5\}\} - N_1, \{\{C_1\}\} - N_2, \{\{C_3\}\} - N_3$. Представим его в виде порядкового графа, в котором на уровне порядка (порядковую структуру) накладываются внутренние связи элементов (см. рис. 10).

Таким образом, система разбивается на 4 порядковых уровня. Наиболее предпочтительны (важны) классы неисправностей порядкового уровня N_0 (класс C_2), а наименее предпочтительны (важны) классы уровня N_3 (класс C_3).

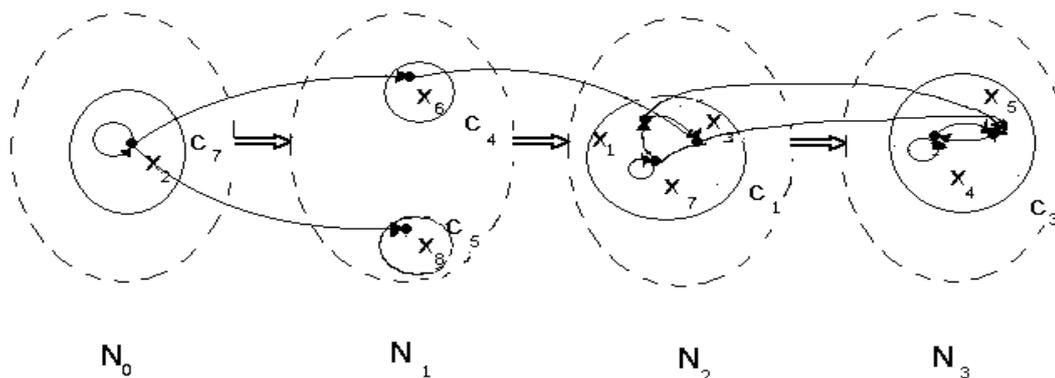


Рис. 10. Порядковый граф системы с циклами.

Задача 4.

Дана проблема и возможные варианты ее решения (множество допустимых альтернатив) V_1, V_2, \dots, V_k . Каждая альтернатива оценивается множеством (списком) критериев K_1, K_2, \dots, K_n . Требуется выбрать наилучший вариант решения (наилучшую альтернативу) и оценить последствия выбора (положительные и отрицательные).

Методические указания.

Цель задачи – освоение методов получения оптимального решения по многим критериям. Особенность этой задачи, характерная для практических задач управления и оптимизации, состоит в том, что исходная информация представлена в виде количественных и качественных экспертных оценок. Будем считать, что множество Парето построено (см. задачу 6). Используем для нахождения наилучшего решения метод анализа иерархий (метод собственных значений), основанный на аддитивной свертке, который позволяет найти наилучшее решение и оценить его достоверность. Название метода связано с тем, что решения принимаются на нескольких уровнях: сначала на уровне критериев, затем на уровне альтернатив. Преимуществом метода является также его применимость в нечетких ситуациях (см., например, [40]). Обычно метод применяется, когда число критериев $n \leq 10$; если $n > 10$, то используются обобщенные критерии, так чтобы их общее число не превышало 10, затем они подвергаются декомпозиции. Ниже приводится алгоритм решения.

Проводится предварительное ранжирование критериев, и они располагаются в порядке убывания важности $K_1 > K_2 > \dots > K_n$ (K_1 важнее K_2 и т.д.).

Проводится попарное сравнение критериев по важности по девятибалльной шкале, и составляется соответствующая матрица (таблица) размера $(n \times n)$: равная важность – 1; умеренное превосходство – 3; значительное превосходство – 5; сильное превосходство – 7; очень сильное превосходство – 9. В промежуточных случаях ставятся четные оценки 2, 4, 6, 8.

Например, если K_i умеренно превосходит K_j , то в клетку (i, j) таблицы ставится 3 (i – строка, j – столбец), а в клетку (j, i) – $1/3$ (обратная величина). Форма таблицы приведена ниже.

Определяется нормализованный вектор приоритетов (НВП) по следующей схеме:

а) рассчитывается среднее геометрическое элементов в каждой строке матрицы

$\alpha_1 = \sqrt[n]{\text{произведение элементов первой строки}},$

$\alpha_2 = \sqrt[n]{\text{произведение элементов второй строки}}, \dots,$

$\alpha_n = \sqrt[n]{\text{произведение элементов } n^{\text{ой}} \text{ строки}};$

б) рассчитывается сумма средних геометрических $\Sigma = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n;$

в) вычисляются компоненты НВП: 1^й компонент НВП $a_1 = \frac{\alpha_1}{\Sigma}$, 2^й компонент НВП

$a_2 = \frac{\alpha_2}{\Sigma}$, ..., n^й компонент НВП $a_n = \frac{\alpha_n}{\Sigma}$. Легко видеть, что сумма компонентов равна

единице. Каждый компонент НВП представляет собой оценку важности соответствующего критерия (1-й – первого, 2-й – второго и т.д.). Обратите внимание на то, что оценки важности критериев в таблице должны соответствовать предварительному ранжированию (см. п.1).

Проверяется согласованность оценок в матрице. Для этого подсчитываются три характеристики:

а) собственное значение матрицы λ_{\max} = сумма элементов 1^{го} столбца \times 1^й компонент НВП + сумма элементов 2^{го} столбца \times 2^й компонент НВП + ... + сумма элементов n^{го} столбца \times n^й компонент НВП, где \times – знак умножения.

б) индекс согласования $ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1};$

в) отношение согласованности $ОС = \frac{ИС}{ПСС},$

где ПСС – показатель случайной согласованности, определяемый теоретически для случая, когда оценки в матрице представлены случайным образом, и зависящий только от размера матрицы (см. табл.5).

Таблица 5

Значения ПСС

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ПСС	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Оценки в матрице считаются согласованными, если $ОС \leq 10-15\%$, в противном случае их надо пересматривать и корректировать.

Проводится попарное сравнение пригодности (ценности) вариантов по каждому критерию по той же шкале, что для критериев, и заполняются соответствующие таблицы (форма таблиц дана ниже). Подсчитываются $\lambda_{i \max}$, $ИС_i$, $ОС_i$ для каждой таблицы.

Определяется общий критерий (приоритет) для каждого варианта: $K(B_1)$ = оценка B_1 по первому критерию \times 1^й компонент НВП + оценка B_1 по второму критерию \times 2^й компонент НВП + ... + оценка B_1 по n^{му} критерию \times n^й компонент НВП. Аналогично подсчитываются $K(B_2)$, $K(B_3)$ и т.д., при этом в приведенном выражении B_1 заменяется соответственно на B_2 , B_3 и т.д.

Определяется наилучшее решение, для которого значение общего критерия K максимально.

Проверяется достоверность решения, для чего подсчитываются обобщенный индекс согласования $ОИС = ИС_1 \times 1^{\text{й}} \text{ компонент НВП} + ИС_2 \times 2^{\text{й}} \text{ компонент НВП} + \dots + ИС_n$

× $n^{\text{й}}$ компонент НВП и обобщенное отношение согласованности $ООС = \frac{ОИС}{ОПСС}$, где $ОПСС=ПСС$ для матриц сравнения вариантов по критериям. Решение считается достоверным, если $ООС \leq 10\text{-}15\%$, в противном случае нужно корректировать матрицы сравнения вариантов по критериям.

	$K_1 \ K_2 \ \dots \ K_n$	НВП
K_1		
K_2		
·		
·		
·		
·		
·		
K_n		
$\lambda_{\max} =$ $ИС =$ $ОС =$		

Форма таблицы сравнения критериев

K_j	$B_1 \ B_2 \ \dots \ B_k$	НВП
B_1		
B_2		
·		
·		
·		
·		
·		
B_k		
$\lambda_{\max j} =$ $j = \overline{1, n}$ $ИС_j =$ $ОС_j =$		

Форма таблиц сравнения вариантов по критериям

Следует иметь в виду, что для принятия обоснованного решения обычно приходится использовать несколько методов. Поэтому результат, полученный методом анализа иерархий, проверяется другими методами. После этого оцениваются последствия принятия решения, как положительные, так и отрицательные, имея в виду экономию (или дополнительные затраты) денег, времени, усилий и т.п., связанные с выполнением функции (достижением цели). Рассмотрим конкретный пример.

Пример1. Пусть проблема состоит в выборе средства измерений для решения некоторой измерительной задачи (класса задач). Число альтернатив (вариантов) равно 3. Множество альтернатив включает вариант 1 (B_1) – высокоточный аналоговый прибор с визуальным отсчетом; вариант 2 (B_2) – цифровой прибор; вариант 3 (B_3) – многофункциональная полуавтоматическая установка с выводом информации на экран. Каждая альтернатива оценивается по множеству критериев: точность (K_1), диапазон (K_2) быстродействие (K_3), универсальность (K_4), интенсивность эксплуатации (K_5), стоимость (K_6), простота и удобство эксплуатации (K_7), габариты (K_8) (критерии расположены в порядке убывания важности). Требуется выбрать наилучший вариант решения.

Решение.

Применим метод анализа иерархий. Решение строится в соответствии с методическими указаниями к этой задаче. Составляется матрица попарных сравнений критериев по важности (см. табл. 6).

Таблица 6

Сравнение критериев по важности

Критерии	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	НВП (вес критериев)
K ₁	1	3	1	3	5	6	6	7	0,277 (a ₁)
K ₂	1/3	1	2	4	5	6	7	8	0,238 (a ₂) и т.д.
K ₃	1	1/2	1	2	5	6	6	7	0,203
K ₄	1/3	1/4	1/2	1	5	5	6	8	0,131
K ₅	1/5	1/5	1/5	1/5	1	2	4	6	0,060
K ₆	1/6	1/6	1/6	1/5	1/2	1	4	4	0,045
K ₇	1/6	1/7	1/6	1/6	1/4	1/4	1	2	0,026
K ₈	1/7	1/8	1/7	1/8	1/6	1/4	1/2	1	0,011
									$\lambda_{\max} = 8,986$ ИС = 0,1408 ОС = 0,0999

Заполнение матрицы происходит следующим образом: если элемент i важнее элемента j , то клетка (i, j) , соответствующая строке i и столбцу j , заполняется целым числом, а клетка (j, i) , соответствующая строке j и столбцу i , заполняется обратным числом (дробью). Если же элемент j более важен чем элемент i , то целое число ставится в клетку (j, i) , а обратная величина — в клетку (i, j) . Если считается, что

элементы i, j одинаковы, то в обе клетки ставится единица. Сравнение элементов по относительной важности проводится по девятибалльной шкале (см. выше). При заполнении матрицы рекомендуется придерживаться следующих правил. Сначала расположите все критерии в порядке убывания их важности и пронумеруйте, т.е. тому критерию, который вы считаете в целом более важным, чем остальные, присвойте индекс K_1 , следующему по важности — индекс K_2 и т.д. (При этом не бойтесь ошибиться, так как эта оценка предварительная и ошибку можно будет в дальнейшем исправить). При предварительном ранжировании по важности на первые места ставятся функциональные критерии, на последующие — технико-экономические, затем эргономические и специальные (прочие). Хотя индивидуальные предпочтения могут быть разными, но нам важно получить типовое решение, основанное на системном (функциональном) подходе. Затем сформируйте таблицу. Ее заполнение проводится построчно, начиная с первой строки, т.е. с наиболее важного критерия (в нашем примере это K_1). Сначала следует проставить целочисленные оценки, тогда соответственные им дробные оценки получаются из них автоматически (как обратные к целым числам). При этом учтите, что, если какой-то критерий вы предварительно сочли в целом более важным чем остальные, то это не означает, что при попарном сравнении с другими, он обязательно будет превосходить каждый из них в отдельности. Однако, чем важнее критерий, тем больше целочисленных оценок будет в соответствующей ему строке матрицы, и сами оценки имеют большие значения. Так как каждый критерий равен себе по важности, то главная диагональ матрицы всегда будет состоять из единиц. При назначении оценок надо обращать внимание на их взаимную согласованность. Например, если превосходство K_1 над K_2 значительное (оценка 5), а над K_3 — между значительным и умеренным (оценка 4), то отсюда следует, что K_3 будет немного превосходить K_2 . Поэтому при заполнении строки K_3 в клетку (K_3, K_2) нельзя ставить произвольную оценку; она должна быть равна 2 либо 3, т.е. показывать незначительное превосходство K_3 над K_2 , в противном случае это приведет к рассогласованию оценок в матрице и низкой достоверности результатов. Отметим, что в рассматриваемом примере умышленно введено рассогласование оценок в табл.6, чтобы показать возможности метода. Когда заполнение матрицы закончено, все оценки проставлены и проверены на взаимную согласованность, переходят ко второму этапу.

Рассчитываются компоненты нормализованного вектора приоритетов. Для каждой строки все элементы перемножаются, и из произведения извлекается корень n -й степени (где n — число элементов). Полученные числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ суммируются $\Sigma = \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$. Затем каждое из чисел делится на полученную сумму (Σ), что дает компоненты вектора приоритетов. Так, для табл.6 $\alpha_1 = \sqrt[8]{1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 7}$; $\alpha_2 = \sqrt[8]{1/3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}$ и т.д. Первый компонент вектора приоритетов: $a_1 = \alpha_1 / \Sigma = 0,277$; второй компонент: $a_2 = \alpha_2 / \Sigma = 0,238$ и т.д. Компоненты вектора дают численную оценку относительной важности (приоритета) критериев. Из табл. 6 следует, что наиболее важным является критерий K_1 , а наименее важным K_8 . Отметим, что сумма компонентов вектора приоритетов равна единице, т.е. он нормализован.

На следующем шаге проверяется согласованность оценок в матрице. Для этого рассчитывается λ_{\max} , определяется индекс согласования и отношение согласованности (см. табл. 6). Вычисления выполняются в соответствии с методическими указаниями. В нашей задаче для табл. 6 $n = 8$, поэтому показатель случайной согласованности по табл. 5 для матрицы соответствующего порядка ПСС=1,41. Теперь находим отношение согласованности $ОС = 0,1408/1,41 = 0,0999$. Рекомендуется, чтобы значение ОС было не более 10...15%. Если ОС сильно выходит за эти пределы (превышает 20%), то нужно пересмотреть матрицу и проверить свои оценки. Значения λ_{\max} , ИС и ОС являются

характеристиками матрицы и выписываются справа внизу таблицы (см. табл.6). Они позволяют оценить качество работы эксперта (степень доверия к его оценкам). В частности, чем выше значение ОС, тем меньше степень доверия к оценкам эксперта. Обратный случай, когда ОС слишком мало, например, меньше 4%, говорит о слабой дифференциации критериев. Оптимально, когда ОС примерно равно размеру матрицы (в нашем случае должно быть $ОС = 8...10$).

На следующем этапе проводится попарное сравнение пригодности вариантов по каждому критерию. Результаты представлены в табл. 7. Матрицы составляются аналогично матрице сравнения критериев. Рекомендуется для получения осмысленных результатов предварительно проранжировать варианты по каждому критерию, а затем уже заполнять таблицу, придерживаясь предварительной ранжировки. Например, по критерию K_1 (точность) имеем $B_2 > B_3 > B_1$ (т.е. B_2 лучше B_3 лучше B_1); по критерию K_2 (диапазон) $B_3 > B_1 > B_2$ (т.е. B_3 лучше B_1 лучше B_2) и т. д. Соответственно, при проставлении оценок в табл. 7 по критерию K_1 , B_2 будет значительно превосходить B_1 (оценка от 5 до 9) и умеренно B_3 (оценка от 2 до 4); по критерию K_2 уже B_3 будет значительно превосходить B_2 (оценка от 5 до 9) и умеренно B_1 (оценка от 2 до 4) и т.п.

Таблица 7

Сравнение пригодности вариантов по критериям

K_1	B_1	B_2	B_3	НВП (значение критерия K_1 для вариантов)	K_2	B_1	B_2	B_3	НВП (значение критерия K_2 для вариантов) и т.д.
B_1	1	1/5	1/4	0,097	B_1	1	4	1/4	0,229
B_2	5	1	2	0,570	B_2	1/4	1	1/7	0,075
B_3	4	1/2	1	0,333	B_3	4	7	1	0,696
				$\lambda_{\max} = 3,0246$ $ИС_1 = 0,0123$ $ОО_1 = 0,0212$					$\lambda_{\max} = 3,0764$ $ИС_2 = 0,0382$ $ОС_2 = 0,0659$
K_3	B_1	B_2	B_3	НВП	K_4	B_1	B_2	B_3	НВП
B_1	1	7	2	0,554	B_1	1	8	3	0,645
B_2	1/7	1	1/7	0,065	B_2	1/8	1	1/7	0,058
B_3	1/2	7	1	0,361	B_3	1/3	7	1	0,297
				$\lambda_{\max} = 3,0536$ $ИС_3 = 0,0268$ $ОО_3 = 0,0462$					$\lambda_{\max} = 3,1044$ $ИС_4 = 0,0522$ $ОС_4 = 0,0900$

К ₅	В ₁	В ₂	В ₃	НВП	К ₆	В ₁	В ₂	В ₃	НВП
В ₁	1	1	1	0,333	В ₁	1	1/3	7	0,297
В ₂	1	1	1	0,333	В ₂	3	1	8	0,645
В ₃	1	1	1	0,333	В ₃	1/7	1/8	1	0,058
				$\lambda_{\max} = 3,0000$ ИС ₅ = 0,0000 ОО ₅ = 0,0000					$\lambda_{\max} = 3,1044$ ИС ₆ = 0,0522 ОС ₆ = 0,0900

К ₇	В ₁	В ₂	В ₃	НВП	К ₈	В ₁	В ₂	В ₃	НВП
В ₁	1	1/3	5	0,287	В ₁	1	2	5	0,559
В ₂	3	1	6	0,635	В ₂	1/2	1	5	0,352
В ₃	1/5	1/6	1	0,078	В ₃	1/5	1/5	1	0,089
				$\lambda_{\max} = 3,0940$ ИС ₇ = 0,0470 ОО ₇ = 0,0810					$\lambda_{\max} = 3,0536$ ИС ₈ = 0,0268 ОС ₈ = 0,0462

Подсчитывается значение общего критерия для каждого варианта. Для этого значение компонента вектора приоритетов данного варианта по первому критерию (из табл. 7) умножаем на значение приоритета первого критерия (из табл. 6), затем значение компонента вектора приоритетов данного варианта по второму критерию умножаем на значение приоритета второго критерия и т.д. по всем критериям. Полученные произведения суммируем и получаем значение общего критерия для первого варианта решения. В нашем примере оно равно $K(B_1) = 0,097 \cdot 0,277 + 0,229 \cdot 0,238 + \dots + 0,559 \cdot 0,019 = 0,334$. Аналогично проводится подсчет для второго и третьего вариантов $K(B_2) = 0,570 \cdot 0,277 + 0,075 \cdot 0,238 + \dots + 0,352 \cdot 0,019 = 0,269$; $K(B_3) = 0,333 \cdot 0,277 + 0,696 \cdot 0,238 + \dots + 0,089 \cdot 0,019 = 0,397$.

Наибольшее значение критерия имеет третий вариант, который является предпочтительным перед остальными.

Подсчитывается обобщенный индекс согласования ОИС = $0,0123 \cdot 0,277 + 0,0382 \cdot 0,238 + \dots + 0,0268 \cdot 0,019 = 0,0289$.

Определяется обобщенный показатель случайной согласованности (ОПСС) для всей матрицы. Он подсчитывается так же как ОИС, с той разницей, что вместо ИС₁, ИС₂ и т.д. из табл. 7 подставляются показатели случайной согласованности, соответствующие размеру матриц сравнения вариантов, из табл. 5. В нашей задаче все эти матрицы имеют размер 3 (см. табл. 7), поэтому обобщенный показатель случайной согласован-

ности равен $ОПСС = 0,58 \cdot 0,277 + 0,58 \cdot 0,238 + \dots + 0,58 \cdot 0,019 = 0,58$, так как вектор приоритетов для критериев является нормализованным.

Определяется обобщенное отношение согласованности $ООС = ОИС/ОПСС = 5 \%$, т.е. отношение согласованности приемлемое и решение является достоверным.

В заключение оценим положительные и отрицательные последствия решения. К положительным можно отнести, например, возможность решения новых измерительных задач и уменьшение потерь времени, денег и усилий на это; возможность выполнения заказов и связанных с этим доход; удовлетворение от проделанной работы; возможность поощрения за выполненную работу; повышение престижа; уменьшение беспокойства и дополнительных эмоциональных нагрузок, связанных с необходимостью выполнения работы на стороне и т.п. К отрицательным последствиям относятся, например, увеличение рабочей нагрузки; дополнительные затраты времени на эксплуатацию и обслуживание; дополнительные затраты денег и усилий на ремонт и обслуживание; дополнительные эмоциональные нагрузки, связанные с работой; возможность понижения престижа; возможность выговора за неправильные результаты и т.п.

Следует отметить, что любой выбор сопровождается положительными и отрицательными последствиями.

Задача 5

По данным предыдущей задачи найдите наилучшее решение, используя следующие методы: а) свертку по наихудшему критерию (с учетом важности критериев и без учета), б) метод главного критерия, в) мультипликативную свертку, г) свертку по наилучшему критерию, д) аддитивную свертку (с использованием функции полезности), е) метод расстояния, ж) метод пороговых критериев. Обоснуйте применимость каждого метода, объясните полученные результаты и сделайте выводы.

Методические указания

Цель задачи – освоение и правильное применение методов оптимального выбора по многим критериям в практически важных случаях. Следует иметь в виду, что возможны две постановки задачи. В первой постановке известны вес (важность) критериев и значения критериев, представляющие собой оценки пригодности вариантов по критериям. В этом случае расчеты проводятся непосредственно по соотношениям раздела 5.3 с учетом приведенных ниже рекомендаций. Во второй постановке вес критериев и оценки пригодности вариантов должны устанавливаться в процессе решения задачи. Ниже рассмотрен второй тип задачи с использованием данных табл. 6, 7 предыдущего примера..

Свертка по наихудшему критерию соответствует стратегии «пессимизма», при которой решение принимается по критерию, имеющему наименьшее значение. При учете веса критериев нужно подсчитать для каждого варианта решения значение произведения $a_j K_j$, где a_j - вес критерия j , который берется из табл.6 (или из исходных данных); K_j – его значение для данного варианта решения, которое берется из табл. 7 (или из исходных данных). Сначала проводим расчет для 1-го варианта (B_1): $a_1 K_1(B_1)$, $a_2 K_2(B_1)$, $a_3 K_3(B_1)$ и т.д., и из полученных значений выбирается наименьшее. Затем то же самое делается для второго варианта (B_2): $a_1 K_1(B_2)$, $a_2 K_2(B_2)$, и т.д., и из полученных значений выбирается наименьшее. Затем для 3-го варианта (B_3) и т.д. для всех вариантов решений. Пусть для определенности множество альтернатив состоит из трех вариантов решений (B_1, B_2, B_3). Для 1-го варианта наименьшим оказалось, например, значение $a_2 K_2(B_1)$, для 2-го варианта – $a_4 K_4(B_2)$, для 3-го варианта – $a_1 K_1(B_3)$. Теперь из этих наименьших значений выбираем наибольшее, например, им оказалось $a_4 K_4(B_2)$; тогда вариант, которому оно соответствует (в нашем случае B_2), и является наилучшим.

При выполнении этой же свертки без учета веса критериев все веса a_j полагаются равными обратному числу критериев, а в остальном все расчеты делаются аналогично.

Метод главного критерия применяется, когда один из критериев значительно превосходит по важности все остальные, на практике, в три и более раз (если это условие не выполняется, то метод применять не рекомендуется). Тогда решение принимается по этому критерию. Например, пусть это критерий K_1 . Подсчитаем его значение для каждого варианта (вес критерия учитывать не нужно, так как остальные критерии не принимаются во внимание): $K_1(B_1)$, $K_1(B_2)$, $K_1(B_3)$ и т.д. Тот вариант, для которого значение главного критерия максимально, является наилучшим.

Мультипликативная свертка позволяет учесть критерии, имеющие малые (по модулю) значения. Расчеты выполняются следующим образом (пусть для определенности множество альтернатив опять состоит из трех вариантов). Сначала для каждого варианта подсчитывается взвешенное произведение. Для 1-го варианта имеем $K(B_1) = K^{a_1}(B_1)K_2^{a_2}(B_1)K_3^{a_3}(B_1)\dots$; для 2-го варианта $K(B_2) = K^{a_1}(B_2)K_2^{a_2}(B_2)K_3^{a_3}(B_2)\dots$; для 3-го варианта $K(B_3) = K^{a_1}(B_3)K_2^{a_2}(B_3)K_3^{a_3}(B_3)\dots$, где K – общий критерий, а число сомножителей равно числу частных критериев. Получаем три значения $K(B_1)$, $K(B_2)$, $K(B_3)$ (по числу вариантов). Выбираем из них наибольшее, например, это оказалось $K(B_2)$, тогда B_2 – наилучшее решение.

Свертка по наилучшему критерию соответствует стратегии «оптимизма». Подсчитываем для 1-го варианта значения произведений $a_1K_1(B_1)$, $a_2K_2(B_1)$, $a_3K_3(B_1), \dots, a_nK_n(B_1)$ и из полученных значений выбираем наибольшее, например, это оказалось $a_3K_3(B_1)$; для 2-го варианта имеем $a_1K_1(B_2)$, $a_2K_2(B_2)$, ..., $a_nK_n(B_2)$ и выбирается наибольшее, например, это оказалось $a_1K_1(B_2)$; для 3-го варианта $a_1K_1(B_3)$, $a_2K_2(B_3), \dots, a_nK_n(B_3)$, и выбирается наибольшее значение, например, это оказалось $a_5K_5(B_3)$. Теперь из трех наибольших значений $a_3K_3(B_1)$, $a_1K_1(B_2)$, $a_5K_5(B_3)$ выбираем опять наибольшее, например, это оказалось $a_1K_1(B_2)$. Вариант, которому оно соответствует, является наилучшим (в нашем случае B_2).

Аддитивная свертка позволяет учесть критерии, имеющие большие (по модулю) значения. Эта свертка используется в методе анализа иерархий (см. задачу 4). Можно действовать иначе, используя функцию полезности. Оценим по 10-ти балльной шкале полезность (ценность) каждого варианта по каждому критерию. Важно учесть, что оценка полезности варианта зависит от цели, а та, в свою очередь, от условий и ограничений внешних систем. Например, если автомобиль будет использоваться для личных поездок в черте города, то это приводит к одним оценкам, если же для доставки мелких грузов, то оценки полезности по некоторым критериям изменятся; если он будет использоваться в сельской местности, то оценки опять изменятся и т.п. Поэтому при оценке полезности вариантов по каждому критерию необходимо определить цель и затем проводить оценки. Оценку полезности по каждому критерию рекомендуется проводить одновременно для всех вариантов, используя сравнительную шкалу. Например, если принять, что оценка варианта B_1 по критерию K_1 умеренно превосходит оценку варианта B_2 , то значение $K_1(B_1)$ должно быть больше значения $K_1(B_2)$ на 2...4 балла. Если оценка B_2 сильно превосходит оценку B_3 по тому же критерию, то $K_1(B_2)$ должно быть больше $K_1(B_3)$ уже на 6...7 баллов и т.д. Затем задается абсолютная оценка для B_3 , т.е. для варианта, имеющего минимальную относительную оценку по рассматриваемому критерию. Обычно эта оценка принимается равной 1, т.е. $K_1(B_3) = 1$ балл, тогда $K_1(B_2) = 7...8$ баллов, $K_1(B_1) = 9...10$ баллов (оценки не должны выходить за пределы 10-ти балльной шкалы). Для 1-го варианта получим значения оценок полезности $K_1(B_1)$, $K_2(B_1)$, $K_3(B_1), \dots, K_n(B_1)$. Умножим каждое значение на вес соответствующего критерия, получим $a_1K_1(B_1)$, $a_2K_2(B_1), \dots, a_nK_n(B_1)$. Веса критериев могут быть взяты из примера 1 задачи 4 либо

определены другим способом (см. главу 5). Аналогично для 2-го варианта имеем $a_1K_1(B_2)$, $a_2K_2(B_2)$, $a_3K_3(B_2), \dots, a_nK_n(B_2)$. Для 3-го варианта имеем $a_1K_1(B_3)$, $a_2K_2(B_3)$, $\dots, a_nK_n(B_3)$. Теперь подсчитаем оценку общей полезности (ценность) для каждого варианта. Для B_1 получаем $K(B_1) = a_1K_1(B_1) + a_2K_2(B_1) + \dots + a_nK_n(B_1)$, для B_2 имеем $K(B_2) = a_1K_1(B_2) + a_2K_2(B_2) + \dots + a_nK_n(B_2)$, для B_3 аналогично $K(B_3) = a_1K_1(B_3) + a_2K_2(B_3) + \dots + a_nK_n(B_3)$.

Таким образом, имеем три значения: $K(B_1)$, $K(B_2)$, $K(B_3)$. Наилучшим считается вариант, для которого значение K максимально. Пусть, например, наибольшим является значение $K(B_2)$, тогда B_2 – наилучший вариант решения.

Метод метрики (расстояния) применяется, когда по условиям задачи можно определить «идеальное» решение ($B_{ид}$), имеющее абсолютный максимум сразу по всем критериям. Обозначим координаты точки максимума ($K_1(B_{ид})$, $K_2(B_{ид}), \dots, K_n(B_{ид})$). Они могут определяться по исходным данным в виде $K_j(B_{ид}) = \max_x K_j(x)$, или в других обозначениях $K_j(B_{ид}) = \max\{K_j(B_1), K_j(B_2), \dots, K_j(B_m)\}$, где $j = 1, \dots, n$, n – число критериев, m – число вариантов решения. В частности, если $n = 8$, $m = 3$, то имеем $K_1(B_{ид}) = \max\{K_1(B_1), K_1(B_2), K_1(B_3)\}$, $K_2(B_{ид}) = \max\{K_2(B_1), K_2(B_2), K_2(B_3)\}$ и т.д.

В качестве меры расстояния до идеального решения используем функцию Минковского. Подсчитывается значение этой функции для каждого варианта решения $d(B_1)$, $d(B_2)$, $d(B_3)$ и т.д. Тот вариант, для которого расстояние наименьшее, является наилучшим.

Метод пороговых критериев применяется, когда условия заданы в виде системы неравенств (см. раздел 5.3). Если пороговые значения критериев не заданы, то их можно определить по исходным данным в виде $K_{j0} = \min_x K_j(x)$, или, применяя другие обозначения $K_{j0} = \min\{K_j(B_1), K_j(B_2), \dots, K_j(B_m)\}$. В частности, если $n = 8$, $m = 3$, то имеем $K_{10} = \min\{K_1(B_1), K_1(B_2), K_1(B_3)\}$, $K_{20} = \min\{K_2(B_1), K_2(B_2), K_2(B_3)\}$ и т.д. Затем подсчитывается значение общего критерия по (5.3.10) для каждого варианта, как минимальное из значений K_j / K_{j0} для данного варианта. Получаем три значения $K(B_1)$, $K(B_2)$, $K(B_3)$. Наилучшим считается вариант, для которого значение общего критерия K максимально. Пусть, например, наибольшим (из трех наименьших!) является значение $K(B_1)$, тогда B_1 – наилучший вариант решения.

Рассмотрим пример.

Пример 1. Используем результаты, полученные в примере 1 задачи 4. Результаты по аддитивной свертке даны в этом примере, поэтому рассмотрим остальные методы.

Максиминная свертка (свертка по наихудшему критерию) с учетом веса критериев. Расчеты дают (см. табл. 6, 7) $K(B_1) = 0,0105$, $K(B_2) = 0,0066$, $K(B_3) = 0,0017$. Наилучшим является вариант B_1 .

Максиминная свертка (свертка по наихудшему критерию) без учета веса критериев. В этом случае, чтобы вес критериев не учитывался, нужно в табл. 6 все оценки сделать равными 1, тогда вес каждого критерия равен $1/n = 1/8 = 0,125$. Табл. 7 остаются без изменения. Расчеты дают $K(B_1) = 0,0806$, $K(B_2) = 0,0073$, $K(B_3) = 0,0371$. Наилучшим является вариант B_1 .

Метод главного критерия. По данным табл. 6 критерий K_1 можно считать главным лишь с оговоркой, так как он не превосходит все остальные в 3 и более раз. Расчеты дают $K(B_1) = 0,0270$, $K(B_2) = 0,1580$, $K(B_3) = 0,0924$. Наилучшим является вариант B_2 .

Мультипликативная свертка. Расчеты дают $K(B_1) = 0,2640$, $K(B_2) = 0,1625$, $K(B_3) = 0,3453$. Наилучший вариант B_3 .

Свертка по наилучшему критерию. Расчеты дают $K(B_1) = 0,055$, $K(B_2) = 0,166$, $K(B_3) = 0,018$. Наилучшим является вариант B_2 .

Аддитивная свертка, использующая функцию полезности. Оценки полезности получены на основе данных табл. 7. Из табл.7 сравнения вариантов по критерию K_1 следует, что их ценности относятся друг к другу как 1:6:3 (последний столбец таблицы). Результаты расчетов для вариантов B_1 , B_2 , B_3 в относительных единицах даны в табл. 8.

Таблица 8

Относительная ценность вариантов

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
B_1	1	2	6	6	1	3	3	6
B_2	6	1	1	1	1	6	6	3
B_3	3	7	4	3	1	1	1	1

Из табл. 8 получаем, что B_1 соответствует оценка полезности в баллах $1/(1+6+3) \cdot 10 = 1$ балл; оценка для B_2 составляет $6/(1+6+3) \cdot 10 = 6$ баллов; оценка для B_3 : $3/(1+6+3) \cdot 10 = 3$ балла. Аналогично получены оценки полезности вариантов по другим критериям. Используя данные из табл. 8 и оценки важности критериев из табл.6, найдем $K(B_1) = 0,277 \cdot 1 + 0,238 \cdot 2 + 0,203 \cdot 6 + 0,131 \cdot 6 + \dots = 3,247$,
 $K(B_2) = 0,277 \cdot 6 + 0,238 \cdot 1 + 0,203 \cdot 1 + 0,131 \cdot 1 + \dots = 2,777$,
 $K(B_3) = 0,277 \cdot 3 + 0,238 \cdot 7 + 0,203 \cdot 4 + 0,131 \cdot 3 + \dots = 3,852$.

Следовательно, вариант B_3 наилучший, как имеющий наибольшее значение критерия.

Метод расстояния. Определим идеальное решение, используя данные табл. 7. В качестве координат абсолютного максимума выбираются наибольшие значения НВП по каждому критерию, а именно, $K_1(B_{ид}) = 0,570$, $K_2(B_{ид}) = 0,696$, $K_3(B_{ид}) = 0,574$, $K_4(B_{ид}) = 0,645$, $K_5(B_{ид}) = 0,333$, $K_6(B_{ид}) = 0,645$, $K_7(B_{ид}) = 0,635$, $K_8(B_{ид}) = 0,559$.

Расстояние Хемминга ($p = 1$). Подсчитаем значение меры расстояния для каждого варианта решения $d_{ХЕМ}(B_i) = \sum_{j=1}^8 a_j |K_j(B_i) - K_j(B_{ид})|$, что дает $d_{ХЕМ}(B_1) = 0,267$; $d_{ХЕМ}(B_2) = 0,332$; $d_{ХЕМ}(B_3) = 0,204$. Наилучший вариант B_3 , так как ему соответствует наименьшее значение меры.

Расстояние Евклида ($p = 2$). Для меры расстояния имеем в этом случае выражение $d_E(B_i) = \left[\sum_{j=1}^8 a_j^2 |K_j(B_i) - K_j(B_{ид})|^2 \right]^{1/2}$, и расчет значений меры для вариантов дает $d_E(B_1) = 0,173$; $d_E(B_2) = 0,196$; $d_E(B_3) = 0,096$. Наилучший вариант B_3 .

Расстояние по максимальному различию ($p = \infty$). В этом случае имеем для меры расстояния $d_{\max}(B_i) = \max_j a_j |K_j(B_i) - K_j(B_{ид})|$, что дает $d_{\max}(B_1) = 0,131$; $d_{\max}(B_2) = 0,148$; $d_{\max}(B_3) = 0,0656$, т.е. наилучший вариант B_3 .

Расстояние по минимальному различию ($p = -\infty$). Для меры расстояния имеем выражение $d_{\min}(B_i) = \min_j a_j |K_j(B_i) - K_j(B_{ид})|$, и расчеты дают $d_{\min}(B_1) = 0$; $d_{\min}(B_2) = 0$; $d_{\min}(B_3) = 0$. В данном случае значение меры расстояния для всех вариантов равно нулю, поэтому можно считать все решения равнозначными. Их можно различить, если подсчитать число нулей для каждого варианта и учесть вес «нулевых» критериев.

Вариант B_1 имеет четыре нуля, вариант B_2 – четыре нуля, вариант B_3 – два нуля. С учетом веса «нулевых» критериев предпочтение следует отдать варианту B_1 , как наиболее близкому к идеальному решению.

Метод пороговых критериев. Используем соотношения (5.3.9), (5.3.10). Так как пороговые значения критериев не заданы, то определяем их непосредственно из табл. 7. В качестве пороговых значений выбираются наименьшие значения НВП для каждого критерия (сравните с методом расстояния!), а именно $K_{10}=0,097$; $K_{20}=0,075$; $K_{30}=0,065$; $K_{40}=0,058$; $K_{50}=0,333$; $K_{60}=0,058$; $K_{70}=0,078$; $K_{80}=0,089$. По (5.3.10) определяем значение общего критерия для каждого варианта. Используя первые строки табл. 7 имеем $K(B_1) = \min(0,097/0,097, 0,229/0,075, \dots, 0,333/0,333, \dots, 0,559/0,089) = 1$. Аналогично, используя вторые строки табл. 7, получим $K(B_2) = \min(0,570/0,097, \dots, 0,333/0,333, \dots, 0,352/0,089) = 1$. Наконец, используя третьи строки табл. 7, находим $K(B_3) = \min(0,333/0,097, \dots, 0,089/0,089) = 1$. Поскольку для всех трех вариантов значение общего критерия одинаково и равно единице, то все варианты равноценны. Решения можно дифференцировать (различить), если подсчитать число единиц для каждого варианта. Наилучшим является вариант, имеющий наименьшее число совпадений с пороговыми значениями, т.е. имеющий наименьшее число единиц. В нашем случае это вариант B_1 (две единицы).

Таким образом, по аддитивной, мультипликативной сверткам, а также методу расстояния при $p=1$, $p=2$, $p = \infty$ предпочтительным вариантом является B_3 ; по методу главного критерия и свертке по наилучшему критерию – B_2 ; по максиминной свертке с учётом и без учёта веса критериев, методу пороговых критериев, методу расстояния при $p = -\infty$ предпочтителен вариант B_1 . Так как в примере выполняются условия применения аддитивной свертки (плавное убывание весов критериев), то наилучшим (предпочтительным) следует считать вариант B_3 , полученный по этой свертке.

Задача 6.

По результатам опроса экспертов составлена таблица оценок m вариантов решения некоторой проблемы по n критериям. Используются балльные оценки в пятибалльной шкале и словесные оценки, причем большей оценке соответствует лучшее значение критерия. По данным таблицы, считая все критерии одинаково важными, требуется выделить множество Парето-решений, определить наилучшее решение и оценить достоверность выбора.

Методические указания.

Цель задачи состоит в освоении методов построения множества Парето и методов выбора наилучшего решения. В реальных задачах выбора всегда приходится сокращать число исходных альтернатив, путем построения множества Парето. Это множество состоит из попарно несравнимых альтернатив.

Рассмотрим пример.

Пример 1. По результатам опроса экспертов составлена таблица оценок пяти вариантов плана застройки территории по восьми критериям (см. табл. 9). Используются балльные оценки в пятибалльной шкале и словесные оценки, причем большей оценке соответствует лучшее значение критерия. По данным таблицы, считая все критерии одинаково важными, требуется выделить множество Парето-решений; представить результаты сравнения оставшихся вариантов в виде диаграммы в

полярных координатах (каждая координата – отдельный критерий); используя диаграмму, определить, какой вариант (варианты решения) является предпочтительным; проверить результат выбора, используя подходящую свертку критериев; оценить ошибку выбора, если ошибка оценок таблицы составляет, например, 1,2 балла.

Таблица 9

Исходные данные для примера 1 задачи 6

Варианты решения	Значения критериев							
	К ₁	К ₂	К ₃	К ₄	К ₅	К ₆	К ₇	К ₈
В ₁	высокое	среднее	4	3	3	5	среднее	очень высокое
В ₂	среднее	низкое	2	4	4	4	среднее	среднее
В ₃	среднее	очень низкое	2	3	3	4	среднее	среднее
В ₄	низкое	низкое	2	3	3	4	среднее	среднее
В ₅	среднее	низкое	1	3	2	3	низкое	низкое

Решение.

Пользуясь данными табл.9, выделим множество Парето. По определению множество Парето состоит из вариантов решений, которые по всем критериям не хуже остальных и хотя бы по одному критерию лучше остальных. Один из способов построения множества Парето заключается в попарном сравнении вариантов. Сравнение осуществляется последовательно, начиная с варианта В₁, т.е. он сравнивается с вариантами В₂, В₃ и т.д. Затем В₂ сравнивается с вариантами В₃, В₄ и т.д., причем дальнейшие действия на каждом шаге зависят от результата сравнения. При сравнении произвольной пары вариантов, например, *i* и *j* возможны три случая:

- вариант *i* не хуже варианта *j* по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше; тогда вариант *j* исключается из дальнейшего рассмотрения, а вариант *i* сравнивается с оставшимися вариантами;
- вариант *j* не хуже варианта *i* по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше; тогда вариант *i* исключается из дальнейшего рассмотрения, а вариант *j* сравнивается с оставшимися вариантами;
- по одним критериям вариант *i* лучше варианта *j*, а по другим – вариант *j* лучше варианта *i*; тогда варианты *i* и *j* считаются несравнимыми и оба должны сравниваться с оставшимися вариантами.

Поясним эти случаи примером, позволяющим действовать формально.

Случай 1 представлен ниже в виде таблицы.

Варианты	Значения критериев							
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
i	5	4	3	ОВ	С	4	5	3
j	4	4	2	В	Н	4	5	3

ОВ – очень высокое значение, В – высокое, С – среднее, Н – низкое.

Условимся, что если $i > j$ по какому-то критерию, например по K₃, то ставится знак “+” в столбце K₃ в строке i; если $j > i$ по какому-то критерию, то знак “+” ставится в строке j в столбце данного критерия; если же $j = i$, то ничего не ставится. Проведем сравнение: по K₁: $i > j$ – ставим “+” в клетке (i, K₁); по K₂: $i = j$ – ничего не ставим; по K₃: $i > j$ – ставим “+” в клетке (i, K₃); по K₄: $i > j$ – ставим “+” в клетке (i, K₄); по K₅: $i > j$ – ставим “+” в клетке (i, K₅); по K₆, K₇, K₈: $i = j$ – ничего не ставим. Таким образом, имеем таблицу сравнения вариантов, приведенную ниже.

Варианты	Значения критериев							
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
i	+		+	+	+			
j								

Так как все “+” сосредоточены в строке i, то вариант j отбрасывается. Делается запись: i и j → j отбросить.

Случай 2 (i и j меняются местами) представлен ниже в виде таблицы.

Варианты	Значения критериев							
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
i	4	3	4	С	3	2	3	3
j	4	3	5	В	4	2	3	4

Действуя по правилу, изложенному выше, представим результаты сравнения вариантов в виде таблицы.

варианты	Значения критериев							
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
i								
j			+	+	+			+

Так как все “+” находятся в строке j (в строке i нет ни одного “+”), то вариант i отбрасывается и исключается из рассмотрения. Делается запись: i и j → i отбросить.

Случай 3 представлен ниже в виде таблицы.

варианты	Значения критериев							
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
i	5	4	3	С	4	5	4	3
j	4	4	3	В	3	4	4	3

Действуя как и выше, представим результаты сравнения вариантов в виде таблицы

варианты	Значения критериев							
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
i	+				+	+		
j				+				

Так знак “+” есть и в строке i и в строке j (неважно сколько их в той и в другой строке), то варианты i и j не сравнимы (ни один из них отбросить нельзя). Делается запись: i и j → не сравнимы.

Те варианты решения, которые останутся после завершения процедуры сравнения, образуют множество Парето. В нашем примере множество Парето состоит из вариантов V₁, V₂. Следовательно, варианты 3, 4, 5 можно исключить из дальнейшего рассмотрения.

Если исходное множество состоит из большого числа вариантов, то их непосредственное сравнение по всем критериям может оказаться утомительным. Рекомендуется следующая процедура.

Для каждого критерия выписываются все варианты решения, имеющие по нему наивысшую оценку. Результаты сводятся в таблицу. Для нашего примера имеем

K₁: V₁, K₅: V₂

K₂: V₁, K₆: V₁

K₃: V₁, K₇: V₁, V₂, V₃, V₄

K₄: V₂, K₈: V₁,

Определяется наиболее часто повторяющийся вариант, т.е. встречающийся в наибольшем числе критериев (если таких вариантов несколько, и они встречаются в разных критериях, то выбирается любой из них; если же они встречаются только в одних и тех же критериях, то их надо сравнить попарно по оставшимся критериям, пользуясь схемой, изложенной выше). Этот вариант включается в множество Парето. В нашем примере это V₁.

Анализируются варианты решений (для каждого критерия в отдельности) для тех критериев, в которые не входит выбранный наиболее часто повторяющийся вариант. В нашем примере это критерии K₄ и K₅, каждому из которых соответствует всего один вариант V₂. Этот вариант можно сразу же включить в множество Парето. Если какому-то критерию соответствует несколько вариантов решений, то они сравниваются попарно между собой (сравнение проводится только для вариантов, соответствующих одному и тому же критерию). При сравнении двух вариантов, например, i и j возможны рассмотренные выше три случая, в каждом из которых делается соответствующий вывод. Те варианты решений, которые останутся после завершения изложенной процедуры сравнения, включаются в множество Парето.

После того как построено множество Парето, оно записывается в окончательном виде. В нашем примере $\pi = \{V_1, V_2\}$. Остальные варианты оказались исключенными из дальнейшего рассмотрения. Если сравнить между собой оставшиеся варианты (в нашем примере V₁ и V₂), то они окажутся несравнимыми. Если же сравнить их с отброшенными альтернативами (в нашем примере V₃, V₄, V₅), то обязательно один из оставшихся вариантов (в нашем примере или V₁, или V₂) не хуже их (или одного из них) по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше.

Для выбора наилучшего решения к оставшимся альтернативам применяется в зависимости от условий задачи один из методов первой группы (метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод расстояния и т.д.) либо графические методы, например, метод диаграмм.

В нашем примере для определения наилучшего варианта из двух оставшихся построим диаграмму в полярных координатах. Диаграмма строится следующим образом.

Нарисуем круг и в нем восемь равномерных шкал (по числу критериев), на которые нанесем числовые и словесные оценки для каждого варианта таким образом, что лучшие значения располагаются дальше от центра, а худшие – ближе к нему (см. рис.11). В принципе, не имеет значения, как проградуированы шкалы, главное, чтобы было видно постепенное изменение критериев, отражающее тенденцию к ухудшению при движении от периферии к центру. После нанесения оценок по критериям на соответствующих шкалах соединяем точки на осях для каждого варианта замкнутой ломаной линией (полигоном). На рис.11 получились два многоугольника: первому варианту соответствует сплошная линия, а второму – пунктирная. Теперь сравниваем на глаз площади многоугольников. Большей площади соответствует лучший вариант решения, причем это различие должно быть явно заметным, так как метод является приближенным. Если площади примерно одинаковы, то оба варианта практически эквивалентны. В нашем случае предпочтительным (наилучшим) является B_1 , так как соответствующий ему многоугольник явно превышает по площади многоугольник для B_2 .

Для уточнения решения в данной задаче рекомендуется использовать аддитивную свертку. Так как все критерии считаются одинаково важными, то общий критерий равен среднему значений частных критериев для каждого варианта. Подсчитаем для

каждого из оставшихся вариантов величину $K = 1/8 \sum_{j=1}^8 K_j$. Чтобы провести расчеты,

преобразуем словесные оценки в балльные по следующему правилу: очень высокое значение (очень большое) – 5; высокое (большое) – 4; среднее – 3; низкое – 2; очень низкое – 1. Тогда получим для первого варианта

$$K(B_1) = (4 + 3 + 4 + 3 + 3 + 5 + 3 + 5) / 8 = 30 / 8 = 3,75;$$

$$K(B_2) = (3 + 2 + 2 + 4 + 4 + 4 + 3 + 3) / 8 = 25 / 8 = 3,125,$$

т.е. предпочтителен первый вариант, что совпадает с результатом по диаграмме.

Может возникнуть вопрос, зачем применять метод диаграмм, если проще использовать аддитивную свертку. Метод диаграмм это – приближенный метод, что является его преимуществом, так как позволяет нивелировать (сгладить) ошибки в оценках вариантов по критериям, приведенных в табл. 9.

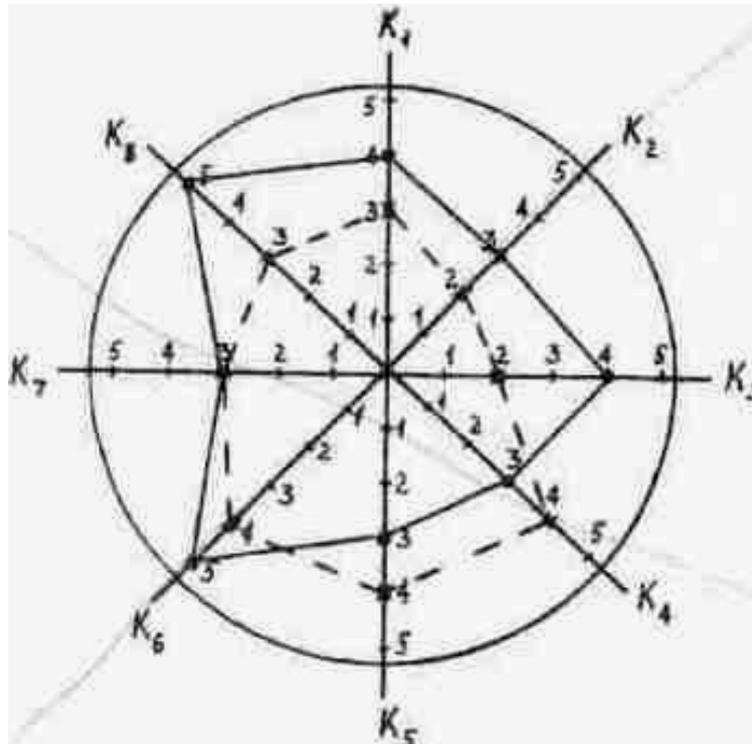


Рис.11. Сравнение вариантов с помощью диаграммы.

Подсчитаем ошибку выбора. Обозначим ошибку оценок таблицы s . Тогда среднеквадратичная ошибка определения общего критерия составит $S_K = s/\sqrt{n}$, где n – число исходных критериев (в нашем примере $n=8$), а доверительная ошибка равна (при вероятности $P=0.95$) $\Delta K = 2S_K$. На такую величину могут отличаться друг от друга значения $K(B_1)$, $K(B_2)$, $K(B_3)$ и т.д. по случайным причинам. Следовательно, если для какой-то пары вариантов разность значений общего критерия K меньше ΔK , то эти варианты равноправны между собой (равноценны). Поэтому нет необходимости очень точно рассчитывать значение общего критерия для каждого варианта решения. Если же разность значений общего критерия K больше ΔK , то варианты различаются значимо, и лучше тот, у которого значение критерия больше. Проведем расчеты. В нашем случае ошибка оценок таблицы составляет $s = 1,2$, поэтому доверительная ошибка $\Delta K \cong 0,7s \cong 0,8$ ($n=8$). Сравним разность $K(B_1) - K(B_2)$ с ошибкой (сравнивать нужно по модулю, чтобы разность была всегда положительной). Так как разность меньше ошибки, то решения B_1 и B_2 являются равноправными с учетом ошибки. Хотя точный расчет дает, что B_1 лучше B_2 , однако достоверность такого вывода сомнительна, так как значения общего критерия для этих вариантов различаются незначимо.

Задача 7.

В таблице даны два множества X и Y , а также тип отношения R . По данным таблицы выберите из множеств X и Y элементы, связанные отношением R ; определите систему, состоящую из элементов множеств X и Y , с заданным отношением R ; проведите топологический анализ системы, а именно, определите первый структурный вектор и вектор препятствий комплекса $K_X(Y, R)$ либо $K_Y(X, R)$, число несвязных компонентов комплекса, степень связности и эксцентриситет каждого симплекса, входящего в комплекс; укажите, какой из симплексов является наиболее адаптированным; насколько сильно связан комплекс.

Методические указания.

Цель этой задачи – освоение метода анализа многомерной структуры систем (многомерных связей в системах). Основную трудность может вызвать даже не сама техника анализа, а уяснение задачи, связанное с правильной интерпретацией (указанием смысла) отношения и определением системы. Следует учитывать, что интерпретация может быть различной.

Рассмотрим конкретный пример.

Пример 1. Постройте матрицу инцидентий для двух множеств объектов по отношению соответствия. Проведите топологический анализ системы по этому отношению. Первое множество X – измерительные приборы (ИП), а второе Y – решаемые измерительные задачи (ИЗ); $X = \{\text{ИП}_1, \text{ИП}_2, \dots, \text{ИП}_6\}$; $Y = \{\text{ИЗ}_1, \text{ИЗ}_2, \dots, \text{ИЗ}_7\}$. Матрица инцидентий дана в табл. 10. Она соответствует отношению соответствия “Прибор ИП_i соответствует задаче ИЗ_k , если последнюю можно решить этим прибором” (в клетке (i, k) матрицы стоит 1, если отношение выполняется, и 0 – если нет.

Таблица 10

Матрица инцидентий для примера 1 задачи 7

Приборы	ИЗ ₁	ИЗ ₂	ИЗ ₃	ИЗ ₄	ИЗ ₅	ИЗ ₆	ИЗ ₇
ИП ₁	1	1	1	1	1	0	0
ИП ₂	0	0	1	1	0	1	0
ИП ₃	0	1	1	0	0	1	1
ИП ₄	0	0	1	1	0	0	0
ИП ₅	0	0	0	0	0	0	0
ИП ₆	0	1	0	0	0	0	0

Решение.

Топологический анализ проводится по алгоритму, изложенному в главе 6. Выберем для анализа комплекс приборов. Комплекс $K_X(Y, R)$ включает 6 симплексов, имеющих разную связность. Анализ начинается с наибольшей связности, а заканчивается связностью, равной нулю. По матрице инцидентий определяем наибольшую связность, для чего находим строку с наибольшим числом единиц. Это строка ИП₁, содержащая пять единиц, следовательно наибольшая связность комплекса $q = 5 - 1 = 4$. На этом уровне связности имеется один компонент $\{\text{ИП}_1\}$, т.е. $\theta_4 = 1$. Понижаем уровень связности на единицу. На уровне связности $q = 3$ имеем два симплекса ИП₁ и ИП₃, так как им в матрице инцидентий соответствуют строки с не менее чем четырьмя

единицами. Теперь надо определить можно ли эти симплексы объединить в один компонент либо нет, т.е. различимы они по своим связям или нет. В соответствии с определением, чтобы на уровне связности $q = 3$ симплексы ИП₁ и ИП₃, были неразличимы, т.е. их можно было объединить в один компонент, они должны иметь по $3 + 1 = 4$ общих столбца с единицами. В нашем примере таких столбцов всего два ИЗ₂ и ИЗ₃, т.е. симплексы объединить нельзя. Следовательно, на уровне $q = 3$ имеем два различных компонента {ИП₁}, {ИП₃}, т.е. $\theta_3 = 2$. Опять понижаем размерность на единицу. На уровне $q = 2$ имеем три симплекса ИП₁, ИП₃, ИП₂ (им в матрице инцидентий соответствуют строки с не менее чем $q + 1 = 3$ единицами). Проверяем для каждой пары симплексов условия объединения в один компонент. Для этого они должны иметь по $q + 1 = 3$ общих столбца с единицами, что не выполняется. Следовательно, на уровне $q = 2$ имеем три компонента {ИП₁}, {ИП₃}, {ИП₂} и $\theta_2 = 3$. На следующем уровне связности $q = 1$ имеем четыре симплекса ИП₁, ИП₂, ИП₃, ИП₄ (им соответствуют строки с $q + 1 = 2$ единицами). Проверим условие объединения. Для объединения какой-то пары симплексов на этом уровне в один компонент достаточно, чтобы было 2 общих столбца с единицами. Условия выполняются. Так, например, симплексы ИП₁ и ИП₂ имеют общие столбцы ИЗ₃, ИЗ₄; симплексы ИП₂ и ИП₃ имеют общие столбцы ИЗ₃, ИЗ₆; симплексы ИП₂ и ИП₄ имеют общие столбцы ИЗ₃, ИЗ₄. Следовательно, все симплексы связаны двумя общими столбцами, т.е. их все можно объединить в один компонент {ИП₁, ИП₂, ИП₃, ИП₄} и $\theta_1 = 1$. Наконец, на уровне $q = 0$ аналогично определяем, что все симплексы можно объединить в один компонент (кроме симплекса ИП₅, которому соответствует нулевая строка). Результаты анализа имеют вид

$q = 4$	$\theta_4 = 1$	{ИП ₁ }
$q = 3$	$\theta_3 = 2$	{ИП ₁ }, {ИП ₃ }
$q = 2$	$\theta_2 = 3$	{ИП ₁ }, {ИП ₃ }, {ИП ₂ }
$q = 1$	$\theta_1 = 1$	{ИП ₁ , ИП ₂ , ИП ₃ , ИП ₄ }
$q = 0$	$\theta_0 = 1$	{все, исключая ИП ₅ }

Первый структурный вектор комплекса $\theta = (1 \ 2 \ 3 \ 1 \ 1)$. Вид вектора показывает, что относительно приборов комплекс сильно связан для больших и малых значений q , а для промежуточных значений $q=3$ и $q=2$ он распадается на несколько несвязных компонентов. Определим вектор препятствий $D = \theta - I = (0 \ 1 \ 2 \ 0 \ 0)$. Он показывает, что имеется препятствие в обмене измеряемыми величинами на уровнях связности $q=3$ и $q=2$.

Для оценки степени интегрированности симплексов в комплексе рассчитаем эксцентриситет. Результаты сведены в табл. 11.

Таблица 11

Значения эксцентриситета

Приборы	q_0	q_{\max}	Эксцентриситет
ИП ₁	4	1	3/2
ИП ₂	2	1	1/2
ИП ₃	3	1	1

ИП ₄	1	1	0
ИП ₅	-1	-1	∞
ИП ₆	0	0	0

Результаты расчетов показывают, что наиболее интегрированным является ИП₁, т.е. этот прибор наиболее адаптирован к решению совокупности измерительных задач.

Задача 8.

Дана проблема. Требуется построить для нее дерево решений.

Методические указания.

Цель задачи – освоение техники построения дерева решений. Рекомендуется сначала выбирать для анализа сравнительно простые проблемы, которые не требуют специального изучения. Эта задача вызывает наибольшую трудность, так как является неформальной. Трудность связана с правильным выбором элементов на каждом уровне дерева решений, чтобы их упорядоченная совокупность давала возможность сравнения и отбора вариантов решений. Наиболее распространенная ошибка связана с произвольным (хаотическим) выбором элементов разной степени общности на каждом уровне.

Рассмотрим конкретный пример.

Пример 1. Требуется построить дерево решений для проблемы «дорожно-транспортное происшествие».

Решение.

Речь идет о построение типовой структуры для описания проблемы. На первом уровне нужно выделить наиболее общие элементы, совокупность которых определяет проблему. Выделим следующие элементы: 1 – субъект (пешеход, водитель), 2 – техническое средство (автомобиль или другой транспорт), 3 – внешние условия (условия движения).

На втором уровне определяются состояния элементов первого уровня. Для субъекта выделим 11 – физическое состояние, 12 – умственное состояние, 13 – эмоциональное состояние; для водителя следует добавить элемент 14 – квалификация. Для технического средства выделим 21 – исправность, 22 – условия в кабине (комфортность). Условия движения состоят из элементов: 31 – дорога, 32 – погода.

На третьем уровне выделяются характеристики элементов (состояний) второго уровня. Для физического состояния выделим элементы 111 – здоровье, 112 – физическая усталость, 113 – зрение и т.п. Для умственного состояния выделим 121 – умственная усталость, 122 – невнимательность и т.п. Для эмоционального состояния: 131 – возбуждение, 132 – нервозность и т.п. Для квалификации: 141 – опыт, 142 – подготовка, 143 – техника вождения.

Для элемента 21 на третьем уровне выделим 211 – ремонт, 212 – текущее обслуживание (профилактика). Для элемента 22: 221 – удобство управления, 222 –

освещение, 223 – шум в кабине (музыка, разговоры и т.п.). Для элемента 31 выделим 311 – качество покрытия, 312 – интенсивность движения, 313 – наличие указателей, 314 – видимость и т.п. Для элемента 32 выделим: 321 – осадки, 322 – гололед, 323 – туман и т.п.

При составлении дерева решений следует учесть, что элементы второго уровня, замыкающиеся на один элемент первого уровня, равноправны и располагаются параллельно друг другу, это же правило относится и к элементам третьего уровня, замыкающимся на один и тот же элемент второго уровня. Приведенное решение является в определенной степени типовым и может быть использовано с некоторой модификацией для других проблем. Отметим, что мы не рассматривали здесь экстремальные факторы, которые могут быть выделены на каждом уровне, например, алкогольное опьянение или сердечный приступ для субъекта, отказ системы управления для автомобиля, стихийное бедствие для окружающей среды и т.п.

Задача 9.

Эту задачу можно назвать задачей о вложении капитала. Некий предприниматель вкладывает деньги в производство или закупку товаров, которые затем продает на рынке. Требуется определить наилучшую стратегию действий предпринимателя в условиях, когда информация о спросе неполная, т.е. в условиях риска или неопределенности.

Методические указания.

Цель задачи состоит в применении одноцелевых моделей для поиска наилучшего решения. В условиях риска информация о спросе представлена в виде вероятности спроса. В условиях неопределенности задача усложняется, так как сведения о вероятности спроса отсутствуют. Из-за информационной неопределенности образуются издержки, связанные с перепроизводством (предложение превышает спрос) или с недопроизводством (спрос превышает предложение). Конечно, предполагается, что имеется общая информация о возможном диапазоне спроса.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий возможности одноцелевых моделей.

Пример 1. Оцените суммарные вмененные издержки для продавца молока на рынке при объеме заказа 40; 50; 60; 70 литров. Стоимость одного литра молока при оптовой закупке составляет 10 рублей, стоимость продажи – 15 рублей. За заказанное, но не проданное молоко продавец ничего не получает. Составьте платежную матрицу и матрицу потерь и определите вмененные издержки из-за заниженной и завышенной величины заказа, если информация о среднем числе продаж выражается в форме распределения вероятностей требований и имеет вид, приведенный в таблице. Определите оптимальный объем заказа, минимизирующий вмененные издержки. Как изменится стратегия продавца в условиях неопределенности?

Таблица 12

Информация о вероятности спроса

Требуемое количество молока, л	Вероятность требований, %
40	10
50	20
60	40
70	30

Решение.

Решение этой задачи зависит от имеющейся информации. В условиях определенности объем заказа в точности равен объему закупки, поэтому вмененные издержки не возникают. В условиях риска имеется информация о вероятности объема продаж, что соответствует рассматриваемому случаю. Составим платежную матрицу чистого дохода продавца для различных значений вероятности (см. табл.13).

Таблица 13

Платежная матрица

Объем заказа, л	Объем продаж, л			
	40	50	60	70
40	200	200	200	200
50	100	250	250	250
60	0	150	300	300
70	- 100	50	200	350

Составим матрицу потерь (см. табл. 14) и определим величину вмененных издержек (см. табл. 15), возникающих из-за отличия объема заказа от оптимального для данного объема продаж. В матрице потерь значения выше главной диагонали соответствуют потерям из-за заниженной величины заказа, а ниже диагонали – из-за завышенной. При объеме продаж 40 литров издержки образуются только из-за завышенной величины заказа.

Для получения значений издержек, приведенных в табл. 15, нужно значения величины потерь из матрицы потерь умножить на соответствующие значения вероятности. Например, $95=50 \times 0,2+100 \times 0,4+150 \times 0,3$ и т.д.

Таблица 14

Матрица потерь (значения даны в рублях)

Объем заказа, л	Объем продаж, л			
	40	50	60	70
40	0	50	100	150
50	100	0	50	100
60	200	100	0	50
70	300	200	100	0

Таблица 15

Ожидаемая величина вмененных издержек

Объем заказа, л	Ожидаемая величина вмененных издержек		Ожидаемая величина суммарных вмененных издержек, руб.
	Из-за заниженного объема заказа, руб.	Из-за завышенного объема заказа, руб.	
40	95	0	95
50	50	10	60
60	15	40	55 (минимум)
70	0	110	110

В условиях неопределенности отсутствует информация о вероятности требований. В этом случае мы вступаем в область предположений и вынуждены делать различные допущения. Рассмотрим наиболее часто используемые подходы к назначению критериев. Самым простым является предположение о равновероятности требований, когда каждому из них приписывается вероятность 0,25. Используя матрицу потерь, найдем ожидаемую величину вмененных издержек (см. табл. 16).

Таблица 16

Суммарные вмененные издержки

Объем заказа, л	Ожидаемая величина вмененных издержек		Ожидаемая величина суммарных вмененных издержек, руб
	Из-за заниженного объема заказа, руб.	Из-за завышенного объема заказа, руб.	
40	$(50 + 100 + 150) \cdot 0,25 = 75$	0	75
50	$(50 + 100) \cdot 0,25 = 37,5$	$100 \cdot 0,25 = 25$	62,5 (минимум)
60	$50 \cdot 0,25 = 12,5$	$(200 + 100) \cdot 0,25 = 75$	87,5
70	0	$(300 + 200 + 100) \cdot 0,25 = 150$	150

Из табл. 16 следует, что наилучшее решение по объему заказа сместилось в сторону меньшего объема. Теперь сделаем иное предположение, а именно будем минимизировать максимальные потери продавца. Используя матрицу потерь, получим, считая все требования равновероятными, следующие результаты (см.табл. 17).

Таблица 17

Суммарные вмененные издержки

Объем заказа, л	Ожидаемая величина вмененных издержек		Ожидаемая величина суммарных вмененных издержек, руб
	Из-за заниженного объема заказа, руб.	Из-за завышенного объема заказа, руб.	
40	150	0	150
50	100	100	100 (минимум)
60	50	200	200
70	0	300	300

Как видно из табл.17, и в условиях неопределенности при разумных предположениях результаты получаются такие же, как в условиях риска, хотя ожидаемые издержки возрастают с увеличением неопределенности. Следует иметь в виду, что оптимальная стратегия зависит от предположений о вероятности требований. Этим обусловлено ее смещение в сторону меньшего объема заказа при равной вероятности требований. Кроме того на нее оказывает влияние соотношение между ценой закупки и ценой продажи.

Задача 10

Дана структурная схема системы, требуется определить ее надежность и показатель качества функционирования.

Методические указания

Цель задачи состоит в применении нечетких моделей для оценки надежности и показателя качества функционирования системы, если известна ее структурная схема. Рассмотрим конкретный пример, позволяющий освоить процедуру расчетов.

Пример 1. Схема системы состоит из трех последовательно соединенных компонентов. Первый компонент содержит два последовательных элемента, причем вероятность, что первый элемент функциональный – p_1 , а что второй элемент функциональный – p_2 . Второй компонент состоит из трех параллельных ветвей: в первой ветви содержится два последовательных элемента с вероятностями, что они функциональные p_3 и p_4 , во второй ветви один элемент p_5 последовательно соединен с двумя параллельными элементами p_6 и p_7 , третья ветвь состоит из двух последовательных элементов p_8 и p_9 . Третий компонент содержит три последовательных элемента p_{10} , p_{11} и p_{12} . Требуется определить структурную функцию системы и оценить надежность и качество функционирования системы, если известно,

что качество функционирования элементов первого компонента очень высокое или высокое, элементов второго компонента – высокое или среднее, элементов третьего компонента – среднее или низкое.. Как изменится оценка надежности системы, если положить $p_1 = p_2$, $p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = p_7 = p_8 = p_9$, $p_{10} = p_{11} = p_{12}$. Как изменится показатель качества функционирования, если качество функционирования элементов третьего компонента довольно высокое.

Решение

Используя выражения (6.4.1), (6.4.2), выражение для структурной функции системы можно записать в виде

$$f = f_1 f_2 f_3,$$

где f_1 – структурная функция первого компонента, f_2 – структурная функция второго компонента, f_3 – структурная функция третьего компонента, причем $f_1 = x_1 x_2$, $f_2 = x_3 x_4 \hat{+} x_5 (x_6 \hat{+} x_7) \hat{+} x_8 x_9$, $f_3 = x_{10} x_{11} x_{12}$. Структурная функция не поддается сокращениям, так как все элементы ее различны. Заменяя x_1 на p_1 , x_2 на p_2 и т.д. и переходя к простому сложению, получим выражение для надежности системы в виде

$$p_S = f_1 f_2 f_3,$$

где $f_1 = p_1 p_2$, $f_2 = (1 - c)(a + b - ab) + c$, $f_3 = p_{10} p_{11} p_{12}$, $a = p_3 p_4$, $b = p_5(p_6 + p_7 - p_6 p_7)$, $c = p_8 p_9$. При условии, что $p_1 = p_2$, $p_3 = p_4 = \dots = p_9$, $p_{10} = p_{11} = p_{12}$, выражение упрощается, и мы получаем

$$p_S = f_1 f_2 f_3,$$

где $f_1 = p_1^2$, $f_2 = p_3^2 \{ (1 - p_3^2) [1 + (2 - p_3)(1 - p_3^2)] + 1 \}$, $f_3 = p_{10}^3$.

Теперь определим показатель качества функционирования системы. Имеем, используя (6.4.14), (6.4.15),

$$g_S = \min(g_1, g_2, g_3) = H,$$

так как $g_1 = B$, $g_2 = OB$, $g_3 = H$, т.е. качество функционирования низкое. Если $g_3 = DB$, то $g_S = DB$, т.е. качество функционирования довольно высокое.

Приложение 3

Вопросы и задачи для самостоятельной работы

к главе 2

1. Требуется разработать стратегию действий производственного предприятия (фирмы, завода). Какие внешние системы следует принять во внимание?
2. Используя схему системного анализа, проанализируйте следующие объекты: телевизор, магнитофон, музыкальный центр, стиральную машину, холодильник, страховую компанию, автотранспортное предприятие.

к главе 3

1. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1, \dots, X_6\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Имеет ли данная система циклы? Сколько порядковых уровней имеет система?

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1		1	1		1	1
X_2			1		1	1
X_3					1	1
X_4		1	1		1	1
X_5		1	1			1
X_6						

2. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1, \dots, X_6\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число циклов и классов эквивалентности. Сколько порядковых уровней имеет данная система?

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1	1	1	1			1
X_2		1		1		
X_3	1		1			1
X_4				1	1	
X_5	1				1	
X_6			1			1

3. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1, \dots, X_8\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число циклов в системе. Сколько порядковых уровней имеет данная система?

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1	1	1		1				
X_2	1	1						1
X_3			1		1			
X_4				1				
X_5					1		1	
X_6						1		1

X ₇	1		1				1	
X ₈		1				1		1

4. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1, \dots, X_8\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число циклов и классов эквивалентности. Сколько порядковых уровней имеет данная система?

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈
X ₁				1				1
X ₂			1					1
X ₃					1			
X ₄						1		1
X ₅		1						
X ₆	1						1	
X ₇	1							1
X ₈		1						

5. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1, \dots, X_9\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число циклов и классов эквивалентности. Сколько порядковых уровней имеет данная система?

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
X ₁		1		1		1			1
X ₂				1					1
X ₃				1	1	1		1	1
X ₄	1	1							
X ₅	1	1		1			1		
X ₆					1			1	
X ₇	1			1					1
X ₈		1		1			1		
X ₉		1			1				

6.^{*1} Элементы системы связаны бинарным отношением следующим образом: элемент X₁ связан с X₁, X₃, X₆, X₈; X₂ связан с X₂, X₄, X₅, X₉; X₃ связан с X₃, X₈, X₁; X₄ связан с X₄, X₉; X₅ связан с X₅, X₇, X₂, X₁; X₆ связан с X₆, X₅, X₈, X₁; X₇ связан с X₇, X₃; X₈ связан с X₈, X₆; X₉ связан с X₉, X₅, X₂. Постройте матрицу инцидентий и определите тип отношения. Какими свойствами обладает данное отношение? Определите число циклов и классов эквивалентности. Сколько порядковых уровней имеет данная система?

7.^{*} На автотранспортном предприятии имеются транспортные средства 9 типов, эффективность использования которых различна. Определите распределение транспортных средств по эффективности использования, если известно, что в течение года средства первого типа использовались не менее эффективно, чем второго, третьего, седьмого и девятого, второго – не менее эффективно, чем третьего, четвертого и шестого, третьего – не менее эффективно, чем первого, пятого и шестого, четвертого – не менее эффективно, чем третьего, шестого и восьмого, пятого – не менее эффективно, чем седьмого, шестого – не менее эффективно, чем пятого и восьмого, седьмого – не менее эффективно, чем шестого и восьмого, восьмого – не менее эффективно, чем седьмого, девятого – не менее эффективно, чем пятого и седьмого. Какие транспортные средства использовались наименее эффективно?

¹ Знаком * отмечены задачи повышенной трудности

8. * Приборостроительная фирма выпускает приборы 9 типов. По результатам испытаний установлено, что метрологическая надежность приборов девятого типа не хуже, чем восьмого, шестого, четвертого и третьего; приборов восьмого типа – не хуже, чем седьмого, первого, второго и четвертого; приборов седьмого типа – не хуже, чем второго, четвертого, шестого и восьмого; шестого – не хуже, чем четвертого, седьмого, восьмого и девятого; пятого – не хуже, чем первого, третьего, четвертого и девятого; четвертого – не хуже, чем второго и третьего; третьего – не хуже, чем второго и четвертого; первого – не хуже, чем второго и третьего. Определите распределение приборов по степени надежности. Какие из приборов наименее надежны? Какие приборы эквивалентны по надежности?

9. * При определении приоритетов вложения капитала на развитие проводилось сравнение различных вариантов инвестиций по ряду критериев. Известно, что первый вариант не уступает второму, третьему, шестому и восьмому; второй вариант не уступает первому, пятому и шестому; третий не уступает второму, пятому, шестому и седьмому; четвертый не уступает шестому, седьмому и девятому; пятый – шестому, седьмому и девятому; шестой – седьмому, восьмому и девятому; седьмой – четвертому, шестому и девятому; восьмой не уступает седьмому и девятому; девятый не уступает четвертому и седьмому. Составьте матрицу инцидентов. Определите, какие варианты являются наиболее и наименее предпочтительными для вложения капитала. Какие варианты эквивалентны друг другу?

к главе 4

1. Постройте дерево решений для следующих проблем: неисправность автомобиля; нарушение правил дорожного движения; ошибка при наборе текста на компьютере; набор неверного телефонного номера; опоздание на работу (опоздание на встречу к назначенному сроку); брак при изготовлении детали на станке; ошибка при решении задачи на компьютере; низкое качество продукции, производимой фирмой.

2. Оцените побочные эффекты (последствия) проектирования для следующих проблем: строительство АЭС вблизи города; создание сверхзвуковых самолетов; строительство высотных зданий, изменяющих облик города; проведение исследований по генной инженерии.

к главе 5

1. Брокер покупает и продает акции на бирже. Определите стратегию брокера для двух типов акций в условиях риска по данным, приведенным ниже. Цена покупки акций первого типа составляет 10 у.е., цена продажи – 12 у.е. Цена покупки акций второго типа составляет 15 у.е., цена продажи – 17 у.е. Прогнозируемый спрос на акции представлен в виде вероятности продажи (см. таблицу). Как изменится стратегия брокера в условиях неопределенности?

Акции первого типа		Акции второго типа	
Объем продажи, у.е.	Вероятность, %	Объем продажи, у.е.	Вероятность, %
100	15	100	20
200	25	200	40
300	40	300	30
400	20	400	10

2. Используя одноцелевые модели, объясните, как достигается компромисс при решении следующих проблем: строительство АЭС вблизи большого озера, строительство промышленного предприятия рядом с жилой зоной, контроль качества автомобилей, диагностика заболевания, увеличение числа патрульных служб в районах города, контроль продукции, увеличение числа владельцев автомобилей в городе, эксплуатация сложного оборудования, массовое обслуживание потребителей (заявок), увеличение затрат для сокращения времени выполнения проекта, увеличение числа обслуживающих центров для уменьшения времени ожидания в очереди, влияние роста экономики на качество окружающей среды, влияние объема валового национального продукта на качество жизни, увеличение числа выпускников в вузах города, повышение заработной платы сотрудников государственных учреждений, увеличение денежных пособий для преодоления экономического спада, транспортировка отходов производства с помощью одноразовых и многоразовых контейнеров, использование административной системы управления на разных уровнях (предприятие, институт, отрасль). При решении задачи определите, какие факторы являются конкурирующими, что относится к прямым и косвенным издержкам, что является мерой эффекта в каждой проблеме.

3. Варианты решения некоторой проблемы характеризуются пятью критериями K_1, \dots, K_5 , оценки важности которых равны соответственно: 0.10, 0.11, 0.22, 0.67, 0.19. Какой метод принятия решений целесообразно использовать в данном случае?

4. В таблице приведены оценки по 10-ти балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Определите множество эффективных решений.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
B_1	1	2	3	4	5	5	6	7	9
B_2	9	1	2	3	4	5	6	7	8
B_3	8	6	4	5	3	2	3	6	7
B_4	7	6	4	5	3	2	4	6	7
B_5	9	4	2	3	4	5	6	6	8
B_6	4	2	3	4	5	6	7	6	8

5. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Определите множество эффективных решений.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
B_1	100	20	30	40	50	50	60	70	90
B_2	90	10	20	30	40	50	60	70	80
B_3	80	60	40	50	30	20	30	60	70
B_4	70	60	40	50	30	20	40	60	70
B_5	90	40	20	30	40	50	60	60	80
B_6	40	20	30	40	50	60	70	60	80

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

6. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). В четвертом столбце использованы словесные

оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение, С – среднее значение). Определите множество эффективных решений.

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉
B ₁	1	2	3	С	5	5	6	7	9
B ₂	9	1	2	С	4	5	6	7	8
B ₃	8	6	4	В	3	2	3	6	7
B ₄	7	6	4	ОВ	3	2	4	6	7
B ₅	9	4	2	В	4	5	6	6	8
B ₆	4	2	3	С	5	6	7	6	8

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента. Словесные оценки не изменяются.

7. В таблице приведены оценки по 10-ти балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Какие альтернативы можно исключить из рассмотрения?

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉
B ₁	2	2	3	4	5	6	6	7	8
B ₂	7	3	2	3	4	5	6	7	8
B ₃	7	4	4	5	3	2	1	6	7
B ₄	7	4	4	5	3	1	2	6	7
B ₅	8	1	2	3	4	5	6	6	8
B ₆	1	2	3	4	5	6	7	7	8

8. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Какие альтернативы можно исключить из рассмотрения?

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉
B ₁	20	20	30	40	50	60	60	70	80
B ₂	70	30	20	30	40	50	60	70	80
B ₃	70	40	40	50	30	20	100	60	70
B ₄	70	40	40	50	30	100	20	60	70
B ₅	80	10	20	30	40	50	60	60	80
B ₆	10	20	30	40	50	60	70	70	80

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

9. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). В третьем и седьмом столбцах использованы словесные оценки (В – высокое значение, С – среднее, Н – низкое). Какие альтернативы можно исключить из рассмотрения?

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉
B ₁	2	2	С	4	5	6	В	7	8
B ₂	7	3	С	3	4	5	В	7	8
B ₃	7	4	В	5	3	2	С	6	7
B ₄	7	4	Н	5	3	1	С	6	7

B_5	8	1	В	3	4	5	Н	6	8
B_6	1	2	Н	4	5	6	Н	7	8

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента. Словесные оценки не изменяются.

10. В таблице приведены оценки по 10-ти балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Определите множество Парето-решений.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
B_1	4	3	7	2	4	4	6	7
B_2	3	3	7	2	5	4	6	8
B_3	3	4	6	4	4	7	6	8
B_4	5	4	6	3	4	7	7	6
B_5	4	7	6	4	6	7	6	8
B_6	7	5	6	5	6	7	6	7
B_7	5	6	3	2	5	6	6	8
B_8	6	4	6	1	6	6	7	6
B_9	6	4	6	7	6	4	7	6
B_{10}	8	6	5	4	6	6	6	8

11. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Определите множество Парето-решений.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
B_1	40	30	70	20	40	40	60	70
B_2	30	30	70	20	50	40	60	80
B_3	30	40	60	40	40	70	60	80
B_4	50	40	60	30	40	70	70	60
B_5	40	70	60	40	60	70	60	80
B_6	70	50	6	5	6	7	60	70
B_7	50	60	30	20	50	60	60	80
B_8	60	40	60	100	60	60	70	60
B_9	60	40	60	70	60	40	70	60
B_{10}	8	60	50	40	60	60	6	80

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

12. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). В первом и шестом столбцах использованы словесные оценки (В – высокое значение, С – среднее, Н – низкое). Определите множество Парето-решений.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
B_1	С	3	7	2	4	С	6	7
B_2	С	3	7	2	5	С	6	8
B_3	Н	4	6	4	4	В	6	8
B_4	С	4	6	3	4	В	7	6

V ₅	В	7	6	4	6	В	6	8
V ₆	В	5	6	5	6	С	6	7
V ₇	С	6	3	2	5	Н	6	8
V ₈	Н	4	6	1	6	В	7	6
V ₉	В	4	6	7	6	С	7	6
V ₁₀	В	6	5	4	6	С	6	8

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента. Словесные оценки не изменяются.

13. В таблице приведены оценки по 10-ти балльной шкале вариантов решения V_i некоторой проблемы по критериям K_j . Какие альтернативы не входят в множество Парето?

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆
V ₁	3	4	5	4	6	5
V ₂	2	5	5	4	7	6
V ₃	3	6	4	5	7	8
V ₄	9	9	4	7	5	8
V ₅	6	7	4	7	5	6
V ₆	8	8	4	6	5	7

14. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения V_i некоторой проблемы по критериям K_j . Какие альтернативы не входят в множество Парето?

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆
V ₁	30	40	50	40	6	50
V ₂	20	50	50	40	70	60
V ₃	30	60	4	50	70	80
V ₄	90	90	40	70	50	80
V ₅	6	7	40	70	50	60
V ₆	80	8	40	60	5	70

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

15. В таблице приведены оценки по 100 балльной шкале вариантов решения V_i некоторой проблемы по критериям K_j . В четвертом и шестом столбцах использованы словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, С – среднее, Н – низкое). Какие альтернативы не входят в множество Парето?

	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆
V ₁	3	4	5	Н	6	С
V ₂	2	5	5	Н	7	С
V ₃	3	6	4	С	7	ОВ
V ₄	9	9	4	ОВ	5	С
V ₅	6	7	4	С	5	Н
V ₆	8	8	4	ОВ	5	С

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента. Словесные оценки не изменяются.

16. Исходное множество допустимых решений состоит из пяти альтернатив: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 . Для определения наилучшего решения использовалась свёртка по наилучшему критерию и были рассчитаны значения общего критерия для каждой альтернативы: $K(V_1) = 0,1+0,1 |i-j|$; $K(V_2) = 0,2$; $K(V_3) = 0,3$; $K(V_4) = 0,2$, $K(V_5)=0,05$. i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента. Какое решение является наилучшим?

17. Исходное множество допустимых решений состоит из пяти альтернатив: V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 . Для определения наилучшего решения использовался метод расстояния и были рассчитаны значения меры расстояния для каждой альтернативы: $d(V_1) = 0,13$; $d(V_2) = 0,21$; $d(V_3) = 0,12$; $d(V_4) = 0,14$; $d(V_5)=0,1+0,1 |i-j|$. Какое решение является наилучшим?

18. Исходное множество допустимых решений состоит из четырёх альтернатив: V_1, V_2, V_3, V_4 . Для определения наилучшего решения использовалась аддитивная свёртка и были рассчитаны значения общего критерия для каждой альтернативы: $K(V_1) = 0,2+0,05 |i-j|$; $K(V_2) = 0,2$; $K(V_3) = 0,3$; $K(V_4) = 0,35$. Какое решение является наилучшим?

19. При выборе стратегии развития фирмы учитывались следующие критерии: K_1 – степень обновления продукции, K_2 – степень обновления технологии; K_3 – уровень насыщения спроса; K_4 – государственное регулирование роста; K_5 – государственное регулирование конкуренции. Определите наилучший вариант стратегии по данным таблицы, если допустимые (пороговые) значения критериев равны соответственно $K_{1д}=3$; $K_{2д}=4$; $K_{3д}=2$; $K_{4д}=2$; $K_{5д}=4$. (Значения всех критериев указаны в баллах).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	5	2	2	5
V_2	3	4	3	4	5
V_3	4	5	3	2	6
V_4	4	4	5	3	5
V_5	4	4	4	4	4

20. При выборе стратегии развития фирмы учитывались следующие критерии: K_1 – степень обновления продукции, K_2 – степень обновления технологии; K_3 – уровень насыщения спроса; K_4 – государственное регулирование роста; K_5 – государственное регулирование конкуренции. Определите наилучший вариант стратегии по данным таблицы, если допустимые (пороговые) значения критериев равны соответственно $K_{1д}=5+i+j$; $K_{2д}=6+i+j$; $K_{3д}=4+i+j$; $K_{4д}=4+i+j$; $K_{5д}=6+i+j$. (Значения всех критериев указаны в баллах).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	5	2	2	5
V_2	3	4	3	4	5
V_3	4	5	3	2	6
V_4	4	4	5	3	5

V_5	4	4	4	4	4
-------	---	---	---	---	---

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

21. По данным таблицы предыдущей задачи определите наилучший вариант стратегии, используя метод расстояния. Важность критериев считать одинаковой. Использовать функцию Хемминга.

22. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя аддитивную свертку. Задачу решите для двух случаев: а) важность критериев одинакова; б) важность критериев составляет соответственно $a_1=0,24$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,14$.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	4	3	3	5
V_2	3	4	3	4	4
V_3	4	5	3	2	4
V_4	4	4	5	3	5
V_5	4	4	4	4	4

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

23. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наихудшему критерию. Задачу решите для двух случаев: а) важность критериев одинакова; б) важность критериев составляет соответственно $a_1=0,21$, $a_2=0,23$, $a_3=0,19$, $a_4=0,16$.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	4	3	3	5
V_2	3	4	3	4	4
V_3	4	4	4	2	5
V_4	2	4	5	3	4
V_5	4	3	3	4	4

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

24. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния. Задачу решите для двух случаев: а) важность критериев одинакова; б) важность критериев составляет соответственно $a_1=0,24$, $a_2=0,21$, $a_3=0,16$, $a_4=0,15$. Использовать функцию Евклида.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	4	2	4	5
V_2	3	4	3	4	5
V_3	4	4	4	2	3
V_4	2	4	5	3	5
V_5	4	4	3	4	4

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

25. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния. Задачу решите для двух случаев: а) важность критериев одинакова; б) важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,20$, $a_3=0,18$, $a_4=0,19$. Использовать функцию по наибольшему различию.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	5	2	2	5
V_2	3	3	3	4	5
V_3	4	5	3	2	4
V_4	4	4	5	3	5
V_5	4	4	3	4	4

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

26. По данным таблицы задачи 25 определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния. Задачу решите для двух случаев: а) важность критериев одинакова; б) важность критериев составляет соответственно $a_1=0,27$, $a_2=0,21$, $a_3=0,20$, $a_4=0,16$. Использовать функцию по наименьшему различию.

27. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя следующие методы: аддитивная свертка (обычная и с использованием функции полезности), мультипликативная свертка, свертка по наихудшему критерию, свертка по наилучшему критерию, метод расстояния (для четырех мер расстояния – Хемминга, Евклида, по наибольшему и по наименьшему различию), метод пороговых критериев. Задачу решите для двух случаев: а) важность критериев одинакова; б) важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,14$, $a_3=0,30$, $a_4=0,15$.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	5	2	4	3
V_2	3	4	3	4	5
V_3	4	5	4	2	5
V_4	5	4	4	2	4
V_5	3	5	3	4	3

Примечание. Для получения варианта задания следует увеличить числа в каждой ячейке таблицы на $k+l+i+j$, где k – номер строки, l – номер столбца, i – последняя цифра шифра, j – предпоследняя цифра шифра студента.

28. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя следующие методы: аддитивная свертка (обычная и с использованием функции полезности), мультипликативная свертка, свертка по наихудшему критерию, свертка по наилучшему критерию, метод расстояния (для четырех мер расстояния – Хемминга, Евклида, по наибольшему и по наименьшему различию), метод пороговых критериев. Задачу решите для двух случаев: а) важность критериев одинакова; б) важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,14$, $a_3=0,30$, $a_4=0,15$. В таблице использованы обозначения: ОВ – очень высокое значение, В – высокое, С – среднее, Н – низкое, ОН – очень низкое. Оценки приведены в десятибалльной шкале.

Варианты решения	Значения критериев									
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉	K ₁₀
V ₁	Н	Н	С	С	С	ОВ	С	В	В	В
V ₂	В	ОВ	С	С	ОВ	ОВ	В	В	В	В
V ₃	С	В	С	ОВ	Н	В	С	Н	Н	С
V ₄	В	ОВ	В	С	С	ОВ	В	С	В	В
V ₅	ОН	С	С	Н	ОН	С	ОВ	В	Н	Н
V ₆	ОВ	В	В	В	С	В	ОВ	В	В	В
V ₇	В	В	В	В	С	С	В	ОВ	С	С
V ₈	С	ОН	В	С	С	В	С	С	ОВ	С
V ₉	В	В	В	С	В	ОВ	В	В	В	В
V ₁₀	ОВ	ОВ	В	С	В	В	ОВ	В	В	ОВ
V ₁₁	ОВ	С	В	В	С	С	В	С	В	В
V ₁₂	В	В	В	В	В	В	В	ОВ	В	С
V ₁₃	ОВ	В	В	ОВ	В	В	ОВ	В	В	ОВ
V ₁₄	В	ОВ	В	В	В	В	ОВ	В	В	ОВ
V ₁₅	ОВ	С	В	В	В	В	ОВ	В	В	ОВ

Примечание. Для получения варианта задания следует вычеркнуть из исходной таблицы i -й столбец и i -ю строку, а также j -столбец и j -ю строку (оставшиеся строки и столбцы не перенумеровываются), для $i = 0$ и (или) $j = 0$ вычеркивается 10-я строка и 10-й столбец.

29. По результатам опроса экспертов составлена таблица оценок вариантов решения некоторой проблемы по 10 критериям. Используются балльные оценки в пятибалльной шкале и словесные оценки, причем большей оценке соответствует лучшее значение критерия. По данным таблицы, считая все критерии одинаково важными, требуется: а) выделить множество Парето-решений; б) представить результаты сравнения оставшихся вариантов в виде диаграммы в полярных координатах (каждая координата - отдельный критерий); в) используя диаграмму, определить, какой вариант (варианты) решения является предпочтительным; г) проверить результат выбора, используя подходящую свертку критериев; д) оценить ошибку выбора, если ошибка оценок таблицы составляет $0,1+0,1 \cdot i$.

Примечание. Для получения варианта задания следует вычеркнуть из исходной таблицы i -й столбец и i -ю строку, а также j -столбец и j -ю строку (оставшиеся строки и столбцы не перенумеровываются), для $i = 0$ и (или) $j = 0$ вычеркивается 10-я строка и 10-й столбец.

Варианты решения	Значения критериев									
	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉	K ₁₀
V ₁	2	Н	3	3	С	2	3	4	4	В

V ₂	4	ОВ	3	3	С	5	4	4	4	В
V ₃	3	В	3	2	Н	4	3	2	2	С
V ₄	4	ОВ	3	3	С	5	4	3	4	В
V ₅	1	С	3	2	ОН	3	2	4	2	Н
V ₆	5	В	4	4	С	4	5	4	4	В
V ₇	4	В	4	4	С	3	4	2	3	С
V ₈	3	ОН	4	3	С	4	3	3	2	С
V ₉	4	В	4	3	В	3	4	4	4	В
V ₁₀	5	ОВ	4	3	В	4	5	4	4	ОВ
V ₁₁	3	С	2	2	С	3	4	3	1	В
V ₁₂	2	В	3	3	В	4	4	4	4	С
V ₁₃	5	В	4	3	В	4	5	4	4	ОВ
V ₁₄	4	ОВ	4	4	В	4	5	4	4	ОВ
V ₁₅	3	С	4	4	В	4	5	4	4	ОВ

Примечание. В таблице использованы обозначения: ОВ – очень высокое значение, В – высокое, С – среднее, Н – низкое, ОН – очень низкое.

30. * Торговая фирма закупает продукцию и продает ее на внутреннем рынке. Средний объем продажи за предыдущий период составляет $(100+100(i+j))$ у.е. продукции (где i – последняя цифра шифра студента, j – предпоследняя). Известно, что имеется тенденция к возрастанию объема продажи. Капитал, который фирма может потратить на закупку продукции, ограничен величиной 2500 у.е. продукции. Требуется определить оптимальный объем закупок на предстоящий период с учетом прямых и косвенных издержек, если цена закупки одной у.е. продукции составляет $(10+0,1(i+j))$ у.е., а цена продажи – $(15+i+j)$ у.е. Проанализируйте, как зависит решение от ограничения капитала на закупку, объема продажи и разности между ценой закупки и продажи одной единицы продукции.

к главе 6

1. Статус фирмы в одной из моделей характеризуется двумя переменными: рост спроса на продукцию и доля рынка по сравнению с ведущим конкурентом. Постройте решетку разрешающих форм для каждой переменной и объединенную решетку, если каждая переменная принимает по 2, 3, 4 состояния. Как изменится результат, если переменные имеют разное число состояний? Дайте интерпретацию каждой разрешающей формы.

2. Дано множество фирм, множество выпускаемых автомобилей и множество автолюбителей. Определите для элементов этих множеств покрытие, разбиение и иерархию.

3. В таблице даны два множества X и Y , а также тип отношения R . По данным таблицы: а) выберите из множеств X и Y элементы, связанные отношением R ; б) определите систему, состоящую из элементов множеств X и Y , связанных заданным отношением R ; в) проведите топологический анализ системы, а именно: определите первый структурный вектор Q и вектор препятствий D комплекса $K_X(Y,R)$ либо $K_Y(X,R)$; число несвязных компонентов комплекса, степень связности и эксцентриситет каждого симплекса, входящего в комплекс; укажите, какой из симплексов является

наиболее адаптированным; насколько сильно связан комплекс.

Примечание. Для четного j либо $j = 0$ анализируется комплекс K_X , для нечетного j - комплекс K_Y .

Таблица к задаче № 3

Последняя цифра шифра студента, i	Множество X	Множество Y	Тип отношения R
0	Вольтметр, амперметр, ампервольтметр, тестер, мегомметр, RCL-мост, весы, тепловоз, автомобиль, манометр	Напряжение, ток, скорость, сопротивление, индуктивность, емкость, масса, ускорение, двигатель, кузов	Соответствие (прибор x_i измеряет величину y_j)
1	Цифровой вольтметр, амперметр, ампервольтметр, тестер, мегомметр, весы, автомобиль, телевизор, магнитофон, трактор	Шкала, стрелка, цифровое табло, источник питания, усилитель, ходовая часть, кузов, двигатель, кинескоп	Включение (объект x_i содержит элемент y_j)
2	Вольтметр (класс точности 0,5); вольтметр (класс точности 0,1); ампервольтметр (класс точности 0,3); тестер (класс точности 1); весы (класс точности 0,1); мегомметр (класс точности 0,5); вольтметр (класс точности 0,05); манометр (класс точности 0,2); радиоприемник (чувствительность не хуже 0,4 мВ/м); магнитофон (уровень помех не хуже 42 дБ)	Совпадает с X	Строгий порядок (прибор x_i лучше прибора y_j по классу точности)
3	Вольтметр (класс точности 0,5, диапазон 10^5), вольтметр (класс точности 0,1, диапазон 10^6), весы (класс точности 0,1, диапазон 10^6), вольтметр (класс точности 0,5, диапазон	Совпадает с X	Доминирование (предпочтение) (прибор x_i не хуже прибора y_j по классу точности и диапазону)

	5*10 ⁵), вольтметр (класс точности 0,05, диапазон 10 ⁶), тестер (класс точности 0,2, диапазон 10 ⁶), радиоприемник (чувствительность не хуже 0,4 мВ/М, диапазон частот 150кГц ... 70МГц)		
4	Магнитофон не включен; перегорел предохранитель; нажата кнопка останова; обрыв в цепи питания; происходит заедание ленты; кассета установлена не верно; удален предохранительный выступ; загрязнена головка; потянута лента; плохое качество записи; проблемы с усилителем; загрязнен тонвал	Нет питания; не горит сигнальная лампочка; лента не движется; запись не работает; прерывистый звук; нестабильная скорость; повышенный фон	«Причина – следствие» (элемент x _i является причиной элемента y _j)
5	Вольтметр, амперметр, ампервольтметр, тестер, мегомметр, ваттметр, весы рычажные, весы электронные, автомобиль, поезд, самолет	Совпадает с X	Сходство (прибор x _i сходен с прибором y _j по назначению)
6	Вольтметр, амперметр, ампервольтметр, тестер, мегомметр, ваттметр, весы рычажные, весы электронные, автомобиль, поезд, самолет	Совпадает с X	Различие (прибор x _i отличен от прибора y _j по назначению)
7	Вольтметр (класс точности 0,5), ампервольтметр (класс точности 0,5), тестер (класс точности 0,5), мегомметр (класс точности 0,1), манометр (класс точности 0,5), весы рычажные (класс точности 0,5), ваттметр	Совпадает с X	Подобие (прибор x _i подобен прибору y _j по назначению и классу точности)

	(класс точности 0,5), амперметр (класс точности 0,5), частотомер (класс точности 0,5), RCL-мост (класс точности 0,1)		
8	Магнитофон не включен; перегорел предохранитель; нажата кнопка останова; обрыв в цепи питания; происходит заедание ленты; кассета установлена не верно; удален предохранительный выступ; загрязнена головка; потянута лента; плохое качество записи; проблемы с усилителем; загрязнен тонвал	Заменить предохранитель, включить питание, устранить обрыв в цепи питания, отжать кнопку останова, заменить кассету, правильно вставить кассету, очистить головку, перезаписать ленту, проверить усилитель, очистить тонвал	Необходимость (из элемента x_i с необходимостью следует элемент y_j)
9	Не горит сигнальная лампа, лента не движется, запись не работает, прерывистый звук, искаженный звук, нестабильная скорость, повышенный фон	Перегорел предохранитель; нажата кнопка останова; обрыв в цепи питания; происходит заедание ленты; кассета установлена не верно; удален предохранительный выступ; загрязнена головка; потянута лента; плохое качество записи; проблемы с усилителем; загрязнен тонвал	Возможность (возможной причиной элемента x_i является элемент y_j)

Примечание. Тестер измеряет электрическое напряжение, ток и сопротивление; мегомметр – электрическое сопротивление; ваттметр – мощность; манометр – давление; RCL-мост измеряет электрическое сопротивление, емкость и индуктивность.

4. Дано множество предприятий $X (X_1 \dots X_5)$ и множество типов продукции $Y (Y_1 \dots Y_{20})$. На первом предприятии выпускается $Y_1 \dots Y_5$, на втором – $Y_2 \dots Y_8$, на третьем – $Y_5 \dots Y_{12}$, на четвертом – $Y_{13} \dots Y_{15}$, на пятом – $Y_{12} \dots Y_{20}$. Проведите топологический анализ множества предприятий и множества типов продукции. По результатам анализа определите: а) предприятие и тип продукции, имеющие наибольшую связность; б) предприятие и тип продукции, имеющие наибольший эксцентриситет; в) имеется ли препятствие в обмене типами продукции между первым и третьим предприятиями; г) имеется ли препятствие в обмене предприятиями между вторым и пятым типами продукции.

5. Определите структурную функцию системы, состоящей из $i+j+|i-j|$ компонентов, соединенных последовательно. Оцените вероятность функционирования (надежность) системы, если вероятность того, что первые i компонентов функциональные, составляет p_i , вероятность, что последующие j компонентов функциональные p_j , а вероятность, что остальные компоненты функциональные $p_{|i-j|}$. Как изменится ответ, если $p_i = \text{const}(i) = p_1$, $p_j = \text{const}(j) = p_2$, $p_{|i-j|} = \text{const}(|i-j|) = p_3$. Оцените показатель качества функционирования системы, если первые i компонентов работают очень хорошо или хорошо, последующие j компонентов – хорошо или средне, а для остальных компонентов качество функционирования среднее или низкое.

6. Решите ту же задачу для системы, состоящей $i+j+|i-j|$ компонентов, соединенных параллельно.

7. Определите структурную функцию системы, состоящей из трех последовательных подсистем. Первая подсистема состоит из $i+2$ последовательно соединенных компонентов, каждый из которых, в свою очередь, содержит j параллельных элементов. Вторая подсистема состоит из $j+3$ параллельно соединенных компонентов, каждый из которых содержит i последовательных элементов. Третья подсистема состоит из $|i-j|$ параллельно соединенных компонентов, каждый из которых содержит $i+j$ последовательных элементов. Вероятность, что элементы функциональные, составляет для первой подсистемы $p_{i+2,j}$, для второй подсистемы $p_{j+3,i}$, для третьей подсистемы $p_{|i-j|,i+j}$. Как изменится ответ, если $p_{i+2,j} = \text{const}(i) = p_1$, $p_{j+3,i} = \text{const}(j) = p_2$, $p_{|i-j|,i+j} = \text{const}(|i-j|) = p_3$. Оцените показатель качества функционирования системы, если качество функционирования параллельных элементов в первой подсистеме – высокое, качество функционирования последовательных элементов во второй подсистеме – среднее, а качество функционирования последовательных элементов в третьей подсистеме – очень высокое.

8.* Определите структурную функцию системы, состоящей из $i+5$ компонентов, соединенных последовательно. Каждый компонент состоит из $j+5$ последовательных элементов, к которым последовательно присоединены $|i-j|$ параллельных элементов. Определите надежность (вероятность функционирования) системы, если вероятность того, что элемент m компонента k функциональный, равна $p_{k,m}$. Как изменится оценка надежности, если в каждом из $i+5$ компонентов вероятность того, что элемент функциональный, одинакова для всех элементов одного компонента, но различается для элементов разных компонентов. Оцените показатель качества функционирования системы, если в первых трех компонентах качество функционирования элементов высокое или очень высокое, а в остальных компонентах – высокое или среднее.

9. Решите ту же задачу для случая, когда $i+5$ компонентов соединены параллельно.

Итоговый тест¹**1. Производственная фирма является**

- а) технической системой;
- б) социальной системой;
- в) абстрактной системой;
- г) организационно – технической системой

2. К какому типу систем относится автомобиль?

- а) технические;
- б) социальные;
- в) абстрактные;
- г) организационно – технические

3. К какому типу систем относится измерительный прибор?

- а) технические;
- б) социальные;
- в) абстрактные;
- г) организационно – технические

4. Входным элементом автомобиля является

- а) перевозимый груз;
- б) входная дверь;
- в) топливо;
- г) водитель

5. Входным элементом компьютера является

- а) исходная информация;
- б) монитор;
- в) источник питания;
- г) пользователь

6. Выходным элементом производственной фирмы являются

- а) служащие;
- б) производимая продукция;
- в) сырьё и комплектующие материалы;
- г) прибыль

7. Критерии эффективности системы показывают

- а) степень достижения цели;
- б) прибыль;
- в) затраты;
- г) стабильность системы

8. Какая структура характерна для управления фирмой?

- а) линейная;
- б) матричная;
- в) циклическая;

¹ Ответы на задания теста являются однозначными.

г) иерархическая

9. К классу автоматов относится

а) автомобиль;

б) завод;

в) банк;

г) учебное заведение

10. Какие факторы необходимы для составления матрицы «программы – элементы»?

а) цель и границы системы;

б) ресурсы и затраты;

в) инвестиции и прибыль;

г) территориальное положение и юридическое подчинение системы

11. К структурным свойствам системы относятся

а) централизация;

б) адаптивность;

в) инерционность;

г) стабильность

12. К динамическим свойствам системы относятся

а) централизация;

б) иерархическая упорядоченность;

в) инерционность;

г) целостность

13. Модели поведения двух систем с подобной структурой

а) подобны;

б) тождественны;

в) независимы;

г) противоположны

14. Процедура разложения системы на части, образующие дерево целей, называется

а) структуризация;

б) декомпозиция;

в) анализ;

г) синтез

15. При принятии решений информация

а) сокращает время;

б) уменьшает затраты;

в) освобождает рабочую силу;

г) увеличивает заработную плату

16. К одноцелевым моделям принятия решений относится

а) модель «прибыль – издержки»;

б) модель Леонтьева;

в) модель для анализа конфликтных ситуаций;

г) модель без управления

17. Множеству Парето принадлежат решения,

а) которые лучше других по всем критериям;

б) которые лучше других по двум критериям;

в) которые лучше других хотя бы по одному критерию;

г) которые хуже других хотя бы по одному критерию

18. Если не известна реакция окружающей среды, то при принятии решений следует использовать

а) метод равновесия;

б) метод гарантированного результата;

в) метод Парето;

г) метод диаграмм

19. При принятии компромиссных решений в закрытых системах следует использовать

а) метод равновесия;

б) метод Парето;

в) метод наилучшей реакции окружающей среды;

г) метод свёртки

20. Какой метод принятия решений следует использовать, если один из критериев значительно важнее остальных?

а) метод свёртки;

б) метод пороговых критериев;

в) метод главного критерия;

г) метод расстояния

21. На уменьшении числа критериев основан

а) метод свёртки;

б) метод Парето;

в) метод Нэша;

г) метод перебора

22. Какой метод принятия решений следует использовать, если по условиям задачи известно «идеальное» решение?

а) метод свёртки;

б) метод расстояния;

в) метод пороговых критериев;

г) метод главного критерия

23. Какой метод принятия решений следует использовать, если условия задачи представлены в виде системы неравенств для критериев вида $K_j(x) \geq K_{jg}$, где K_{jg} – граничное значение j -го критерия, $K_j(x)$ – значение j -го критерия для альтернативы x , n – число критериев; $j = 1, 2, \dots, n$?

а) метод свёртки;

б) метод главного критерия;

в) метод расстояния;

г) метод пороговых критериев

24. На уменьшении числа альтернатив в исходном множестве основан

а) метод свёртки;

б) метод Парето;

в) метод диаграмм;

г) метод анализа иерархий

25. Аддитивной свёртке критериев соответствует выражение

$$a) K(x) = \sum_{j=1}^n a_j K_j(x);$$

$$б) K(x) = \prod_{j=1}^n K_j^{a_j}(x);$$

$$в) K(x) = \min_j a_j K_j(x);$$

$$г) K(x) = \max_j a_j K_j(x)$$

26. Множество Парето строится

- а) для уменьшения числа критериев;
- б) для определения наилучшего решения;
- в) для уменьшения числа альтернатив;
- г) для определения равновесного решения

27. Варианты решения некоторой проблемы характеризуются пятью критериями $K_1 \dots K_5$, оценки важности которых равны соответственно: 0.10, 0.11, 0.12, 0.37, 0.09. Какой метод принятия решений целесообразно использовать?

- а) метод свертки;
- б) метод пороговых критериев;
- в) метод главного критерия;
- г) метод расстояния

28. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (V_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Сколько альтернатив содержит множество Парето?

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
V_1	2	3	5	4	6	7
V_2	2	5	5	4	6	7
V_3	3	6	4	5	7	8
V_4	10	9	4	7	5	8
V_5	6	7	4	7	5	6
V_6	8	8	4	6	5	7

- а) 1;
- б) 2;
- в) 3;
- г) 4;
- д) 5;
- е) ни один из ответов не является правильным

29. Система с числом элементов 10^{15} относится к

- а) малым системам;
- б) сложным системам;
- в) ультрасложным системам;
- г) суперсистемам

30. Исходное множество допустимых решений состоит из четырёх

альтернатив: B_1, B_2, B_3, B_4 . Для определения наилучшего решения использовалась свёртка по наихудшему критерию и были рассчитаны значения общего критерия для каждой альтернативы: $K(B_1) = 0,2$; $K(B_2) = 0,3$; $K(B_3) = 0,1$; $K(B_4) = 0,4$. Укажите наилучшее решение.

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4

31. Исходное множество допустимых решений состоит из четырёх альтернатив: B_1, B_2, B_3, B_4 . Для определения наилучшего решения использовался метод расстояния и были рассчитаны значения расстояния для каждой альтернативы: $d(B_1) = 0,03$; $d(B_2) = 0,01$; $d(B_3) = 0,02$; $d(B_4) = 0,04$. Какое решение является наилучшим?

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4

32. Система, состоящая из множества элементов $X = \{X_1 \dots X_6\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1		1	1		1	1
X_2			1			1
X_3						1
X_4		1	1		1	1
X_5		1	1			1
X_6						

- а) 1;
- б) 2;
- в) 3;
- г) 4;
- д) 5;
- е) ни один из ответов не является правильным

33. Система, состоящая из множества элементов $X = \{X_1 \dots X_6\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Данная система имеет порядковых уровней

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1		1	1			1
X_2				1		
X_3						1
X_4					1	
X_5	1					
X_6			1			

- а) 1;
- б) 2;
- в) 3;

- г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

34. Исходное множество допустимых решений состоит из четырёх альтернатив: V_1, V_2, V_3, V_4 . Для определения наилучшего решения использовалась аддитивная свёртка и были рассчитаны значения общего критерия для каждой альтернативы: $K(V_1) = 0,3$; $K(V_2) = 0,4$; $K(V_3) = 0,2$; $K(V_4) = 0,1$. Какое решение является наилучшим?

- а) V_1 ;
 б) V_2 ;
 в) V_3 ;
 г) V_4

35. При выборе стратегии развития фирмы учитывались следующие критерии: K_1 – степень обновления продукции, K_2 – степень обновления технологии; K_3 – уровень насыщения спроса; K_4 – государственное регулирование роста; K_5 – государственное регулирование конкуренции. Определите наилучший вариант стратегии по данным таблицы, если допустимые (пороговые) значения критериев равны соответственно: $K_{1д}=3$; $K_{2д}=4$; $K_{3д}=2$; $K_{4д}=1$; $K_{5д}=5$ (значения всех критериев указаны в баллах).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	5	2	2	5
V_2	3	4	3	4	5
V_3	4	5	3	2	6
V_4	4	4	5	3	5
V_5	4	4	4	4	4

- а) V_1 ;
 б) V_2 ;
 в) V_3 ;
 г) V_4 ;
 д) V_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

36. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант стратегии, используя метод расстояния. Важность критериев считать одинаковой. Использовать функцию Хемминга.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
V_1	4	5	2	2	5
V_2	3	4	3	4	5
V_3	4	5	3	2	6
V_4	4	4	5	3	5
V_5	4	4	4	4	4

- а) V_1 ;
 б) V_2 ;
 в) V_3 ;
 г) V_4 ;
 д) V_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

37. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант стратегии, используя метод расстояния, если важность первых четырех критериев составляет соответственно $a_1=0,24$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,14$. Использовать функцию Хемминга.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
 б) B_2 ;
 в) B_3 ;
 г) B_4 ;
 д) B_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

38. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя аддитивную свертку. Важность критериев считать одинаковой.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
 б) B_2 ;
 в) B_3 ;
 г) B_4 ;
 д) B_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

39. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя аддитивную свертку, если важность первых четырех критериев составляет соответственно $a_1=0,24$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,14$.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
 б) B_2 ;
 в) B_3 ;
 г) B_4 ;
 д) B_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

40. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наихудшему критерию, если важность критериев одинакова.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

41. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наихудшему критерию, если важность первых четырех критериев составляет соответственно $a_1=0,24$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,14$.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

42. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев одинакова. Использовать функцию Евклида.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

43. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,25$, $a_2=0,22$, $a_3=0,16$, $a_4=0,14$. Использовать функцию Евклида.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

44. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев одинакова. Использовать функцию по наибольшему различию.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

45. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,25$, $a_2=0,22$, $a_3=0,18$, $a_4=0,14$. Использовать функцию по наибольшему различию.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;

д) B_5 ;

е) ни один из ответов не является правильным

46. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев одинакова. Использовать функцию по наименьшему различию.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

а) B_1 ;

б) B_2 ;

в) B_3 ;

г) B_4 ;

д) B_5 ;

е) ни один из ответов не является правильным

47. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,26$, $a_2=0,24$, $a_3=0,20$, $a_4=0,16$. Использовать функцию по наименьшему различию.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

а) B_1 ;

б) B_2 ;

в) B_3 ;

г) B_4 ;

д) B_5 ;

е) ни один из ответов не является правильным

48. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя мультипликативную свертку. Важность критериев считать одинаковой.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

а) B_1 ;

б) B_2 ;

в) B_3 ;

- г) В₄;
 д) В₅;
 е) ни один из ответов не является правильным

49. Дерево решений для проблемы «аварийная ситуация на дороге» состоит из трех уровней. Определите число элементов на первом уровне. Ответ дайте в следующей форме: 1 или 2, 2 или 3 и т.д.

50. Требуется разработать стратегию действий производственного предприятия (фирма, завод). Перечислите внешние системы, которые следует принять во внимание в первую очередь.

51. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (В_i) некоторой проблемы по критериям (К_j). Определите множество эффективных решений.

Варианты	К ₁	К ₂	К ₃	К ₄	К ₅	К ₆	К ₇	К ₈	К ₉
В ₁	1	2	3	4	5	6	7	8	9
В ₂	9	1	2	3	4	5	6	7	8
В ₃	8	6	4	5	3		1	6	7
В ₄	7	6	4	5	3	1	1	6	7
В ₅	9	1	2	3	4	5	6	6	8
В ₆	1	2	3	4	5	6	7	7	9

- а) В₁; В₂; В₃;
 б) В₂; В₃; В₄;
 в) В₃; В₄; В₆;
 г) В₁; В₄; В₅;
 д) В₁; В₂; В₃; В₄; В₅;
 е) ни один из ответов не является правильным

52. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (В_i) некоторой проблемы по критериям (К_j). Какие альтернативы можно исключить из рассмотрения?

Варианты	К ₁	К ₂	К ₃	К ₄	К ₅	К ₆	К ₇	К ₈	К ₉
В ₁	2	2	3	4	5	6	7	8	8
В ₂	7	1	2	3	4	5	6	7	8
В ₃	7	6	4	5	3	2	1	6	7
В ₄	7	6	4	5	3	1	1	6	7
В ₅	8	1	2	3	4	5	6	6	8
В ₆	1	2	3	4	5	6	7	7	8

- а) В₁, В₂;
 б) В₂, В₃, В₄;
 в) В₄, В₆;
 г) В₁, В₄, В₅;

д) B_2, B_3, B_4, B_5 ;

е) ни один из ответов не является правильным

53. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_8\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе

Варианты	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1	1	1						
X_2	1	1						1
X_3			1		1			
X_4				1				
X_5					1		1	
X_6						1		1
X_7			1				1	
X_8						1		1

а) 1;

б) 2;

в) 3;

г) 4;

д) 5;

е) ни один из ответов не является правильным

54. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_8\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе

Варианты	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1				1				1
X_2			1					1
X_3					1			
X_4						1		1
X_5		1						
X_6							1	
X_7	1							1
X_8								

а) 1;

б) 2;

в) 3;

г) 4;

д) 5;

е) ни один из ответов не является правильным

55. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_9\}$, представлена

матрицей инцидентий, приведенной ниже. Сколько порядковых уровней имеет система?

Варианты	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
X ₁		1		1					1
X ₂				1					1
X ₃					1	1		1	1
X ₄	1								
X ₅		1					1		
X ₆					1			1	
X ₇	1			1	1				1
X ₈		1		1		1	1		
X ₉									

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

56. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (В_i) некоторой проблемы по критериям (К_j). Определите множество Парето-решений.

Варианты	К ₁	К ₂	К ₃	К ₄	К ₅	К ₆	К ₇	К ₈
В ₁	4	3	8	2	4	4	6	7
В ₂	3	3	7	2	5	6	7	8
В ₃	8	7	6	4	6	7	6	8
В ₄	8	6	6	8	6	7	7	6
В ₅	5	7	6	4	6	6	5	8
В ₆	8	5	6	7	6	7	6	7
В ₇	2	3	7	2	5	6	6	8
В ₈	6	4	6	7	6	6	7	6
В ₉	6	4	6	7	6	7	7	6
В ₁₀	8	6	5	4	6	6	6	8

- а) В₁; В₂; В₉;
 б) В₁; В₂; В₃; В₄; В₅; В₆;
 в) В₄; В₁₀;
 г) В₁; В₄; В₅; В₈;

д) В₃; В₄; В₅;

е) ни один из ответов не является правильным

57. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод пороговых критериев

Варианты	К ₁	К ₂	К ₃	К ₄	К ₅
В ₁	4	5	2	2	5
В ₂	3	4	3	4	5
В ₃	4	5	3	2	6
В ₄	4	4	5	3	5
В ₅	4	4	4	4	4

а) В₁;

б) В₂;

в) В₃;

г) В₄;

д) В₅;

е) ни один из ответов не является правильным

58. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод пороговых критериев

Варианты	К ₁	К ₂	К ₃	К ₄	К ₅
В ₁	4	5	3	2	5
В ₂	3	4	3	4	5
В ₃	4	5	3	2	5
В ₄	4	4	5	3	5
В ₅	4	4	4	4	4

а) В₁;

б) В₂;

в) В₃;

г) В₄;

д) В₅;

е) ни один из ответов не является правильным

59. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наихудшему критерию, если важность критериев одинакова. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение).

Варианты	К ₁	К ₂	К ₃	К ₄	К ₅
В ₁	4	В	2	2	5
В ₂	3	В	3	4	5
В ₃	4	ОВ	3	2	4
В ₄	4	В	5	3	5
В ₅	4	В	4	4	4

а) В₁;

б) В₂;

в) В₃;

г) В₄;

д) B_5 ;

е) ни один из ответов не является правильным

60. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наихудшему критерию, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,18$. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	В	2	2	5
B_2	3	В	3	4	5
B_3	4	ОВ	3	2	4
B_4	4	В	5	3	5
B_5	4	В	4	4	4

а) B_1 ;

б) B_2 ;

в) B_3 ;

г) B_4 ;

д) B_5 ;

е) ни один из ответов не является правильным

61. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев одинакова. Использовать в качестве меры расстояния функцию по наименьшему различию. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	В	2	2	5
B_2	3	В	3	4	5
B_3	4	ОВ	3	2	5
B_4	4	В	5	3	5
B_5	4	В	4	4	4

а) B_1 ;

б) B_2 ;

в) B_3 ;

г) B_4 ;

д) B_5 ;

е) ни один из ответов не является правильным

62. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,18$. Использовать функцию по наименьшему различию. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	В	2	2	5

B ₂	3	B	3	4	5
B ₃	4	OB	3	2	5
B ₄	4	B	5	3	5
B ₅	4	B	4	4	4

- а) B₁;
 б) B₂;
 в) B₃;
 г) B₄;
 д) B₅;
 е) ни один из ответов не является правильным

63. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев одинакова. Использовать функцию по наибольшему различию. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (OB – очень высокое значение, B – высокое значение).

Варианты	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅
B ₁	4	B	2	2	5
B ₂	3	B	3	4	5
B ₃	4	OB	3	2	5
B ₄	4	B	5	3	5
B ₅	4	B	4	4	4

- а) B₁;
 б) B₂;
 в) B₃;
 г) B₄;
 д) B₅;
 е) ни один из ответов не является правильным

64. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,18$. Использовать функцию по наибольшему различию. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (OB – очень высокое значение, B – высокое значение).

Варианты	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅
B ₁	4	B	2	2	5
B ₂	3	B	3	4	5
B ₃	4	OB	3	2	5
B ₄	4	B	5	3	5
B ₅	4	B	4	4	4

- а) B₁;
 б) B₂;
 в) B₃;
 г) B₄;
 д) B₅;
 е) ни один из ответов не является правильным

65. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев одинакова. Использовать функцию Хемминга. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	В	2	2	5
B_2	3	В	3	4	5
B_3	4	ОВ	3	2	5
B_4	4	В	5	3	5
B_5	4	В	4	4	4

- а) B_1 ;
 б) B_2 ;
 в) B_3 ;
 г) B_4 ;
 д) B_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

66. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя метод расстояния, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,20$, $a_3=0,16$, $a_4=0,18$. Использовать функцию Хемминга. Во втором столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	В	2	2	5
B_2	3	В	3	4	5
B_3	4	ОВ	3	2	5
B_4	4	В	5	3	5
B_5	4	В	4	4	4

- а) B_1 ;
 б) B_2 ;
 в) B_3 ;
 г) B_4 ;
 д) B_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

67. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Определите множество эффективных решений.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
B_1	2	5	7	9	1	2	3	4	5
B_2	6	5	7	9	3	4	3	4	4
B_3	3	10	2	3	5	7	9	5	5
B_4	2	1	3	4	6	9	10	6	6
B_5	3	6	6	5	6	7	8	7	6
B_6	8	7	6	5	6	8	6	7	6

- а) V_1, V_2, V_3 ;
 б) V_2, V_3, V_4 ;
 в) V_3, V_4, V_6 ;
 г) V_1, V_4, V_5 ;
 д) V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

68. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (V_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Определите альтернативы, которые можно исключить из рассмотрения.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
V_1	4	5	7	9	1	3	5	7	10
V_2	3	5	7	3	3	4	9	3	8
V_3	1	2	6	2	5	7	8	5	9
V_4	2	2	3	4	6	9	2	6	7
V_5	4	8	6	4	6	6	5	7	2
V_6	9	6	2	4	5	7	6	1	7

- а) V_1, V_2 ;
 б) V_2, V_3, V_4 ;
 в) V_4, V_6 ;
 г) V_1, V_4, V_5 ;
 д) V_2, V_3, V_4, V_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

69. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (V_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Определите множество Парето-решений.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
V_1	6	6	4	7	2	3	4	6
V_2	6	7	2	8	2	4	6	8
V_3	2	7	6	1	4	6	2	3
V_4	8	2	4	4	5	6	3	8
V_5	1	4	5	3	6	7	5	5
V_6	5	3	5	7	7	9	7	6
V_7	6	2	7	3	7	9	8	3
V_8	3	6	5	9	8	8	2	2
V_9	4	7	5	6	8	8	3	3
V_{10}	3	6	8	8	9	2	3	6

- а) V_1, V_2, V_9 ;
 б) $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$;

- в) $V_4; V_{10}$;
 г) $V_1; V_4; V_5; V_8$;
 д) $V_3; V_4; V_5$;
 е) ни один из ответов не является правильным

70. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (V_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). В первом и четвертом столбцах использованы словесные оценки (Н – низкое значение, С – среднее, В – высокое, ОВ – очень высокое). Сколько альтернатив содержит множество Парето?

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
V_1	Н	3	5	С	6	7
V_2	Н	5	5	С	6	7
V_3	С	6	4	С	7	8
V_4	ОВ	9	4	В	5	8
V_5	В	7	4	В	5	6
V_6	В	8	4	В	5	7

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

71. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (V_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). В первом, четвертом и девятом столбцах использованы словесные оценки (ОН – очень низкое значение, Н – низкое, С – среднее, В – высокое, ОВ – очень высокое). Определите альтернативы, которые можно исключить из рассмотрения.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8	K_9
V_1	Н	5	7	ОВ	1	3	5	7	В
V_2	Н	5	7	Н	3	4	9	3	В
V_3	ОН	2	6	ОН	5	7	8	5	С
V_4	ОН	2	3	Н	6	9	2	6	В
V_5	Н	8	6	Н	6	6	5	7	Н
V_6	ОВ	6	2	Н	5	7	6	1	В

- а) V_1, V_2 ;
 б) V_2, V_3, V_4 ;
 в) V_4, V_6 ;
 г) V_1, V_4, V_5 ;
 д) V_2, V_3, V_4, V_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

72. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (V_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Сколько альтернатив

содержит множество Парето?

Варианты	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆
B ₁	4	6	9	9	2	4
B ₂	5	9	10	10	3	5
B ₃	7	1	10	2	5	7
B ₄	5	5	1	5	4	8
B ₅	2	4	2	6	5	7
B ₆	5	6	3	6	6	9

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

73. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). Во втором и шестом столбцах использованы словесные оценки (Н – низкое значение, С – среднее, В – высокое). Определите альтернативы, которые можно исключить из рассмотрения.

Варианты	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈	K ₉
B ₁	2	Н	3	4	5	В	7	8	8
B ₂	7	Н	2	3	4	В	6	7	8
B ₃	7	В	4	5	3	С	1	6	7
B ₄	7	В	4	5	3	Н	1	6	7
B ₅	8	Н	2	3	4	С	6	6	8
B ₆	1	Н	3	4	5	В	7	7	8

- а) B₁, B₂;
 б) B₂, B₃, B₄;
 в) B₄, B₆;
 г) B₁, B₄, B₅;
 д) B₂, B₃, B₄, B₅;
 е) ни один из ответов не является правильным

74. В таблице приведены оценки в 10-ти балльной шкале вариантов решения (B_i) некоторой проблемы по критериям (K_j). В третьем и седьмом столбцах использованы словесные оценки (Н – низкое значение, С – среднее, В – высокое). Определите множество Парето-решений.

Варианты	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄	K ₅	K ₆	K ₇	K ₈
B ₁	6	6	В	7	2	3	С	6
B ₂	6	7	В	8	2	4	В	8
B ₃	2	7	С	1	4	6	С	3

B_4	8	2	C	4	5	6	B	8
B_5	1	4	C	3	6	7	H	5
B_6	5	3	C	7	7	9	C	6
B_7	6	2	B	3	7	9	C	3
B_8	3	6	C	9	8	8	B	2
B_9	4	7	C	6	8	8	B	3
B_{10}	3	6	C	8	9	2	C	6

- а) $B_1; B_2; B_9$;
 б) $B_1; B_2; B_3; B_4; B_5; B_6$;
 в) $B_4; B_{10}$;
 г) $B_1; B_4; B_5; B_8$;
 д) $B_3; B_4; B_5$;
 е) ни один из ответов не является правильным

75. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_6\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе.

Варианты	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1		1	1		1	1
X_2	1		1	1		1
X_3	1					1
X_4		1	1		1	1
X_5		1	1	1		1
X_6						

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

76. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_6\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе.

Варианты	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1		1	1		1	1
X_2			1			1
X_3						1
X_4	1	1	1		1	1
X_5	1	1	1			1
X_6	1			1		

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;

- г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

77. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_6\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе.

Варианты	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1		1	1			1
X_2	1		1	1	1	
X_3		1				1
X_4					1	
X_5	1					1
X_6			1	1		

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

78. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наилучшему критерию. Важность критериев считать одинаковой.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
 б) B_2 ;
 в) B_3 ;
 г) B_4 ;
 д) B_5 ;
 е) ни один из ответов не является правильным

79. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наилучшему критерию, если важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,23$, $a_3=0,17$, $a_4=0,18$.

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	2	2	5
B_2	3	4	3	4	5
B_3	4	5	3	2	6
B_4	4	4	5	3	5
B_5	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

80. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наилучшему критерию. Важность критериев считать одинаковой. В третьем столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение, С – среднее значение).

Вариант ы	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	С	2	5
B_2	3	4	С	4	5
B_3	4	5	С	2	5
B_4	4	4	ОВ	3	5
B_5	4	4	В	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

81. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, используя свертку по наилучшему критерию. Важность критериев составляет соответственно $a_1=0,22$, $a_2=0,23$, $a_3=0,19$, $a_4=0,18$. В третьем столбце таблицы приведены словесные оценки (ОВ – очень высокое значение, В – высокое значение, С – среднее значение).

Вариант ы	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
B_1	4	5	С	2	5
B_2	3	4	С	4	5
B_3	4	5	С	2	5
B_4	4	4	ОВ	3	5
B_5	4	4	В	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

82. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_8\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе.

Варианты	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈
X ₁	1		1		1		1	
X ₂	1	1		1				1
X ₃	1		1			1		
X ₄		1		1				1
X ₅			1		1		1	
X ₆				1		1		1
X ₇			1		1		1	
X ₈				1		1		1

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

83. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_8\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе.

Варианты	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈
X ₁				1				1
X ₂	1		1		1			1
X ₃		1			1			
X ₄						1		1
X ₅		1	1					
X ₆							1	
X ₇	1			1		1		1
X ₈		1			1			

- а) 1;
 б) 2;
 в) 3;
 г) 4;
 д) 5;
 е) ни один из ответов не является правильным

84. Система, состоящая из множества элементов $X=\{X_1... X_8\}$, представлена матрицей инцидентий, приведенной ниже. Определите число порядковых уровней в системе.

Варианты	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
X ₁		1		1			1		1
X ₂				1					1
X ₃					1	1		1	1
X ₄	1	1							
X ₅		1				1	1		
X ₆					1			1	
X ₇	1			1	1				1
X ₈		1		1		1	1		
X ₉									

- а) 1;
- б) 2;
- в) 3;
- г) 4;
- д) 5;
- е) ни один из ответов не является правильным

85. При составлении плана перевозок анализировалась предпочтительность маршрутов движения. Общее число маршрутов 8, при этом маршрут X₁ не уступает маршрутам X₃, X₄, X₇; маршрут X₂ не уступает X₆, X₈; X₃ не уступает X₁, X₄, X₈; X₄ не уступает X₁, X₃, X₇; X₅ не уступает X₂, X₆, X₇, X₈; X₆ не уступает X₂, X₅, X₇, X₈; X₇ не уступает X₆ и X₈; X₈ не уступает X₂ и X₇. Определите наиболее предпочтительные маршруты.

- а) X₃;
- б) X₁, X₂;
- в) X₁, X₃, X₄;
- г) X₂, X₃, X₆;
- д) X₂, X₅, X₆, X₇, X₈;
- е) ни один из ответов не является правильным

86. При моделировании технологического процесса на предприятии проводилась оценка трудоемкости операций. Установлено, что операция O₁ не менее трудоемкая, чем операции O₂, O₅ и O₆; операция O₂ не менее трудоемкая, чем O₁, O₃ и O₅; операция O₃ не менее трудоемкая, чем O₄, O₅ и O₆; операция O₄ не менее трудоемкая, чем O₅; операция O₅ не менее трудоемкая, чем O₄; операция O₆ не менее трудоемкая, чем O₁, O₃ и O₅. Определите наиболее трудоемкие операции.

- а) O₁;
- б) O₁ и O₂;
- в) O₂, O₃ и O₆;
- г) O₁, O₂, O₃ и O₆;
- д) O₂, O₃, O₄ и O₅;
- е) ни один из ответов не является правильным

87. По данным приведенной ниже таблицы определите наилучший вариант решения, если имеются ограничения на значения критериев $K_1(B_i) \geq 3$; $K_2(B_i) \geq 5$; $K_3(B_i) \geq 4$; $K_4(B_i) \geq 4$; $K_5(B_i) \geq 5$; $K_6(B_i) \geq 2$ (значения всех критериев указаны в баллах).

Варианты	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6
B_1	4	5	4	4	5	3
B_2	3	4	4	4	5	2
B_3	4	5	5	4	4	2
B_4	4	4	5	3	5	4
B_5	4	4	4	4	4	4

- а) B_1 ;
- б) B_2 ;
- в) B_3 ;
- г) B_4 ;
- д) B_5 ;
- е) ни один из ответов не является правильным

88. Система состоит из трех последовательных компонентов. Первый компонент содержит три параллельных элемента, второй – два параллельных элемента, третий – четыре параллельных элемента. Определите надежность системы, если вероятность, что элемент функциональный, одинакова для всех элементов первого компонента и равна 0,6; для всех элементов второго компонента равна 0,5; для всех элементов третьего компонента равна 0,7. Укажите ответ, наиболее близкий к правильному.

- а) 0,4;
- б) 0,5;
- в) 0,6;
- г) 0,7;
- д) 0,8;
- е) ни один из ответов не является правильным

89. Система состоит из трех параллельных компонентов. Первый компонент содержит три последовательных элемента, второй – два последовательных элемента, третий – четыре последовательных элемента. Определите надежность системы, если вероятность, что элемент функциональный одинакова для всех элементов первого компонента и равна 0,6; для всех элементов второго компонента равна 0,5; для всех элементов третьего компонента равна 0,7. Укажите ответ, наиболее близкий к правильному.

- а) 0,4;
- б) 0,5;
- в) 0,6;
- г) 0,7;
- д) 0,8;
- е) ни один из ответов не является правильным

90. Система состоит из трех параллельных компонентов. Первый компонент содержит три последовательных элемента, второй – два последовательных элемента, третий – четыре последовательных элемента. Определите показатель качества функционирования системы, если качество функционирования всех

элементов первого компонента – среднее (С), всех элементов второго компонента – очень высокое (ОВ), всех элементов третьего компонента – высокое (В).

- а) очень высокий;
- б) высокий;
- в) средний;
- г) низкий;
- д) очень низкий;
- е) ни один из ответов не является правильным

91. Система состоит из трех последовательных компонентов. Первый компонент содержит три параллельных элемента, второй – два параллельных элемента, третий – четыре параллельных элемента. Определите показатель качества функционирования системы, если качество функционирования всех элементов первого компонента – высокое (В), всех элементов второго компонента – среднее (С); всех элементов третьего компонента – очень высокое (ОВ).

- а) очень высокий;
- б) высокий;
- в) средний;
- г) низкий;
- д) очень низкий;
- е) ни один из ответов не является правильным

92. Система состоит из двух последовательных компонентов, причем вероятность, что каждый компонент функциональный равна 0,4. Определите надежность системы. Укажите ответ, наиболее близкий к правильному.

- а) 0,2;
- б) 0,4;
- в) 0,5;
- г) 0,6;
- д) 0,8;
- е) ни один из ответов не является правильным

93. Система состоит из двух параллельных компонентов, причем вероятность, что каждый компонент функциональный равна 0,4. Определите надежность системы. Укажите ответ, наиболее близкий к правильному.

- а) 0,2;
- б) 0,4;
- в) 0,5;
- г) 0,6;
- д) 0,8;
- е) ни один из ответов не является правильным

94. Система состоит из двух последовательных компонентов. Определите показатель качества функционирования системы, если качество функционирования одного компонента – высокое, а другого – среднее.

- а) очень высокий;
- б) высокий;
- в) средний;
- г) низкий;
- д) очень низкий;

е) ни один из ответов не является правильным

95. Система состоит из двух параллельных компонентов. Определите показатель качества функционирования системы, если качество функционирования одного компонента – высокое, а другого – среднее.

а) очень высокий;

б) высокий;

в) средний;

г) низкий;

д) очень низкий;

е) ни один из ответов не является правильным

96. Структурная схема системы имеет вид прямоугольника, на одной длинной стороне которого расположены два последовательных элемента, а на другой – два параллельных. Кроме того, на одной из диагоналей расположены два последовательных элемента. Вход и выход системы располагаются на коротких сторонах. Определите надежность системы, если вероятность безотказной работы элементов, расположенных на сторонах прямоугольника, составляет 0,4, а расположенных на диагонали – 0,5. Укажите ответ, наиболее близкий к правильному.

а) 0,4;

б) 0,5;

в) 0,6;

г) 0,7;

д) 0,8;

е) ни один из ответов не является правильным

97. Структурная схема системы имеет вид прямоугольника, на одной длинной стороне которого расположены два последовательных элемента, а на другой – два параллельных. Кроме того, на одной из диагоналей расположены два последовательных элемента. Определите показатель качества функционирования системы, если качество функционирования элементов, расположенных на сторонах прямоугольника, одного – очень высокое, а другого – высокое, а расположенных на диагонали, одного – среднее, а другого – низкое.

а) очень высокий;

б) высокий;

в) средний;

г) низкий;

д) очень низкий;

е) ни один из ответов не является правильным

98. Структурная схема системы имеет вид прямоугольника, на длинных сторонах которого расположено по два параллельных элемента. Кроме того, на одной из диагоналей расположены два последовательных элемента. Определите надежность системы, если вероятность безотказной работы элементов, расположенных на одной стороне прямоугольника, составляет 0,3, на другой – 0,4, а расположенных на диагонали – 0,5. Укажите ответ, наиболее близкий к правильному.

а) 0,4;

б) 0,5;

- в) 0,6;
- г) 0,7;
- д) 0,8;
- е) ни один из ответов не является правильным

99. Структурная схема системы имеет вид прямоугольника, на длинных сторонах которого расположено по два параллельных элемента. Кроме того, на одной из диагоналей расположены два последовательных элемента. Определите показатель качества функционирования системы, если качество функционирования элементов, расположенных на сторонах прямоугольника, одного – среднее, а другого – высокое, а расположенных на диагонали, одного – среднее, а другого – низкое.

- а) очень высокий;
- б) высокий;
- в) средний;
- г) низкий;
- д) очень низкий;
- е) ни один из ответов не является правильным

100. Структурная схема системы, представленная на рисунке, имеет вид ромба, на одной паре смежных сторон которого расположено по два параллельных элемента, на другой – по одному элементу, и один элемент расположен на диагонали. Вход и выход системы расположены на другой диагонали. Определите надежность системы, если вероятность безотказной работы элементов, расположенных на сторонах ромба, составляет 0,3, а элемента, расположенного на диагонали – 0,5. Укажите ответ, наиболее близкий к правильному.

- а) 0,4;
- б) 0,5;
- в) 0,6;
- г) 0,7;
- д) 0,8;
- е) ни один из ответов не является правильным

101. Структурная схема системы, представленная на рисунке, имеет вид ромба, на одной паре смежных сторон которого расположено по два параллельных элемента, на другой – по одному элементу, и один элемент расположен на диагонали. Вход и выход системы расположены на другой диагонали. Определите показатель качества функционирования системы, если качество функционирования элементов, расположенных на сторонах ромба – среднее, а элемента на диагонали – высокое.

- а) очень высокий;
- б) высокий;
- в) средний;
- г) низкий;
- д) очень низкий;
- е) ни один из ответов не является правильным

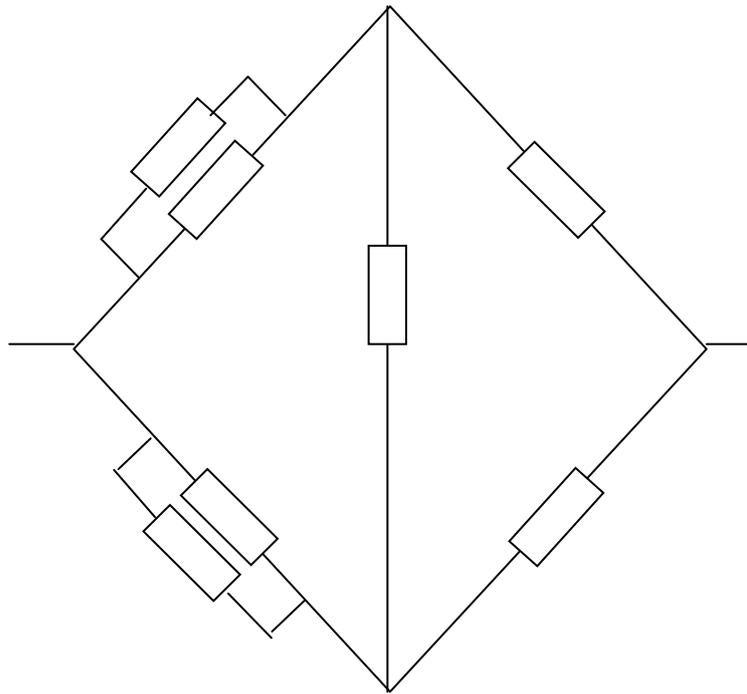


Рис. к задачам 100 и 101.

Предметный указатель

Абстрактные системы	26	Декомпозиция систем	97
Автоматы	28	- алгоритм	97
Агрегирование	97	Дерево иерархическое	99
Адаптивность	49	- размеры	100
Аддитивная свертка	138	Детерминированное поведение	27
Аксиомы сложности	158	Децентрализация	48
Алгоритм	27	Деятельность системы	38
- декомпозиции	97	Динамические системы	27
Альтернатива	127	Динамические свойства	48
Анализ	8	Дискретные системы	27
- системный	8	Естественные системы	26
- связности	160	Жесткость	52
- топологический	160	Живучесть	124
- уровень	38	Живые системы	26
Аналогия	20	Задача обеспечения	72
Антирефлексивность	146	- планирования производства	70
Антисимметричность	146	- принятия решений	127
Архимедовы операции	168	- составления расписаний	71
Бинарное отношение	145	- транспортная	70
- - свойства	145	- шкалирования	136
Биологические системы	87	Задачи исследования операций	70
Бира классификация	30	- примеры решения	195
Большие системы	26, 48	- распределение ресурсов	70
Боулдинга классификация	30	Затраты	32
Бреммерманна предел	54	Идеальное решение	141
Вариант решения	127	Идеи системного анализа	10
Вектор препятствия	163	Идемпотентные операции	168
- структурный комплекса	161	Иерархия	164
Вероятностное поведение	27	Иерархическая организация	12
Вертикальная целостность	50	- структура	37
Вход (входной элемент)	32	- упорядоченность	47
Выбора задача	127	Иерархическое дерево	99
- функция	145	Издержки	131
Выход (выходной элемент)	32	Изоляция прогрессирующая	47
Гарантированный результат	144	Изоморфизм	94
Гомеостаз	88	Имитационное моделирование	53
Гомеостатическое плато	88	Импульсные системы	27
Гомеостатический механизм	88	Индукция	19
Гомология	20	Инерционность	49
Гомоморфизм	164	Интегративность	23
Горизонтальная обособленность	50	Интерактивные ЧМ-процедуры	147
Границы системы	38	Информация	115
Граф	78	- исходная	117
- простой	81	- количество	121
- с контурами	84	- роль в принятии решений	115
Двойственность свойств системы	52	Информационная среда задачи	117
Дедукция	19	Искусственные системы	26

Качество систем	189	- - построение	221
<u>Кибернетические системы</u>	30, 93	<u>Методология проектирования</u>	17
<u>Классификация систем</u>	26	- улучшения систем	17
<u>Комплекс</u>	161	<u>Механизмы равновесия</u>	86, 88
<u>Критерии</u>	36	<u>Миллера классификация</u>	30
- типы	101	<u>Минковского функция</u>	141
- - сверток	138	<u>Модели</u>	
- уровни	36	- анализа структуры	160
<u>Критерий</u>		- без управления	92
- Гурвица	118	- векторные	147
- локальный (частный)	138	- вход-выход	91
- минимакса	118	- выбора	131
- общий	138	- - нечеткие	167
- равного правдоподобия	118	- <u>диагностические</u>	132
<u>Леонтьева модель</u>	89	- динамические	92
<u>Линейная структура</u>	37	- <u>классификации</u>	177
<u>Лицо, принимающее решение (ЛПР)</u>	37	- квантовомеханические	87
<u>Малые системы</u>	22	- <u>компромиссов</u>	132
<u>Матрица инцидентий</u>	79	- логические	93
<u>Матрица "программы-элементы"</u>	40	- - нечеткие	181
<u>Матричная структура</u>	37	- <u>многоцелевые</u>	134
<u>Машина Тьюринга</u>	57	- <u>одноцелевые</u>	132
<u>Мера эффективности</u>	36	- <u>оптимизационные</u>	132
<u>Метод анализа иерархий</u>	136	- <u>поведения</u>	86
- - размерностей	137	- <u>принятия решений</u>	131
- <u>гарантированного результата</u>	144	- причинные	86
<u>Метод главного критерия</u>	141	- <u>скалярные</u>	137
- <u>диаграмм</u>	225	- статистические	86
- <u>Кли</u>	136	<u>Модель "прибыль-издержки"</u>	132
- <u>расстояния (метрики)</u>	141	- "эффективность затраты"	132
- <u>наихудшей реакции среды</u>	144	- системной динамики	94
- <u>Нэша</u>	144	<u>Морфогенетический механизм</u>	86
- <u>Парето</u>	142	<u>Мультиплакативная свертка</u>	139
- <u>пороговых критериев</u>	140	Надежность систем	185
- <u>равновесия</u>	144	<u>Негэнтропия</u>	117
- <u>свертки</u>	138	<u>Неживые системы</u>	26
- стоимости	151	Неопределенность	117
- <u>Черчмена-Акоффа</u>	137	<u>Непрерывные системы</u>	27
<u>Методы</u>		Нетранзитивность	146
- <u>векторной оптимизации</u>	147	<u>Нечеткость</u>	118
- <u>описания поведения систем</u>	91	- <u>индекс</u>	170
- <u>перебора</u>	149	<u>Нильпотентные операции</u>	168
- <u>поиска решения</u>	149	<u>Нормализованный вектор</u>	210
- <u>построения множества Парето</u>	221	<u>Нормировки условие</u>	138
- <u>ранжирования систем</u>	77	Обособленность	47
- <u>принятия решений</u>	138	<u>Общая теория систем</u>	8
- <u>эвристические</u>	149	<u>Ограничения</u>	120
<u>Метрика (расстояние)</u>	137	- <u>критериальные</u>	89
<u>Многомерная функция полезности</u>	144	- <u>физические</u>	86
<u>Множество</u>		- <u>целевые</u>	34
- <u>альтернатив</u>	127	<u>Обратная связь</u>	122
- <u>нечеткое</u>	119	<u>Окружающая среда</u>	33
- <u>Парето</u>	142	<u>Отношение</u>	77

<u>- бинарное</u>	146	<u>- - динамическое</u>	117
<u>- нечеткое</u>	146	<u>Равновесное решение</u>	144
<u>- свойства</u>	146	<u>Разбиение</u>	164
<u>- сходства</u>	78	<u>Результаты</u>	32
<u>- подобия</u>	78	<u>Ресурсы</u>	32
<u>- порядка</u>	78	<u>Рефлексивное поведение</u>	88
<u>- предпочтения</u>	78	<u>Рефлексивность</u>	146
<u>- принадлежности</u>	78	<u>Риск</u>	116
<u>- различия</u>	78		
<u>Оптимизация</u>	52	<u>Свертка</u>	138
<u>Оценок типы</u>	101	<u>- аддитивная</u>	138
Парадигма	19	<u>- максиминная</u>	138
<u>- системная</u>	17	<u>- мультипликативная</u>	139
<u>Парето множество</u>	142	<u>- по наилучшему критерию</u>	140
<u>- принцип</u>	142	<u>- по наихудшему критерию</u>	139
<u>- решение</u>	142	<u>Связность</u>	161
<u>Перебор</u>	149	<u>Симметричность</u>	146
<u>- имплицитный</u>	149	<u>Симплекс</u>	161
<u>- полный</u>	149	Система в целом	38
<u>Поведение системы</u>	22	<u>- определение</u>	22
<u>- - модели</u>	86	<u>- основные признаки</u>	22
<u>- автоматов</u>	28	<u>- полная</u>	46
<u>Поддержание равновесия</u>	88	<u>Систематизация прогрессирующая</u>	48
<u>Подсистема</u>	31	<u>Системология</u>	8
<u>Покрытие</u>	164	<u>Системный анализ</u>	8
<u>Полная система</u>	46	<u>- - схема</u>	41
<u>Порядковая функция</u>	79	<u>- принципы</u>	20
<u>- построение</u>	79	<u>- причины распространения</u>	12
<u>Предел Бреммерманна</u>	53	<u>Системный подход</u>	8
<u>Прибыль</u>	32	<u>Системы</u>	22, 31
<u>Признаки системы</u>	22	<u>- классификация</u>	26
<u>Принцип наихудшей реакции среды</u>	144	<u>- математическое описание</u>	157
<u>- гарантированного результата</u>	144	<u>- ранжирование</u>	77
<u>- необходимого разнообразия</u>	125	<u>- свойства</u>	47
<u>- Нэша</u>	144	<u>Сложность</u>	53
<u>- Парето</u>	142	<u>- типы</u>	53
<u>Принципы</u>		<u>- аксиомы</u>	158
<u>- оценки сложности систем</u>	53	<u>- описательная</u>	53
<u>- системного подхода</u>	20	<u>- структурная</u>	53
<u>Принятие решений</u>	127	<u>- динамическая</u>	53
<u>- задача</u>	127	<u>- вычислительная</u>	53, 56
<u>- методы</u>	131	<u>- управления</u>	124
<u>- модели</u>	138	<u>- принципы оценки</u>	53
<u>- подходы</u>	129	<u>- типы задач</u>	58
<u>Проблема анализа</u>	63	<u>- функция</u>	58
<u>- оценки внешней среды</u>	66	<u>Стабильность</u>	49
<u>- синтеза</u>	64	<u>Структура</u>	37
<u>- "черного ящика"</u>	67	<u>- линейная</u>	37
<u>Программа</u>	37, 40	<u>- иерархическая</u>	37
<u>Проектирование систем</u>	105	<u>- матричная</u>	37
<u>- нравственные проблемы</u>	109	<u>- сетевая</u>	37
<u>- побочные эффекты</u>	110	<u>- циклическая</u>	37
		<u>Стратегия наихудшей реакции</u>	144
<u>Равновесие со средой</u>	88	<u>- равновесия</u>	144

<u>Топологический анализ</u>	161	<u>Целостность</u>	47
<u>Транзитивность</u>	146	<u>Центр</u>	48
<u>Трансцендентальные системы</u>	30	<u>Централизация</u>	48, 51
<u>Управление системой</u>	43	<u>Цикл (контур)</u>	82
<u>Управляемые системы</u>	88	<u>Цикличность</u>	146
<u>Уровень анализа</u>	38	<u>Шкала измерительная</u>	107
<u>Физические ограничения</u>	86	<u>Шкалирование</u>	137
- системы	26	<u>Эвристические методы</u>	149
<u>Форма разрешающая</u>	167	<u>Эксцентриситет</u>	163
<u>Формализованное описание систем</u>	157	<u>Элемент</u>	31
<u>Функция выбора</u>	145	- ведущий	48
- порядковая	79	- входной	32
- принадлежности	119	- выходной	32
- упрощающая	167	<u>Энтропия</u>	122
<u>Цели системы</u>	34	<u>Энтропийный механизм</u>	86
- - установление	34	<u>Эффективное решение</u>	142

Список литературы

1. Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов. Основы теории. – М.: Наука. – 1990.
2. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений: Сб. переводов. Под ред. И.Ф. Шахнова. – М.: Мир. – 1976. – с.172-215.
3. Борисов А.М., Алексеев А.Б., Меркурьева Г.В. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. – М.: Радио и связь. – 1989.
4. Винер Н. Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. – М.: Наука. – 1989.
5. Волкова В.Н., Воронков В.А., Денисов А.А. Теория систем и методы системного анализа в управлении и связи. – М.: Радио и связь. – 1983.
6. Гиг Дж., ван. Прикладная общая теория систем: В 2-х книгах. – М.: Мир. – 1981.
7. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Моделирование развивающихся систем. – М.: Наука. – 1983.
8. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. – М.: Наука. – 1986.
9. Дюбуа Д., Прад Д. Теория возможностей. – М.: Радио и связь. – 1990.
10. Железнов И.Г. Сложные технические системы. – М.: Высшая школа. – 1984.
11. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир. – 1971.
12. Касти Дж. Большие системы. – М.: Мир. – 1982.
13. Квейд Э. Анализ сложных систем. – М.: Сов. радио. – 1969.
14. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь. – 1981.
15. Клиланд Д., Кинг В. Системный анализ и целевое управление. – М.: Сов. радио. – 1974.
16. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач. – М.: Радио и связь. – 1990.
17. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь. – 1982.
18. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения. – М.: Наука. – 1987.
19. Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта. – М.: Мир. – 1991.
20. Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А. Теория выбора и принятия решений. – М.: Наука. – 1983.
21. Мелентьев Л.А. Системные исследования в энергетике. – М.: Наука. – 1987.
22. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. – М.: Мир. – 1973.

23. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: Математические основы. – М.: Мир. – 1976.
24. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. – М.: Наука. – 1981.
25. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений. – М.: Мир. – 1990.
26. Науман Э. Принять решение – но как? – М.: Мир. – 1987.
27. Негойце К. Применение теории систем к проблемам управления. – М.: Мир. – 1981.
28. Нечеткие множества и теория возможностей. Под ред. Р. Ягера. – М.: Радио и связь. – 1986.
29. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем. – М.: Сов. радио. – 1977.
30. Оптнер С. Системный анализ для решения деловых и промышленных проблем. — М.: Сов. радио, 1969.
31. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука. – 1981.
32. Пантл А. Методы системного анализа окружающей среды. – М.: Мир. – 1979.
33. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. – М.: Высшая школа. – 1989.
34. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука. – 1982.
35. Прикладные нечеткие системы. Под ред. Т. Терано. – М.: Мир. – 1993.
36. Романов В.Н. Основы системного анализа: Учебное пособие. – СПб.: СЗПИ. – 1996.
37. Романов В.Н. Системный анализ. – СПб.: СЗТУ. – 2005.
38. Романов В.Н. Системный анализ для инженеров. – СПб.: Спб. государственный университет. – 1998.
39. Романов В.Н., Соболев В.С., Цветков Э.И. Интеллектуальные средства измерений. – М.: РИЦ "Татьянин день". – 1994.
40. Романов В.Н. Нечеткие системы. – СПб.: Издательство «ЛЕМА». – 2009.
41. Росс Эшби У. Введение в кибернетику. – М.: ИЛ. – 1959.
42. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. – М.: Радио и связь. – 1991.
43. Садовский В.Н. Основания общей теории систем. – М.: Наука. – 1974.
44. Саркисян С.А., Ахундов В.М., Минаев Э.С. Анализ и прогноз развития больших технических систем. – М.: Наука. – 1983.
45. Современные методы идентификации систем. Под ред. Эйкхоффа. – М.: Мир. – 1983.

46. Сыч Е.Н. Транспортно-производственные системы. – Киев: Наукова думка. – 1986.
47. Терехина А.Ю. Анализ данных методами многомерного шкалирования. – М.: Наука. – 1986.
48. Фишборн П. Теория полезности для принятия решений. – М.: Наука. – 1978.
49. Флейшман Б.С. Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем. – М.: Сов. радио. – 1971.
50. Форрестер Дж. Мировая динамика. – М.: Мир. – 1978.
51. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. – М.: Прогресс. – 1971.
52. Хилтон П., Уайли С. Теория гомологий. – М.: Мир. – 1966.
53. Червинский Р.А. Методы синтеза систем в целевых программах. – М.: Наука. – 1987.
54. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. – М.: Радио и связь. – 1992.
55. Экспертные системы. Под ред. Р.Форсайта. – М.: Мир. – 1966.

Оглавление

Предисловие.....	5
Глава 1. Принципы системного подхода.....	8
1.1. Обзор развития системного подхода.....	8
1.2. Причины распространения системного подхода.....	12
1.3. Системная парадигма.....	17
Глава 2. Системы и их свойства.....	22
2.1. Определение системы.....	22
2.2. Классификация систем.....	26
2.3. Понятия, характеризующие системы.....	31
2.4. Свойства систем.....	47
2.5. Сложность систем.....	53
Глава 3. Системное моделирование.....	63
3.1. Основные проблемы теории систем.....	63
3.2. Задачи распределения ресурсов в системах.....	70
3.3. Методы ранжирования систем.....	77
3.4. Моделирование поведения систем.....	84
Глава 4. Декомпозиция и агрегирование систем.....	97
4.1. Декомпозиция систем.....	97
4.2. Проектирование систем.....	105
4.3. Нравственные проблемы проектирования.....	109
4.4. Информационный аспект изучения систем.....	115
Глава 5. Принятие решений в сложных системах.....	127
5.1. Классификация задач принятия решений.....	127
5.2. Модели принятия решений.....	131
5.3. Методы решения многокритериальных задач выбора.....	138
5.4. Методы поиска решений.....	149
Глава 6. Математические методы анализа систем.....	157
6.1. Математическое описание систем и их свойств.....	157
6.2. Методы изучения структуры систем.....	160
6.3. Применение теории нечетких множеств для решения задач оптимального выбора.....	167
6.4. Определение надежности и качества систем.....	183
Приложение	190
Предметный указатель	280
Список литературы	284